

# 教師——學生——電腦的交互作用： 加強教師效率的應用<sup>(註1)</sup>

Nira Hativa 著

黃敏晃

國立臺灣大學數學系

譯

愈崇沁

臺灣省國民學校教師研習會數學小組

目前在學校裡所使用的電腦輔助教學軟體，都是為個別學生在一個電腦終端機上使用的目的而設計的。但是，教師仍然是學生學習時不能被取代的最佳教學資源。因此，教師不能淪為電腦教學的助手，而應該反過來，把電腦當作教師在提升教學品質時的一項有效工具。事實上，電腦的許多功能可用來幫助教師把一些數學教材表達得更生動，更清楚。

為此目的而發展出來的，或正在發展階段的電腦教學軟體，有下列幾種不同的型態：

- **概念的圖解：**譬如說，教師在說明由微分得到的導函數 ( derivative function )，可以利用軟體程式在坐標平面上描點，由原函數各點的切線斜率的數值，連接成一條連續曲線，以表達得到的導函數。

- **概念的數值分析：**譬如說，教師在說明極限 ( limit ) 過程時，可以利用電腦快速的計算能力，並印出計算結果，以顯示所得數值向某極限趨近的情形。

- **實驗：**譬如說，教師在說明函數的圖形時，可利用電腦顯示圖像的功能，表達函數上運作的影響，如從 $f(x)$ 的圖，變成 $f(x)+5$ ， $f(x)-2$ ， $f(x+5)$ 或 $f(x-2)$ ，甚至於 $5f(x)$ ， $\frac{1}{2}f(x)$ ， $f(5x)$ ，或 $f(\frac{1}{2}x)$ 的圖示，都是電腦能勝任愉快的。

本文提出一種新的方法來設計並使用電腦教學軟體，即把它當作在數學的教學活動

---

(註1) 本文取材自美國數學教育協會 (NCTM) 所出版的1984年 year book, Computers in Mathematics Education, P. 89~96 ——譯者。

中，能引起教師、學生與電腦這三者交互作用的教學工具。這類的電腦教學軟體，能減輕教師課前準備工作的負擔，加強教師對新數學教材的表達能力，並鼓勵教師採用更有效的教學策略。下面，我們以一個具體的電腦教學軟體實例“平行四邊形”，來說明這種教學模式。

## 平行四邊形的介紹

### 本單元的特點

本單元的設計特別重視有效的表達 (presentation)，以及學生與電腦螢幕上的畫面和教師三者間的交互作用 (interaction)。特點分列如下：

- 程式經常暫停，這使教師有機會利用這段時間補充或加強教材，提出適當的問題來引起討論。這類問題或出現在螢幕上，或在教師手冊列出。在討論告一段落時，教師也有時間把一些教材的要點寫在黑板上，諸如定義、定理或一些反例，他甚至於可利用這段時間，導出一些定理的證明。

- 本單元按照教材層疊架構的順序，由淺入深地安排教材出現的步驟，所以學生能完全明瞭此一新教材。

- 本單元的電腦程式有足夠的彈性，使教師能以合乎自己教學風格的方式呈現教材，並能兼顧到學生的學習速度。教師可叫電腦重覆或省略一些教材，重新安排教材架構，增刪或取代原先出現在螢幕上的問題，加速或減慢教材呈現的速度。他們可以加上補充的資料，列入定理的證明等。但我們鼓勵教師採用軟體程式原先的安排順序，以得到最佳的教學效果。

- 本單元的設計大量地使用了彩色的生動畫面，使學生對新教材有深刻的直覺印象，並以這種方式來加強新概念的實際應用。這種設計方式也能提升學生的學習動機。

- 特殊的音響效果貫穿了整個軟體。這些音響效果與電動玩具遊戲所使用的是一樣刺激的。這些音響效果是由本軟體的程式設計師（一位十來歲的青年）所提供的。他認為這些音響效果會使他同年齡群的學生，與他一樣感到刺激，而更能投入教學活動中。但教師若覺得這些音響效果太吵雜，也可將它消除。

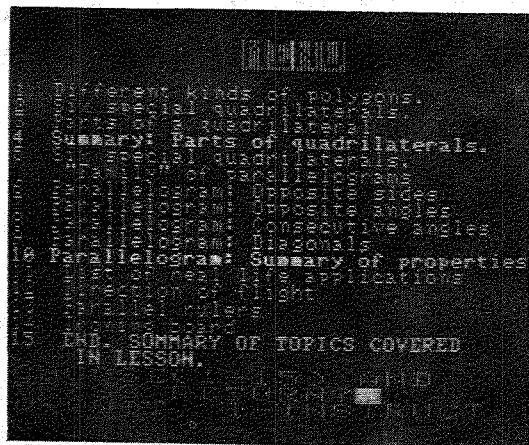
- 本單元的程式使用起來很方便，並不需要教師具備任何程式設計的能力。

- 螢幕上呈現的圖形與字母都很大，即使從教室的後面都應該能看得清楚。只有專供教師看的資料，是用小號字出現的。

• 其他的特點包含：必要資料的檢討、發展性的後續教材架構的說明、從某一題材轉換到另一題材時也很自然順暢、關鍵性概念的重覆、時常作歸納總結、很多基本問題可讓每個學生都有機會正確地答題、立即的回饋、實際生活上的應用等，都會使學生覺得此項教材是他生活經驗中不可或缺的知識。

## 程式的使用

本單元分成四個階段，即多邊形、四邊形、平行四邊形與實際生活的應用（見下圖）。很遺憾在本文展示出來的圖片必須是黑的，以致無法看出彩色的設計效果。



### 節目單

1. 不同的多邊形。
  2. 六個特別的四邊形。
  3. 四邊形的構成要素。
  4. 總結歸納：四邊形的構成要素。
  5. 六個特別的四邊形，平行四邊形家族。
  6. 平行四邊形：對邊。
  7. 平行四邊形：對角。
  8. 平行四邊形：鄰角。
  9. 平行四邊形：對角綫。
  10. 總結歸納：平行四邊形的性質。
  11. 實際生活應用的選目。
  12. 飛機航向的選擇。
  13. 航海中的平行尺。
  14. 燙板的設計。
  15. 總結歸納：結束。
- 選擇一個號碼，並按Return鍵？ \_\_\_\_\_

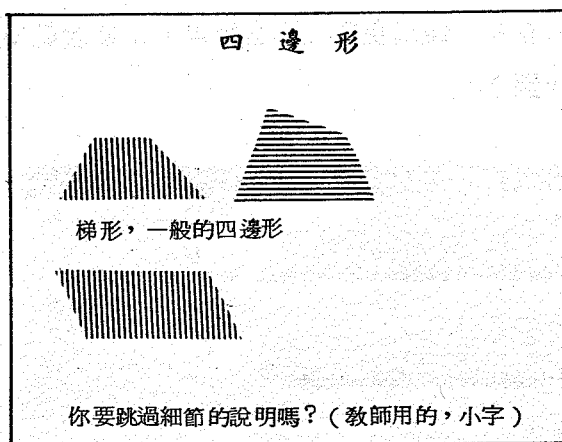
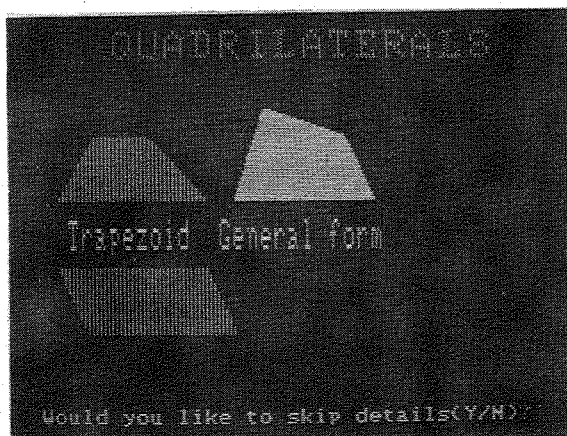
## 多邊形

當標題“多邊形”出現在電腦螢幕上時，教師可問全班學生，他們知道那些多邊形的名稱，在日常生活中在那些事物上出現，他們如何定義一個多邊形。當教師按下Return鍵之後，一些多邊形會一個接一個的出現在螢幕上。每個多邊形出現後，程式會暫停，讓教師有時間問學生此多邊形的名稱（如三角形、四邊形、五邊形等）。最後出現一行字說：“下面討論的主題是四邊形”，而把討論由多邊形的大家族，轉到其中的一個小家族——四邊形。

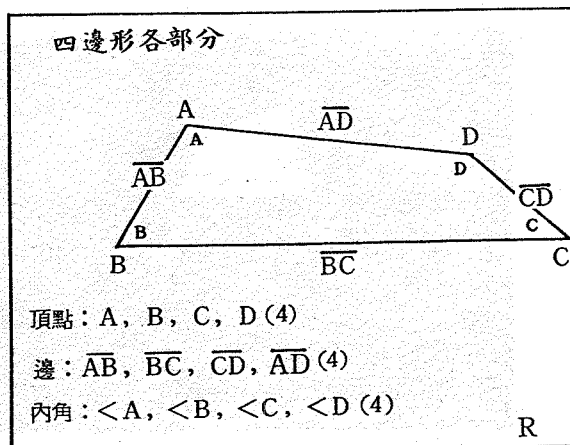
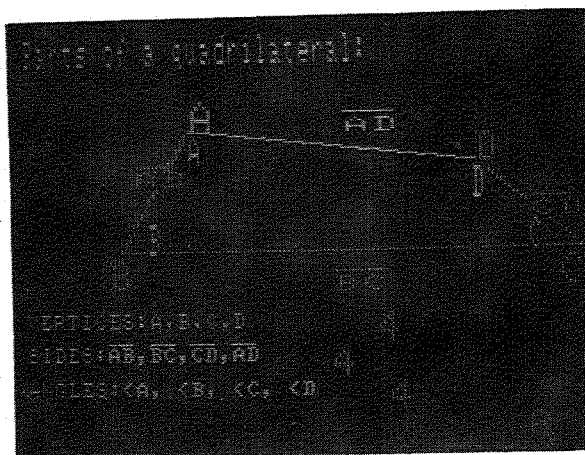
## 四邊形

師生共同討論一些特別的四邊形的名稱，及它們在日常生活中的那些事物上出現。

其次，在教師的按鍵下，五個特殊的四邊形（即梯形、平行四邊形、長方形、菱形及正方形，見下圖），及一個比較一般的正方形會一個一個的出現在電腦螢幕上。在每個圖形出現之後，教師有時間問學生這些四邊形的名稱，然後再讓這些名稱出現在螢幕上。

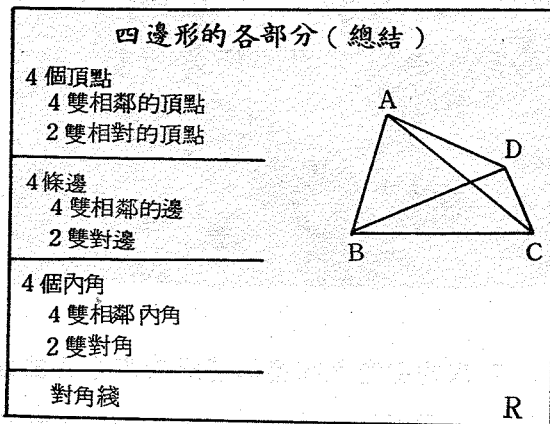
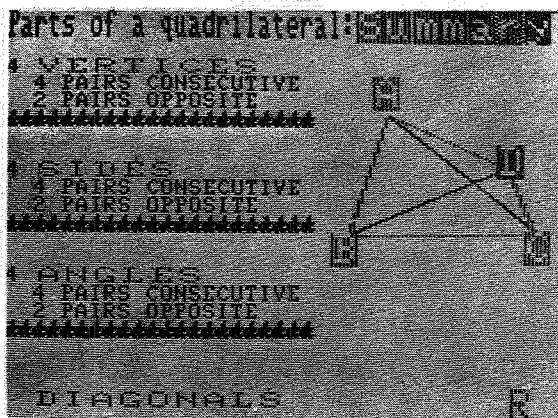


其次的主題是四邊形構成要素（各部分）的名稱、定義、及其表示法（見下圖）：頂點，內角與邊（鄰邊、對邊、鄰角、對角），及其對角線。此部分之所以重要，在於平常上課時，教師常忽略這些東西。教師常認為這些東西太簡單了，不值得教。但是，即使是像這樣單純的東西，有些學生也是要教過才會懂的。在本單元的設計中，我們用生動的畫面表達方式來處理這些教材。譬如說，當“對邊”這兩個字出現在電腦螢幕上時，這個名詞後面會出現“(Z)”這樣的記號，來暗示學生一個四邊形中有兩雙對邊。此時，畫面暫停，使師生有機會共同討論對邊的定義及指出圖中四邊形的兩雙對邊。原來

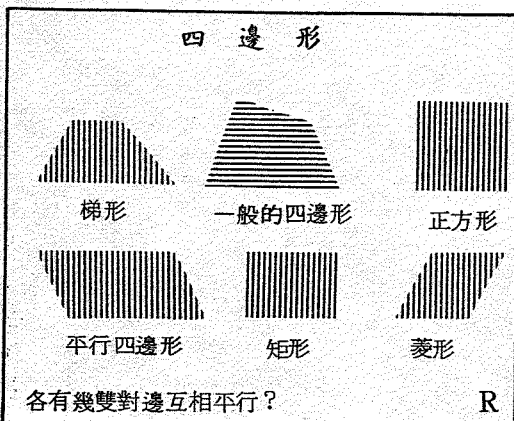
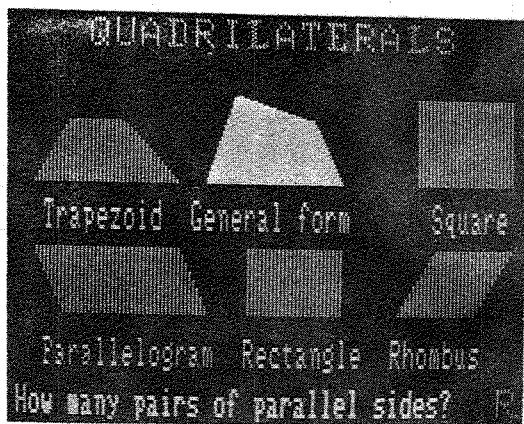


的圖形在螢幕上出現時，四邊形的每邊都以不同顏色的線條表達。但此時，在教師按下 Return 鍵之後，對邊的颜色變成一樣（兩雙用兩種不同颜色），而且一對一雙的閃動，然後再回到原來的颜色。

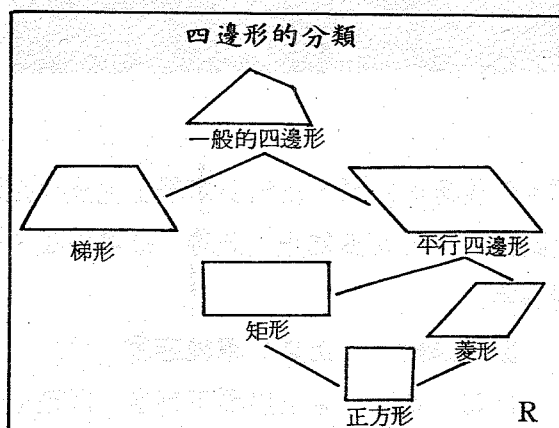
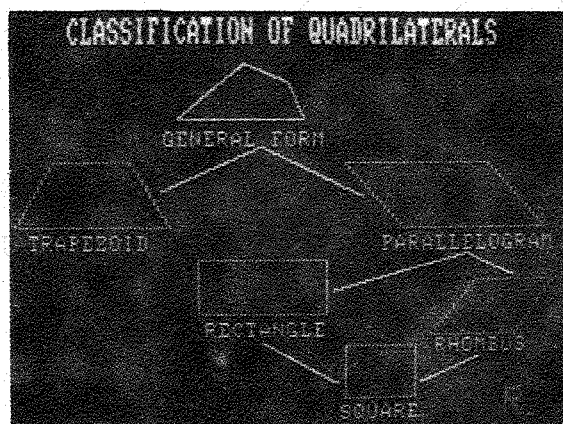
爲了總結這個主題，所有有關四邊形的定義與性質，會一條條的出現在螢幕上，而且在每一條出現前畫面會暫停，以便教師要求學生把此條用口頭的方式先行說出來（見下圖）。



爲了使討論的主題由一般的四邊形，順利的轉換到平行四邊形起見，六種四邊形的圖形會再度出現在電腦螢幕上。此時，它們會一起出現，教師可以要學生在圖上指出每個四邊形中，各有幾雙平行的對邊（見下圖）：0 對、1 對或 2 對。在討論之後，教師按鍵，則每個四邊形中的平行對邊的雙數，就會出現在各圖形上。此時，教師介紹平行



四邊形的定義（有兩雙對邊平行的四邊形），並指出此定義對長方形、菱形、以及正方形都適用的，所以這些圖形也都是平行四邊形。但是，梯形及一般的四邊形則不滿足定義中的條件，故不是平行四邊形。然後這六個四邊形的位置經過了一番重組，而呈現了下图形式的“家族樹”（family tree）。這個活動的目的，在於明示這些四邊形之間的包含關係，並在學生進入下一個討論主題（特殊的平行四邊形：矩形、菱形及正方形）之前，稍作準備。



## 平行四邊形

在這個部分，我們介紹了平行四邊形的四個定理。由於每個定理的發展過程都同樣的經過四個階段，所以本文只以下列定理的處理過程來加以說明。

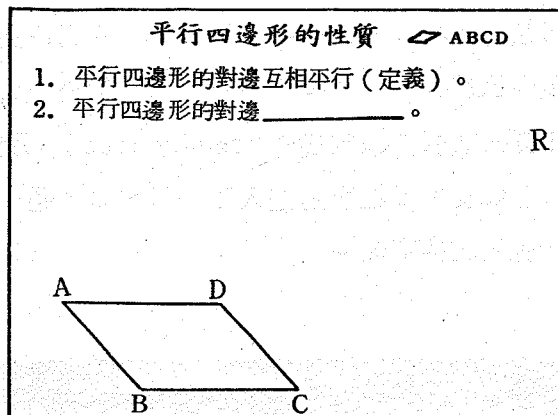
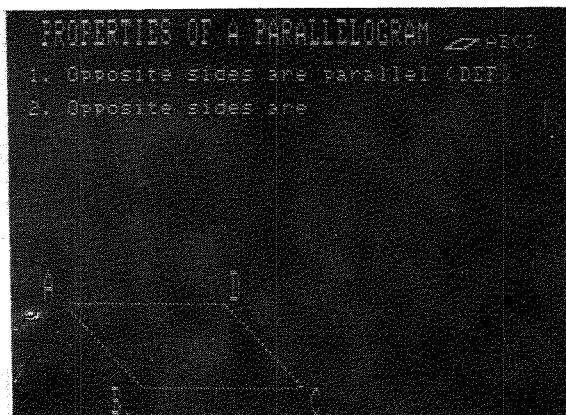
**定理：**平行四邊形的對邊等長。

### 第一階段：要求學生先猜這個定理的結果

在電腦螢幕上出現有關平行四邊形對邊的性質，第一條列出定義：平行四邊形的對邊互相平行。然後出現第二條：平行四邊形的對邊\_\_\_\_\_。畫面停頓（見下圖），教師要求學生提出平行四邊形的對邊可能還滿足怎樣的條件。經過討論後，不管學生是否能完成此定理的敘述，在教師按鍵之下，生動的圖形畫面展示就呈現出來，而進入了第二階段。

### 第二階段：生動的畫面展示，使提供學生對此定理的正確性能產生直觀認定

此時，螢幕上平行四邊形的某一雙對邊，變成了同顏色，然後其中一邊在其兩鄰邊之間平行移動到其對邊，而與其對邊重合。相同的動畫，對另一雙對邊也重覆的出現一



遍。然後畫面停頓，教師要求學生完成此定理的正確敘述。動畫可以一再重複，直到學生說出正確的答案為止。此時，教師按鍵，螢幕上的第二條性質完整的列出：四邊形的對邊等長。

### 第三階段：此定理的單純應用

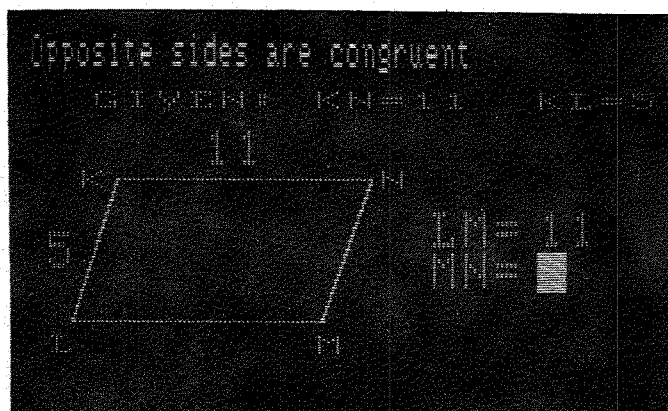
此時，電腦螢幕上出現下列字，問教師“你要本定理的單純應用嗎？（是／否）”。如果教師選擇“否”，則程式跳到下一階段。如果教師選擇“是”，則程式提供一個單純的應用如下：此定理之敘述先完整地出現在螢幕上，一個平行四邊形的圖形同時出現，此平行四邊形兩鄰邊的長也一併給出來，要求學生回答此平行四邊形另兩邊的長是多少？（如下圖）當學生回答後，教師有兩種選擇。他可選擇叫學生實地測量以驗證答案，或把學生的答案由鍵盤輸入電腦，讓電腦檢查學生的答案是否正確。當錯誤的答案輸入時，螢幕出現“再試一次”的字句。三次錯誤的答案輸入後，電腦才會把正確的答案顯示出來。（註2）。

### 第四階段：此定理的形式證明之提示

電腦螢幕問教師：“你要形式證明的提示嗎？（是／否）”。如果教師選擇“是”，一個平行四邊形 ABCD 的圖形，連同此定理的敘述，會出現在螢幕上。教師在黑板上畫出相似的平行四邊形，並問學生如何進行定理的證明。若學生都無法提出適當的答案，

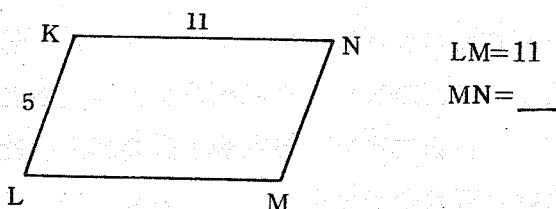
---

（註2）此活動雖然是單純的應用，但另有一層目的，就是對此定理的操作型驗證。尤其是對國中學生，正介於具體操作期與形式操作期的過度期間。在要他們理解形式化的定理之前，最好有這種預備性的活動——譯者。



### 平行四邊形的對邊等長

若已知平行四邊形兩邊的長為  $KN=11$   $KL=5$



教師按鍵讓電腦螢幕顯示下列的提示：在圖中出現了對角綫AC（使平行四邊形分割成兩個全等的三角形）。若需要第二層的提示，則 $\overline{AC}$ 與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 所成的內錯角 $\angle BAC$ 與 $\angle DCA$ 會出現相同的顏色（暗示他們相等）。第三層的提示是 $\angle DAC$ 與 $\angle BCA$ 出現相同的顏色。當本定理之形式證明的過程發展出來之後，教師可在全班學生的協助下，在黑板上寫出證明的全部細節。

本單元所含蓋的另三個定理，其發展過程與上述定理相彷彿。此三個定理是(1)平行四邊形的對角相等，(2)平行四邊形的鄰角互補，(3)平行四邊形的兩對角綫互相平分。最後，電腦螢幕會出現對平行四邊形的這些性質的總結字幕。同樣的，每條列出時總先有空格出現，先讓學生口頭完成定理（或性質）的敘述，教師再按鍵顯示完整之定理。

## 實際生活上的應用

在此部分，我們提供了平行四邊形的三項應用如下：飛機航向的選擇、航海學中所用的平行尺、以及燙板的結構設計。這三者都是平行四邊形在真實生活中的實質應用。讓我們把第一項應用的情形概述如下：

電腦螢幕出現一架飛機水平（平行於地面）飛行，然後一陣風吹歪了飛機的飛行方向。動畫停頓，教師問學生“這陣風會使飛機方向如何改變？”教師可在黑板上畫出有向綫段，來代表飛機及風的方向及速度（綫段長度代表速度），並指名一些學生估計在這陣風影響下，飛機之飛行方向。在一段討論之後，教師按鍵顯示力的合成的平行四邊形圖示（代表飛機及風的速率與方向的兩條有向綫段，分別為此平行四邊形之相鄰兩邊，且有向綫段之起點相同），以說明（上述兩有向綫段所夾之）對角綫為飛機在風力影響下的航行方向。教師可以加上一些細節的說明，並補充其他力的合成實例讓學生練習。

在本程式的最後，再度列出本教學軟體所表現的教材目錄，然後結束。

目前學校裡所使用的教學軟體的設計，都只顧及學生與電腦之間的交互作用，而且每個學生或每對學生都需要一整套的系統（微電腦，螢幕加上軟體）。但本文所介紹的軟體型態，則只要一套系統就可供全班使用，而且使教師、學生及電腦這三者之間產生交互作用。當然，這類軟體也可供個別學生單獨使用，尤其是當學生因故未上課，或程度趕不上的學生，甚至於學生在考試前複習也可使用。著者深信這類的教學軟體，對數學的教與學，可提供莫大的助益。

## 參考文獻

1. Fletcher, T. J. "The Teaching of Geometry: Present Problems and Future Aims." *Educational Studies in Mathematics* 3 (1971): 396-404.
2. Hoffer, Alan. "Geometry Is More Than Proof." *Mathematics Teacher* 74 (January 1981): 11-18.