

一些數學教學心理學的爭論

吳德邦

省立臺中師範專科學校

“過程 (Process) 與結果 (Result) 二分論法”能適當的表現布魯納 (J.S.Bruner) 及蓋聶 (R.M.Gagné) 的見解嗎？

一位數學教師在編排其數學教材時，該如何應用布魯納及蓋聶的想法？

流行刊物已發現了所謂的“發現教學法” (discovery method of teaching)，例如目前時代雜誌 (Time) 慣例性的每年都有一篇討論教育的文章，大力頌揚經由發現來學習的方法即為一例。(例如在1967年12月8日出刊的時代雜誌上就有)時代雜誌對發現教學法的稱頌絕不獨特，此正反應教育措施通常都有過分美化的趨勢。即使是最健全的教學法，在這種過度且不斷的稱頌之下，也難逃提早壽終正寢的命運，因此，像我一樣的擁護者，也該間歇的調節一下自己的熱情，加以審慎的判斷。

關於“發現學習理論” (learning by discovery) 的爭論是一項很複雜的討論，人們常常過度簡化了它。最近有一本書詳細的談到這方面的許多內容，爭論的重心似乎在於我們應該在學習環境中，另外提供多少輔導、何種輔導。擁護“發現學習法”者認為，在廣泛的原則之下，在教導及問題求解的練習過程中，老師的指導應該最少，而且學生自己的探索及嘗試錯誤 (trial-and-error) 應該最多。擁護“輔導學習法”者則強調嚴密的漸進教學經驗，因此，教師的指導應該最多，同時強調解題和了解原則之間關聯的重要性。

不用說，“發現”的意義有相當大的分歧，一個人所謂的發現過程極易和另一個人所謂的輔導學習相混淆，假如一個粗心的觀察者不加以明辨的話。因此，我決定仔細討

論兩位學者的意見，以便對這兩種見解加以比較，因為這兩位學者各是這兩派思想的領導人物之一。

布魯納係哈佛大學的教授，無疑的他是“發現學習法”中，最堅決支持的一位，他的名著“教育的過程*”（The Process of Education）掌握了新數學及科學課程中發現的精神，並且有效的傳達給專業教師或外行人，他的想法將被視為擁護“發現學習法”者的代表，而加以討論。

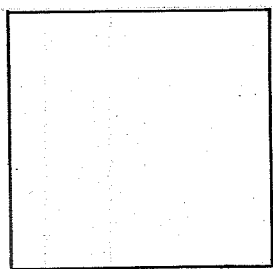
蓋聶是加州大學的教授，他是“輔導學習法”的主要倡導者之一，他的名著“學習的條件”（The Condition of Learning）是關於輔導式教學當代論述中最好的書本之一。

如果能把這兩位傑出的學者之意見加以極端化的話，我承認這是具有潛在危險性的，我的打算是澄清一個複雜問題的各個架構，而不是把布魯納和蓋聶分派到兩個不能回頭的極端，他們的著作只用來解說學習過程中發現可能扮演的兩種不同角色之特性。

在本文中，我首先將討論布魯納及蓋聶對某些特定題材的教學所持的態度，利用這兩個例子為出發點，然後比較他們在教學目標、教學方式、預備狀態、學習遷移各方面的意見，然後再討論其在數學或科學教學上這兩種論點的應用，以及這方面的研究進展。

發現教學法的教學示範

布魯納在他一些論文中引用一個數學例子，是他和數學教師達恩斯（Z.P.Dienes）共同發明的。



“未知方塊”或“ x 方塊”



“ $1x$ ”

或“ x ”

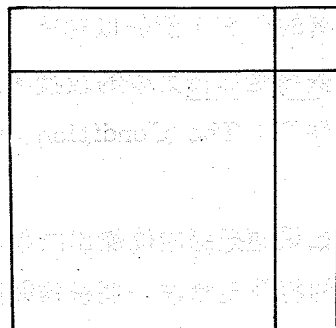


“1”

*譯者註：此書臺灣有翻譯本，陳伯璋、陳伯達譯，世界文物出版社民 64 年 1 月。

在一班級中，學生大約為8歲的小孩，準備上數學課，在這節課中，孩子首先看到三塊木板，第一塊叫做“未知方塊”或“ x 方塊”，第二塊是長方形，稱為“ $1x$ ”或“ x ”而已，因為它的邊長分別是 x 和1，第三塊是最小的正方形，邊長為1，就稱之為“1”。

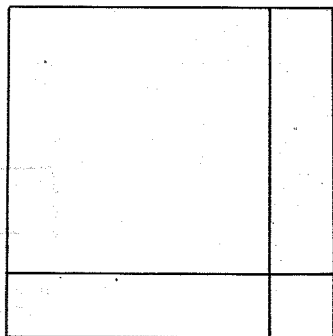
他們讓孩子們有充分的機會自在的玩這些木塊，並感覺它們，然後布魯納問了一個問題：“你能不能造出一個比“ x 方塊”更大的方塊？但只能利用這三種基本的木塊而且可以用很多次。”對大多數孩子而言，都不難解決，他們很快做出像右邊一樣的正方塊。



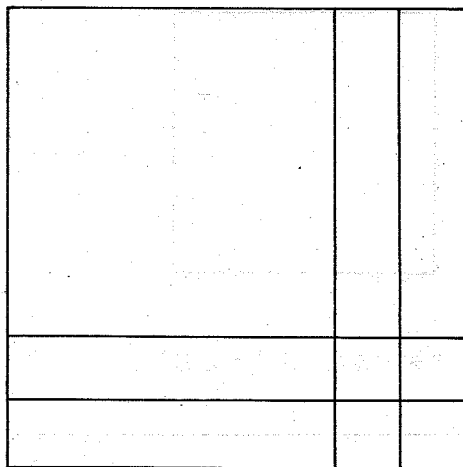
布魯納又問他們能否描述一下剛才所做的工作，孩子們可能回答：我們有一個“ x 方塊”，兩個“ x ”以及一個“1”。布魯納又叫他們記下剛才的現象，他甚至可以提供一種世界通用的符號系統， x^2 可以代表“ x 方塊”，十代表合併，因此上面用過的木塊可以表示成 $x^2 + 2x + 1$ 。

表示這個新方塊的另一種方法，布氏說可以用邊長即可，既然一邊是由一個“ x ”和一個“1”拼成，邊長可表為 $x + 1$ ，新方塊可以表成 $(x + 1) \cdot (x + 1)$ ，只要稍加說明括號的意思即可。既然此兩種基本方法描述同一個方塊，可以寫成下面的型式： $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$ 。當然，這種敘述法把布氏實際運用的過程大大的減縮了。

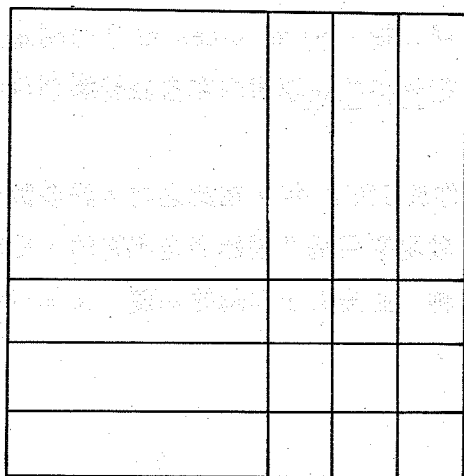
孩子們繼續做新方塊，並用符號表示它們。（參考下圖）



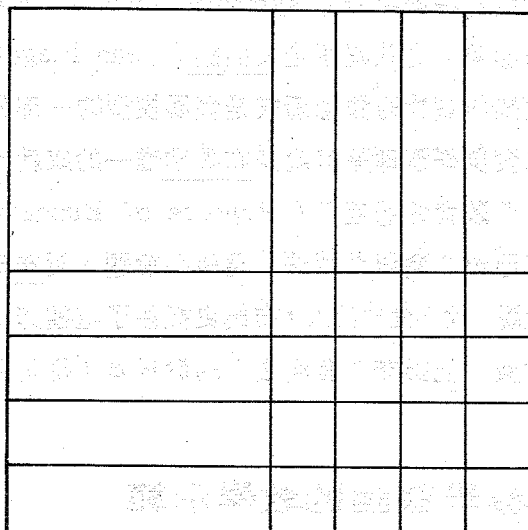
$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$$



$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2)$$



$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3)$$



$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$$

布氏假定這些孩子在某一個瞬間會開始領悟到一種通性，當“ x ”前的倍數沿著 2, 4, 6, 8 增加，那麼“1”就照著 1, 4, 9, 16 增加，而等式的右邊型式則是沿著 1, 2, 3, 4 增加。問答方式提出刺激性或引導式的問題常在此時應用以誘導學生自我發現，布氏主張，即使孩子們開始時無法突破關鍵，他們也可以體認到有一種通性存在，並嘗試去發現這個通式。布氏跟著描述學生們如何將已知知識，轉而從事於解決問題的方法，這些年輕人不止表面上學會了二次方程式解法，更重要的是關於數學規則發現的經驗。

布魯納所描述的一般學習步驟是由以下的型態產生，首先，孩子在操作他已經了解其直觀性的規則實物中發現新規則，注意那些孩子們替布氏所做的，只是在替外界進行的行為與心中已知的模型或格式找出某一種配對，對布氏而言，並沒有什麼不屬學習者本身以外的東西被他們發現，而是某一種內在已知觀念的覺醒，用以在那些觀念和他必需適應的物品之規則間建立較好的協調。這正是蘇格拉底所提出的教育哲學，回憶一下柏拉圖所著可愛的對話式作品“理想國”(Meno by Plato)，描述一個年輕的奴隸小男孩，被教導了解把正方形面積加倍是怎麼回事，蘇格拉底在書中一直認為他並未教給這孩子什麼新東西，只是幫助這孩子自我了解而已。

布氏幾乎總是從實物的產生和操作為重心開始教學，他描述了孩子們經歷了三階段表達的遷移：第一階段是制動階段(enactive level)，直接操作實物；第二階段是偶像階段(ikonic level)已經考慮到實物在心智中的影像，但還不能直接運用它們；第

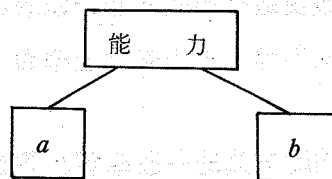
三階段是符號階段（symbolic level），可以嚴格操作抽象符號，而不再藉助於心智中的影像。這些程序是皮亞傑（Jean Piaget）發展理論（developmental）的副產品，把操作實物的觀念看成是發展模型的一部分，而把蘇格拉底學習內在自我覺醒理論轉變成發現學習理論可說是布魯納唯一的成就。

“教育的過程”（Process of Education）作於1959年，在此之前，許多數學改革已視“發現教學法”為核心論題，說布氏是“發現學習論”創始者是不對的，更精確地說，比其他任何人，布氏更抓住了這種方法的精神，並提供了理論的基礎，又加以發揚推廣，他雖非“發現法”的發現者，卻是傳道者。

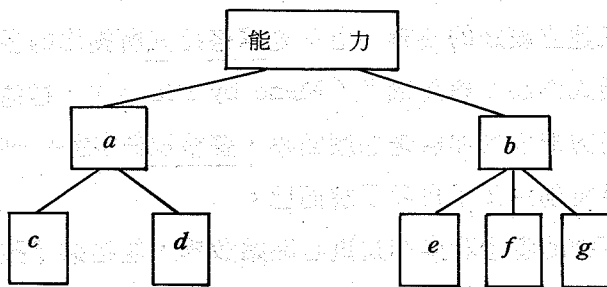
輔導學習論的教學示範

蓋聶（Robert Gagné）的教學方法與布氏的方法大不相同，他是由教學目標的工作分析開始，常常問道：“你希望學習者會做些什麼？”他堅持這種能力（capability）的敘述必須要分類明確且實際可行，所謂的能力是指在特定環境下去操作某種特定功能的力量，可能是解數列的問題；或者是解非度量幾何的問題。

能力可以想成是終點行為，而且應置於複雜之學習金字塔的最頂層。這種工作分析完成之後，Gagné又問：“學習者為了達成這些能力，必須先知道些什麼？”假設為了完成一件工作，你必須知道預備知識 a 和 b ，則學習金字塔就如右所示：



但為了完成 a 這件工作；又必須先做 c 和 d ，同時為了完成 b ，要先做 e 、 f 、 g 三件工作：



因此我們建造了一個很複雜的學習金字塔，含著一層層的預備知識；而向我們所要的能

力目標前進。

蓋聶發展了一套討論這種階層不同層次的模型，如果最後所要的能力是“解題”的話，學習者必先學會一些原則，但要了解這些原則，必須了解某些特定的觀念，更前一步則是要知道一些基本事實或單純的關連，能把不同的因素分辨清楚。蓋聶繼續把這種分析，直到達於最基本的學習建構單位元素為止——這就是古典制約學習。在完成整個預備知識圖案之後，蓋聶就用一個測驗決定那些預備知識早就在學習者心中建立，完成這個診斷測驗之後，剩下的事情就看我爲了要教什麼而定了。這種模式最適用於計畫教學或實物經驗之後的教學計畫，當預備知識完成之後，就可以發展一系列緊湊的教學計畫。

在前面，我們討論了布魯納所受的影響，那麼，蓋聶又受過什麼影響呢？這種教學步驟本質上是由新行爲心理學派學說（Neo-behaviorist），以及由軍事訓練或工商訓練得來的工作分析之混合物，正是這種工作分析的方式成功地應用在第二次世界大戰時的飛行員計畫上，蓋聶正是受過新行爲心理學派式的訓練，同時早年的生涯大部分是在空軍心理訓練中度過。

目標的本質

對於教育目標，布魯納和蓋聶特相當不同的觀念，這是大多數評估這兩種方式的相對效益之嘗試，往往白費的主要原因之一，他們不能在同一組教學目標上取得協調，任何人試著討論何者較好都不會成功——正如你問是密西根（Michigan）州立足球隊好或是芝加哥（Chicago）白襪籃球隊好一樣。所謂成就評估標準是不一樣的，把上面兩隻隊伍放在同一球場上競爭是荒謬的。

對蓋聶或由他所創出的計畫教學觀點而言，教學目標是各種能力的傳授，是可以用操作術語加以確定的行爲產品，因此才能做工作分析，再加以教授。蓋聶同意只有當目標在操作方面有清晰的界定之後，心理學才能提供有力的教學方法，目標沒有明確化之前，心理學家幫不了什麼，他堅持目標要以行爲上的術語詳細說明，這是他所持觀點的基石。

對布魯納而言，他強調的不在此點，不在學習的產品，而是強調學習的過程，在他的著作“*Toward a Theory of Instruction*”一書中的一段話，抓住了布魯納對教育目標看法的精神，首先他討論一些數學例子，然後下結論道：

最後，教育理論是從事於考慮到一課程，不只應該反映知識的本身——即某些特定的能力；同時應該反映學習者或知識獲得過程本質的事實。正由於我們的企圖和我們執行方式的優雅是同等重要，所以主題和做法之間的界線趨於不明顯。遊學於大學教授之間，且在權威鉅著之中，獲得一身學識，必然是早先許多智力訓練的結果，以這種規律來教導一個學生，並不是把結論堆積在他心中，而是讓他參與到建立這些知識的活動過程中。我們教一門科目，並不是往中產生許多與生活所需無關的堆棧，而是讓學生能自己進行數學式的思考，並能把已往的經驗應用到現在的事務中，能參與知識獲得的過程。因此，知識是過程，而非結果。

對同一論題，蓋聶的意見顯然不同：

顯然的，策略對問題解決（problem solving）是很重要的，不論問題的內容為何，某些作品認為，把教育目標定為解題訓練，未免對其重要性過於誇張。然而，正規的學校教學，不應該教學生如何思考嗎？如果有計畫的教授解題策略，難道不能使學生在以後任何狀況下產生更優越的解題能力嗎？雖然沒有人不同意上面說的這些目標，但卻極度懷疑這些目標真能在教給學生解題策略或思考模式之後達成嗎？即使這種策略、模式能教給學生（事實上也可以），它們並不供給個人任何基本的思考空間，而這種思考空間是產生知識的主要主題。知道一些解題策略並不是思考訓練完全的需求而已，甚至連基本的要求都不算，要成為一個高桿的解題者，個人必須要有一些結構嚴整的知識本質之了解，這些知識是由具有內涵的原則所構成，並非由學生自行發現的原則所可比擬的。

對布魯納而言，“知識是過程而非產品”；對蓋聶而言，“知識是由具有內涵的原則所構成，而非由學生自行發現的原則所可比擬的”。因此，雖然兩人都把知識的獲得奉為教育主要的目標，但對“知識”及“求知”的定義卻背道而馳，自然兩人對教學目標的尋求甚少雷同之處，這些看法的差異，在哲學上及心理學上的來緣，在本文稍後仍有討論。目前，請記住當兩種互相抵觸的方法；在尋求如此相對的兩種目標時，要從事教育比較的研究是極為困難的*。

*從1965年起，蓋聶稍微修正了自己的看法，目前他多少傾向於布魯納的意見，把過程或策略都看成重要目標，不過，他尚未對教學次序的角色性質、學生準備的本質、或者其他方面的論點改變看法。許多教育理論家仍擁護將產生某種特定行為視為教學目標的觀點，蓋聶早期的論說，仍可視為這一種門派反映的代表。

教學模式

在上面兩種相對理論中，隱含了所謂“發現學習法”意義上的一個不同點。對蓋聶而言，學習就是目標，而如何造就學習或培養能力就是教師工作的功用，可以經由發現法、指引法、實際操作法、訓練法、複習法來達成，焦點是放在學習上，而發現只不過是學習的方法之一，對布魯納而言，發現即是學習，學習的方法最重要。

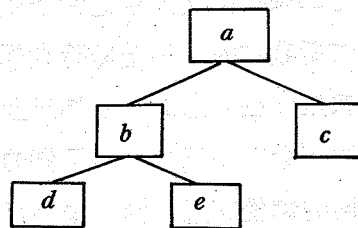
對蓋聶而言，教學計畫中，孩子們應細心地加以指引，他們操作計畫的實物，由教師有計畫的指引，（明明白白的一步一步的指引。）孩子也可以很主動，不見得是被動，他做事情、演算習題、解決問題，不過，步驟完全照計畫一步步進行（所謂“計畫”是廣義的，不見得只是一系列教材結構。

對布魯納而言，不必有很多的系統或次序預先設定好，雖然他並不是排除使用次序的可能。一般說來，布魯納堅持讓孩子自己操作實物，並自行討論，即使意見並不協調或有對立。其實他正期望由實物中建立本質的或意料外的不協調意見。大衛（Robert Davis）把老師引起學生這種反應時的這種行動稱為“布需工作”（torpedoing），他肯定一個孩子差不多知道這件事的前前後後時，才教這個孩子正式的想法，然後再提供孩子一個很大的反例，這就是布魯納常做的事。提出對立與不協調，使孩子因不滿足而試著經由某些發現來減除這種不平衡（發現就是認知的重組），這裡的發現可能是新的認知綜合，也可能是新的認知分類，皮亞傑也認為認知發展就是一連串不平衡和平衡的交互作用，面臨新狀況的孩子們不得平衡，必須適應自己以前的認知結構以求得新的平衡。

因此，對蓋聶而言，教學是一種平順的指引過程，其間有詳細建構的各階段目標；對布魯納而言；教學就像是乘坐遊樂園中的滑車一般，經過一陣陣的平衡與不平衡，直到所要的認知階段已經到達或被發現為止。

成熟度

由蓋聶提出的輔導學習的觀念之下，認為成熟度就是以往所學的內容能夠或不能表現的作用。當孩子能作 d 及 e 時，按理說能準備去做 b 了，在這之前就是尚未準備好。蓋聶不是注意遺傳上的發展



情況，如果5歲的小孩，對液體不論形狀體積固定的事實沒有觀念，並非由於心智未成熟，只是他尚沒有了解該事實所必經的先前經驗，只要他得到先前必須的經驗，他就能保有這種經驗。

對皮亞傑（及布魯納）而言，孩子本身就是發展中的有機體，經過各階段的認知層面，這些階段受生理發展的影響，多多少少和年齡有關，雖然在不同文化中，層次可能比別人提早到達，為確認——孩子是否準備充分去學一種觀念或原則，我們要先分析教材內容的結構，並和已知同年齡兒童的認知發展互相比較，如果是一致的就可以教，如果不一致，就不能教。

知道這兩派對成熟度的不同特性的看法之後，下面這句話，你要歸屬於那一派說的呢？“……任何科目都能以某種真實具體的型態，成功的教給任何發展階段的學童”雖然聽起來像蓋聶那一派的說法，你可知道其實是布魯納的名言，而且在同時，他還包括了一分關於皮亞傑觀點的廣泛討論的文章，基本上，他試著把皮亞傑的理論，轉成教育心理的理論。

很多人被上面的立場弄糊塗了，包括皮亞傑在內。最近一篇在美國發表的資料中，皮亞傑承認他不知道布魯納怎麼會說出這種話，而且是根據皮亞傑的實驗結果，如果布魯納那句話只是照字面來講，也就是說任何孩子都可以學任何事，並非事實，孩子說有很多事學不來，尤其在智力公正的條件之下。如果那句話看成一句教訓的名言，也就是說我們總有辦法把一件事情換個說法，重新組織一下，使它對應於某一個孩子智力功能的階段，再教給他，倒還說得過去。

我認為布魯納這句話的意思，是我們對預備狀態的舊觀念，傾向於引用皮亞傑式的理論，正如以前人們用了幾百年的盧梭（Rousseau）式之理論一樣。這些觀念既非明顯是對，也不至於荒謬反常，老的論調是：“孩子在你面前——一個發展中的有機體，發展有不變的順序，不變的日程，同時，也有許多重要的事情存在，不隨時間而變，獲得人們的尊敬，我們以這些重要事情為起點，看著孩子發展，在達到準備充分的適當時機灌輸給他。”我們現在來看看，這就是我們一般對成熟度的看法。我們可能讓學生做閱讀能力準備測驗，並且直到學生準備充分時，匆匆忙忙教給他們閱讀。新觀念認為這分測驗告訴我們的，不是何時教學生何時開始閱讀，而是為了讓學生進入完全成熟前，還必須做些什麼。過去，我們只坐待學生成熟完全才教他。布魯納建議我們修改自己對成熟度的觀念，不只包括孩子們的方面，而且包括要教的主要事物，而這些事物也經過層層不同的準備狀態，同一事物可以塑造成操作性的，也可以塑造成制動性的，或者是

偶像性的，甚至於最後符號性的。因此，布魯納推論出一種螺旋式（spiral）的課程。

皮亞傑自己似乎對許多新數學或科學課程中，反映出加速認知發展的企圖十分懷疑。在最近到美國的一次旅行中，皮亞傑評論道：

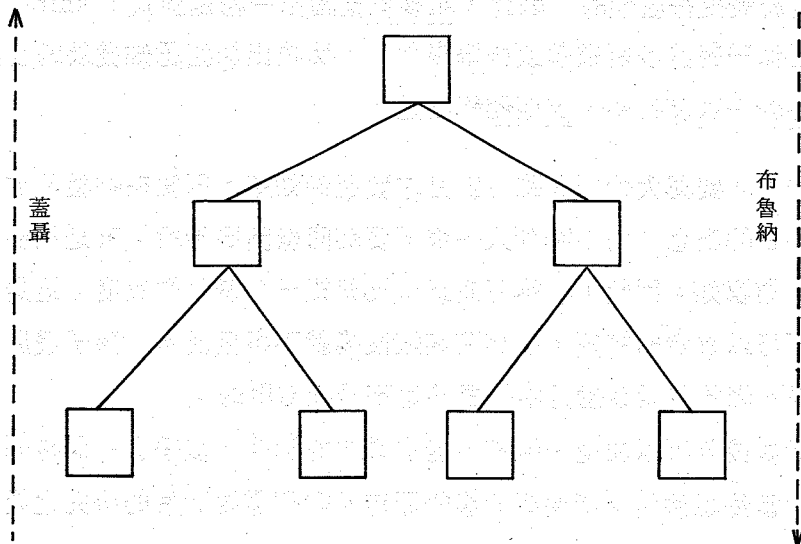
我們知道，嬰兒大約要 9 到 12 月才發展到知道，即使在物體前加一塊布幕，物體仍然存在的觀念，而小貓和人一樣，要經同樣發展階段，可是只要三個月即完成上面所說的認知。因此，小貓可說比小嬰兒提早 6 個月的程度。這是優點嗎？在某種意義下可以肯定的答覆，小貓到某階段後就不再發展。小孩子發展雖慢，但遠較小貓廣濶。因此我看 9 個月中的根基並不是沒有用的。

認知發展或許可以加速，但不可能有最快的加速，似乎有一個時間限制存在。而最短時間當然視個體及所要學的事物而定。我們需要大量的研究之後，才知最短時間到底大約多久。

皮亞傑戲稱“美國問題”的尚未解決之問題是實驗上的：經由蓋聶的步驟，能把皮亞傑主張的理論加速進行到什麼程度，是不是和蓋聶所說的順序性有一成不變的關連？在斯堪地那維亞（Scandinavia）半島上，由 Smedslund 教授引導的實驗正在進行。在英國則是由 Irving Sigel, Egon Mermelstein 領導，其他有很多人試著決定，如同液體保持體積之類的觀念建立步驟，可以加速到什麼程度。如果我要做一般的評估，我的結論是：一般說來，在此觀點之下，我對認為不能加速這方面給予高分，而對認為可以加速的一方則較低。不過，這類問題離解決之道還遠得很，需要很多有創意的嚐試，以加速認知發展，我們現在所有的方法還不夠，並且存在一個問題，就是這些實驗控制下的加速發展，對心理學理論真有實在的吸引力嗎？或者在教學理論上有重大應用嗎？——這裡沒地方來討論這問題。

課程的順序性

課程順序的應用，在這兩派的說法下大不相同。對蓋聶而言，學習最高階層是問題解決（problem solving），低階程則由事實（facts）、觀念（concepts）、原則（principles）等組成。顯然，對蓋聶而言，這種看法認為適當的學習順序是由下而上的，請參閱下圖。學生由簡單的預備知識向上一步一步的工作，依金字塔的型式，到達所尋求的複雜能力。



對布魯納而言，可用同樣的圖示，但箭頭的方向要改變他叫學生由問題解決開始。這個步驟有點像你爲了教人游泳，而先把他丟進深水中一樣。他的理論是認爲學生因需要自己會學到基本的概念或方法。我剛才比喻類似情形並不完全過分。在某些極端的發現教學法中，很多學生被我們錯過，而淹死在數學或科學之大海中。當你走入這種教法的極端時，就要冒一些淹死學生的危險。對蓋聶而言，學習的順序是由簡入繁；而對布魯納而言，學生由複雜處著手，並在處理複雜問題之中，學到簡單的概念。

我們不清楚布魯納贊同這種觀點，到底是因爲受他自己對學習本質所持觀念之影響，還是只單純考慮到動機問題的理由：孩子們面對一個不會解決的問題時，可以很快引起學習動機。相形之下，讓孩子們學一些給定的事物，然後向他們保證，只要學得好，三個星期後，就能解刺激的問題，就較不能引起動機。不過，布魯納顯然也認爲，以他的方式學習，可以增加學習遷移的能力。現在，我們就轉過來看看有關訓練遷移的一些討論。

訓練的遷移

爲了討論這兩種意見的學習心理理論，不管在那一種的理解型式之下，都需要比這裡所提出更多其他的注意事項。我們在此僅考慮一個觀念——就是訓練的遷移，這也許是在與學習有關的教育心理學中的中心觀念。

蓋聶認爲自己就是一個事物遷移的保存體。他說：“遷移發生的主因是出現完全相

同（或高度類似）於以往發展層次中，已知元素的現象。”在以前已學過的事件範圍之內，跟它有關連的觀念或原則，在新環境中可直接套用時，遷移就發生了。如果新環境有和以前學過的能力本質上不同的行為時，則轉移就不發生。

另一方面，布魯納主張廣義的訓練遷移理論，他相信我們在不同環境中，都可有實質的遷移。這種廣義的遷移，在個人能分別主體事物基本單純觀念或原則之結構時發生。這些觀念或原則如果學習良好，可以遷移到其他主體事物。不論在同一訓練系列或不同訓練系列中，他以保存或平衡觀念為例來說明，能不能利用已知的生態平衡來教經濟平衡，學生能看出兩者相似之處嗎？這又可以接著推廣到政治科學中的權利平衡，或是方程式兩邊的抵消原則？

對布魯納來說，更重要的是：這種廣義轉移學說，應用在知識獲得過程中——不論教解題策略也好，由學生自行發現也好，深具發揮餘地，替蓋聶的理論帶來很深的疑問感。這正是發現教學法是否真能賦予學生發現能力，即學生勝任廣泛探索能力發展的問題所在。

這方面討論所進行的實驗證據，到底說明什麼呢？結論也並不完全一致。我大致可以說，時常可見到輔導學習或老師加以解說的次序進行方式，比較能獲得即時學習的結論。至於長時期的記憶，結論就模稜兩可了。沒有一種方法一直是較佳者，當我們引用在新環境中，原則的轉移性為評判標準時，發現學習法似乎比較好，但是，比較缺乏一般的技巧或策略或自發性的發現方面，到底能不能經由發現教學法或其他方法中學得，而這些技巧、策略、發現又能遷移到其他不同工作上去。

為何以發現法學習原則時，較易於發生訓練遷移呢？遷移其實有兩種——正遷移及負遷移。正轉移是指學會X工作有助於學會Y工作；負遷移是指學會X工作可抑制學Y工作。正遷移對我們來說較為熟悉；負遷移的例子，例如棒球隊教球員所作的臨場指示或規誡時，教練會告訴球員，在棒球季中不要同時打高爾夫球，因為這兩種球類揮棒時，所用的肌肉和身體移動完全不同。要成為好的高爾夫球打者，就會干擾棒球的揮棒，以心理學術語來說，高爾夫球和棒球間有負遷移。

要產生正遷移就要減低干擾到最小程度。訓練遷移時，遷移的目標工作總與原來已學得的有相似之處，但也有相異之處。所以，遷移總是打破了在這種衝突本質上正遷移和負遷移的平衡性才發生。在發現法中，學習者較易得到遷移。因為當初沒有立刻完全學到某一事物。因此，他們可以學習一個原則被打破，而這正是未來發生遷移的關鍵要求。既然尚未學到某一原則的細節應用，又有什麼能干擾未來成功的遷移呢？

如果這種說法是對的，我們恐怕永遠找不到既能廣泛遷移，又能得到很多特定學習的產品。因為我們在封閉系統中討論問題。在學習和遷移之間，必須做一選擇。如果一開始學習就非常完善的程度之下，遷移受限制，教師可能必須決定，兩者何為重要——是立即的特定產品呢？還是廣泛的遷移？——並以此選擇為基礎來決定其後的教法。這是一種悲觀的看法，我但願將來的研究能證實這是不真的。

綜合或選擇

我們必須永遠把發現教法和解說輔導教學法看成相對的兩種方法嗎？或者是拋開異教徒的眼光，把這兩種方法處理成一個數學或科學教育者，教法寶庫中相輔相成的二頁？

杜威（John Dewey）每當面臨兩種各自強有力說明之論點的爭論時，總抱懷疑態度，雙方各說對方完全錯誤，以往的例子在他的專題論文 *Experience and Education* 中提到，傳統教育及革新教育的對立爭論。杜威告訴我們，每當我們來到這種爭論之前，我們必須注意每一論點可能都由顯明的半真實事物所支持著，而這種半真實事物又披著整件教育哲學的外衣，也就是說，常常一個好主意，如果被支持著，堅持用到它的適當討論範圍之外的話，就變得很薄弱。

單為一位教學者，你會發現要分辨這些不同理論各自在什麼條件下，可以做最大收穫的應用是很重要的一件事。首先，你必須檢討你訂定目標的本質。這裡所講的爭論，一半以上不是起因於到底何者在心理學上為較好的這一方面，而是起因於評估性的哲學判斷這一方面。選定一組目標之後，可能支持蓋聶的這一派有明顯的優勢；但換成另一組目標之後，又可毫無疑問看出布魯納這一派的論點比蓋聶強。

但是仍有其他問題存在，學習者的年齡及人格特質也要考慮，即使所有條件相同，有一些孩子不能突破發現經驗中的混淆之處。我們都知道這一點，有人喜歡聽組織嚴明的講演，以便做系統性的筆記；也有人卻喜歡自由流暢的雜談。每個人都認為在自己喜歡的情境下學習比其他人在他們喜歡的情境下學習，收穫來得更多。在學習方式上的個別差異是決定對一個小孩用不同教法中那一個最有效的要件。

可是這卻是一般教師在安排課程時，完全不考慮的一點，而且似乎有充分理由。例如到目前為止，我們沒有什麼有效方法去測量個人的學習態度。如果能夠的話，我們就有了有力的診斷工具。主題也好，目標也好，孩子的特性也好，教師的特性也好，都包括在這個教育判斷之中，有些老師進行發現式教學步驟的熱忱，還不如上夜總會跳舞的熱

忱高。

同時似乎也有中間路線，在研究發現教學法的許多實驗中，有一種稱為輔導式發現（guided discovery）的方法曾被應用。在輔導發現中，主題被沿著一條特定路線引導下來，而在其間，要求學生自己去發現規則或解法。他們在細心計畫的方式下得到提示，但原則或問題解決的真正敘述留給他們自己。很多好老師仔細計畫過的問答式談話就構成上述的輔導式發現，老師仔細領著學生經過一系列的陷阱，而學生必須解救自己。

在已發表的研究中，輔導發現法在立即學習方面和以後遷移方向，一般都反應良好。或許這個步驟使我們能把布魯納發現的滑車，放入適當的蓋聶階段輔導的軌道內。

因此，早先提到發現學習法和輔導學習法何者較好的問題，現在可以用更功能性或語詞性的話重述如下：如果這兩種步驟交替、混合應用或綜合起來實施，在什麼條件下最適當？答案的提出應該要先對人類學習原則有充分了解，我們到那裡找這類原則呢？

學習理論以及數學、科學課程

學習心理學正快速發展，終至能對課程設計及教學實務提供頗具意義的應用。小孩子和小老鼠同樣常被做為研究對象，教室也像迷宮一樣常被使用。對低等動物的研究，對驗證一些極基本、極廣泛的學習原則極為有用。這些原則可以用在任何組織良好，由原生質組成的小生物上。可是對我們所關心的人類教學實務來說，要轉用這些原則，只有少部分能採納。現在，一種發展中，基於實驗的人類學習心理學可以提供極大的承諾。不過，並不能立刻轉用到數學或科學教學心理上，數學或科學教師切不可造成目前一般讀書人已造成，且繼續製造的錯誤。閱讀教學心理學之所以在過去二十五年間沒有重要進展，是因為讀書人堅持做一個借閱人。在語言學上發生了新變化，在三年之間，一系列關於語言閱讀的書已被搶購一空。那是一種觀念的走私，認為從一個領域直接放進另一個領域，不必經由中間的實驗及研討步驟。

數學與科學教育如果犯同樣的錯誤是極危險的，尤其是關於皮亞傑和布魯納的工作。現在所需要的是經仔細發展且以實驗為基礎的數學及科學學習心理學。當然應該由已知一般學習心理學中產生，卻必須以你自己、你的學生、以及你那些對數學及科學教育研究實驗有興趣的同事為準。這些實驗是指某種特定的觀念，如何在特定環境中被特定的學生吸引。如果現在某些事實能夠說已知對數學及科學教育成立，恐怕就是幾乎沒有什麼在理論上豐富的訓練法或聰明的好主意產生。不過，我們必須嚴肅考慮蘇俄心理學

家巴夫洛夫 (Iran Pavlov) 的告誡，他告訴他的學生下面這段話：

主意及理論就像鳥的雙翅，它們使人類高攀上天，但事實卻像雙翅必須拍擊大氣一般，沒有大氣存在，高攀的鳥必然墜回大地。

(本文譯自：Lee S. Shulman, "Psychological Controversies in the Teaching of Science and Mathematics." From the Science Teacher, September, 1968)