

鐵絲彈簧伸長量與變因關係的研究

陳淑吟 臺北縣立明志國中

李境和 國立清華大學核工系

摘 要

以力學平衡及材料儲存能量原理，導出彈簧在彈性限度內，其伸長量（ $\Delta \ell$ ）與彈簧原長度（ ℓ ）成正比；與彈簧直徑的立方（ D^3 ）成正比；與材料截面積的平方（ A^2 ）成反比；與單位長度的圈數（ n ）成正比。

在理論推導的過程中，亦可以得知①彈簧伸長形變主要是以彈簧材料的扭轉形變來儲存能量；②由材料的虎克定律可以導出彈簧的虎克定律。

製作各類彈簧，再以實驗的去負載法（Unloading Method）求出彈簧常數 k 。在定拉力 F ，彈簧常數與伸長量成反比，再以控制變因的法則，驗證理論的正確性。

一、引 言

在教到「彈性的認識」那章中，我曾遇到一個問題：彈簧直徑愈大，伸長量該如何變化？兩者之間有什麼關係呢？各位國中物理教師，是否亦曾遭遇到此類似的問題？直覺上，我們知道：彈簧做得愈粗，愈容易拉伸，也就是直徑愈大，其伸長量應愈大，但兩者的關係又是如何呢？爲了深入了解，讓我們以理論，及實驗的方法來加以探討。

在未探討之前，我們先分析一下，影響彈簧伸長量的因素有那些呢？直覺上可歸納

爲：(1)彈簧長度，(2)彈簧直徑，(3)彈簧材料，(4)彈簧圈數的疏密度，(5)彈簧材料的粗細。但爲了作實驗方便起見，我們只選擇了以鐵絲作爲彈簧材料，再配合控制變因的法則，對各種變因加以研究。

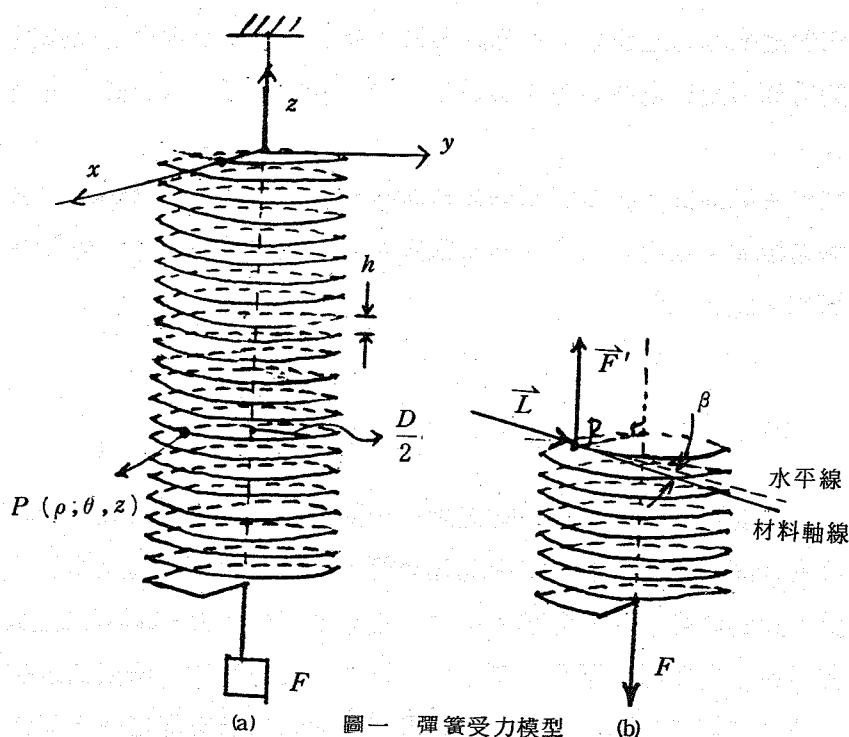
二、理論推導

設有一彈簧共有 N 圈，彈簧直徑爲 D ，彈簧重量爲 W ，彈簧材料的截面積爲 A ，一端掛於天花板，另一端掛重物 F ，達平衡時，相鄰兩圈材料的距離爲 h ，如圖一(a)所示，若以圓柱坐標 (ρ, θ, z) 來表示該彈簧鐵絲內軸線上的任一點，則 $\rho = D/2$ ； $\theta = 2\pi t$ ； $z = -ht$ ， $0 \leq t \leq N$ 。

在此彈簧體上任取一動點 $P(D/2, 2\pi t, -ht)$ 處截爲兩段，下部份如圖一(b)所示，依靜力學¹平衡的原理，在 P 點處，彈簧上部份對下部份的作用應有一往上的力

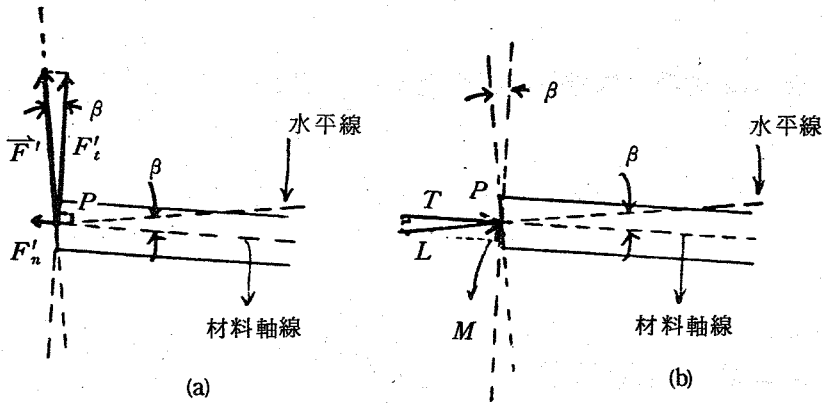
$$\vec{F}', \text{ 及有一力矩 } \vec{L}, \text{ 則 } \vec{F}' = (F + W - \frac{t}{N} W) \vec{i}_z, L = -\frac{D}{2} \vec{i}_\rho \times \vec{F}' = \frac{D}{2}$$

$(F + W - \frac{t}{N} W) \vec{i}_\theta$ ，其中 $\vec{i}_z, \vec{i}_\rho, \vec{i}_\theta$ 分別爲 z, ρ, θ 方向上的單位向量。然



圖一 彈簧受力模型

而彈簧材料的軸線與水平面並不平行，而有一斜角 β ，且 $\tan \beta = \frac{h}{\pi D}$ ，將 P 點處放大，如圖二所示。而內力 $\vec{F}'$ ， $\vec{L}$ 可分別沿材料軸線分解為 F'_n ， T ；及沿垂直於軸線的方向分解為 F'_t 與 M ，如圖二(a)，(b)所示，則 $F'_n = F' \sin \beta$ ， $F'_t = F' \cos \beta$ ； $T = L \cos \beta$ ， $M = L \sin \beta$ 。



圖二 彈簧材料內力的分解

依材料力學的原理知： F'_n 為張力 (Tension) 會使材料產生伸長形變，所儲存的能量設為 $U_{\text{張}}$ ； F'_t 為剪力 (Shear Force) 會使材料產生切變形變，所儲存的能量設為 $U_{\text{剪}}$ ； T 為扭轉力矩 (Torsion) 會使材料產生扭轉形變，所儲存的能量設為 $U_{\text{扭}}$ ； M 為彎曲力矩 (Bending Moment) 會使材料產生彎曲形變，所儲存的能量設為 $U_{\text{彎}}$ 。因為 β 很小，所以 $F'_n \ll F'_t$ ， $M \ll T$ ，故 $U_{\text{張}}$ ， $U_{\text{彎}}$ 可略。在彈性限度內，依材料力學² 能量儲存原理知

$$U_{\text{剪}} = \int \frac{F_t'^2}{2GA^2} dV' = \int \frac{F_t'^2}{2GA^2} = Adl' = \frac{(1+\nu)\cos^2 \beta}{EA} \int F'^2 dl' \dots\dots(1)$$

$$U_{\text{扭}} = \int \frac{T^2}{2GJ} dl' = \frac{(1+\nu)\cos^2 \beta D^2}{4EJ} \int F'^2 dl' = \frac{(1+\nu)\cos^2 \beta \pi D^2}{2EA^2} \int F'^2 dl' \dots\dots(2)$$

(1)、(2)式中的 ν ， E ， G ， J 分別為彈簧材料的泊松比值 (Poisson's Ratio)，彈性係數 (Modulus of Elasticity)，剛性係數 (Modulus of Rigidity)，極轉動慣量 (Polar Moment of Inertia)，所以總儲存能量

$$U_{\text{總}} \cong U_{\text{剪}} + U_{\text{扭}} = \frac{(1+\nu)\pi D^2 \cos^2 \beta}{2EA^2} \int F'^2 dl' \left[\frac{A}{\pi D^2/2} + 1 \right]$$

因材料的截面積 A 遠小於彈簧的截面積 $\pi D^2/4$ ，所以 $\frac{A}{\pi D^2/2} < \frac{A}{\pi D^2/4} \ll 1$ ，故

$U_{\text{剪}}$ 可略， $U_{\text{總}} \cong U_{\text{扭}}$ 。可見彈簧伸長形變主要是以材料的扭轉形變來儲存能量。

然而彈簧體形變的靜準平衡是由於慢慢加掛重物所產生的，設重物加至 F 時，其伸長量為 $\Delta \ell$ ，則所作的功為 $\frac{1}{2} F \Delta \ell$ ；而其重心降了 $\frac{1}{2} \Delta \ell$ ，所以彈簧由於本身重量受重力作了 $W \cdot \frac{1}{2} \Delta \ell$ 的功。依能量不減原理知 $\frac{1}{2} F \Delta \ell + W \frac{1}{2} \Delta \ell = U_{\text{總}} \cong U_{\text{扭}}$ ，

所以伸長量

$$\begin{aligned} \Delta \ell &= \frac{2U_{\text{總}}}{F+W} \\ &\cong \frac{(1+\nu)\pi D^2}{EA^2(F+W)} \cdot \frac{\pi^2 D^2}{(h^2 + \pi^2 D^2)} \int_0^N \left(F+W + \frac{t}{N}W \right)^2 (h^2 + \pi^2 D^2)^{1/2} dt \\ &\cong \frac{(1+\nu)\pi^3 D^4 N \left(F^2 + FW + \frac{W^2}{3} \right)}{EA^2(F+W)(h^2 + \pi^2 D^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

又因為 $\pi D \gg h$ ，所以

$$\Delta \ell \cong \frac{(1+\nu)\pi^2 D^3 N}{EA^2} \cdot \frac{F^2 + FW + \frac{W^2}{3}}{F+W} \dots\dots\dots(3)$$

在尚未掛重物時 ($F=0$)，彈簧本身的重量亦產生了形變，設為起始形變 $\Delta \ell_{\text{始}}$ ，

則 $\Delta \ell_{\text{始}} \cong \frac{(1+\nu)\pi^2 D^3 N}{EA^2} \cdot \frac{W}{3}$ 。在作實驗時，是以產生起始形變後的總長當作原長，所

以彈簧的伸長量應修正為：

$$\begin{aligned} \Delta \ell &\cong \frac{(1+\nu)\pi^2 D^3 N}{EA^2} \cdot \frac{F^2 + FW + \frac{W^2}{3}}{F+W} - \Delta \ell_{\text{始}} \\ &\cong \frac{(1+\nu)\pi^2 D^3 N}{EA^2} \cdot \left[\frac{F^2 + FW + \frac{W^2}{3}}{F+W} - \frac{W}{3} \right] \\ &\cong \frac{(1+\nu)\pi^2 D^3 N}{EA^2} \cdot \frac{F \left(F + \frac{2}{3}W \right)}{F+W} \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

若彈簧重量 $W \ll F$ ，或不予考慮時，

$$\Delta \ell \cong \frac{(1+\nu) \pi^2 D^3 N}{EA^2} F \dots\dots\dots(5)$$

N 為彈簧總圈數，可以以彈簧原長 ℓ 乘以單位長度的圈數 n 來表示，所以

$$\Delta \ell \cong \frac{(1+\nu) \pi^2 D^3 n \ell}{EA^2} F \dots\dots\dots(6)$$

由於(1)、(2)式中形變所儲存能量公式是假設材料在彈性限度內，所以(4)、(5)、(6)式也應在彈性限度內方成立。由(6)式中知：彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ ①與彈簧原長度 ℓ 成正比；與單位長度的圈數 n 成正比；③與彈簧直徑的立方 D^3 成正比；④與彈簧材料截面積的平方 A^2 成反比；⑤與彈簧材料的彈性係數 E 成反比；⑥與彈簧材料的泊以松比值 ν 成正比；⑦與所受的力 F 成正比。

由於彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ 在彈性限度內與所受的外力 F 成正比，此即為彈簧的虎克定律 $F = k \Delta \ell$ 。因此我們導出了彈簧的虎克定律，並可由(6)式得知彈簧常數

$$k = \frac{EA^2}{(1+\nu) \pi^2 D^3 n \ell} \dots\dots\dots(7)$$

三、實驗過程

3-1 實驗器材：

- ① 鐵絲兩捲（直徑分別為 0.70 mm 及 0.85 mm），
- ② 游標尺 1 支
- ③ 上皿天平一台
- ④ 砝碼（20g ~ 15 個，10g ~ 40 個）
- ⑤ 試管夾、塑膠管、銅棒、鐵棒（直徑分別為 11.30 mm，22.00 mm，8.00 mm，9.65 mm）
- ⑥ 有刻度的支架

3-2 彈簧的製作：

分別取直徑 0.70 mm，0.85 mm 的鐵絲均勻地捲繞在試管夾、塑膠管、銅棒、鐵

棒上作成各種不同規格的彈簧³，爲了便於控制變因方法的進行，將彈簧分類爲A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K類，列於表一。

3-3 實驗步驟：

1. 將製作好的彈簧掛於附有刻度的支架上，記錄指標所指的位置。
2. 每次掛上 20 gw 的砝碼，並記錄彈簧指標位置，求出伸長量。

表一 各類彈簧的規格及所求得之彈簧常數 k

彈簧種類	鐵絲直徑 (mm)	彈簧直徑 D (mm)	彈簧長度 ℓ (cm)	彈簧圈數 N (圈)	鐵絲截面積平方 A^2 (mm ⁴)	彈簧直徑三次方 D^3 (mm ³)	彈簧單位長度圈數 n (圈/cm)	彈簧常數 k (gw/cm)	彈簧常數倒數 $1/k$ (cm/gw)
A	0.70	11.30	16.0	100	0.148	1443	6.25	14.1	0.0709
B	0.70	11.30	8.0	50	0.148	1443	6.25	27.9	0.0358
C	0.70	11.30	24.0	150	0.148	1443	6.25	9.6	0.1042
D	0.70	8.00	16.0	100	0.148	512	6.25	34.0	0.0294
E	0.70	9.65	16.0	100	0.148	913	6.25	21.6	0.0463
F	0.70	22.00	16.0	100	0.148	10648	6.25	1.75	0.5714
G	0.70	11.30	16.0	20	0.148	1443	1.25	104.5	0.0096
H	0.70	11.30	16.0	40	0.148	1443	2.50	32.1	0.0312
I	0.70	11.30	16.0	60	0.148	1443	3.75	21.8	0.0459
J	0.70	11.30	16.0	80	0.148	1443	5.00	17.4	0.0575
K	0.85	11.30	16.0	100	0.322	1443	6.25	34.4	0.0291

3. 當遇到伸長量有增加的趨勢，則改以每次只掛一個 10 gw 的砝碼，再求其對應的伸長量。

4. 在塑性區內，由於形變受作用力時間累積的影響，易生滑動 (slip) 的現象²，故掛上砝碼後皆等 30 秒，待其稍穩定後，再做記錄。

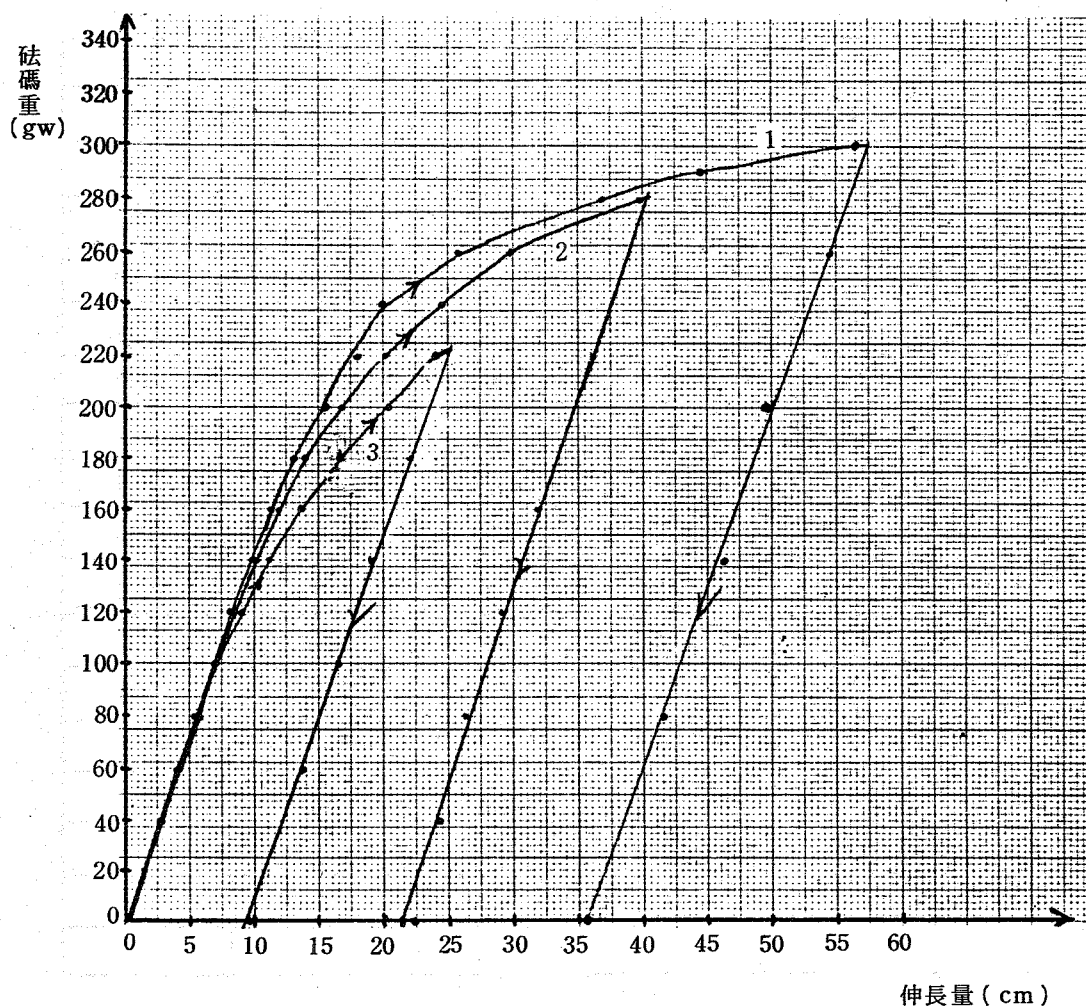
5. 當有顯著塑性產生後，才慢慢地去掉砝碼，並加記錄，直至所有砝碼皆去除爲止。

6. 將所得的數據，繪成砝碼重和伸長量的關係圖，並加以分析、研究。

四、實驗結果

4-1 去負載法決定彈簧常數：

用 A 類彈簧 3 根作實驗，使其受的最大外力分別為 300gw，280gw，220gw，數據如表二（表二及表三底下劃粗隔線處，代表開始去砝碼）。並將數據繪於圖三。



圖三 A 類彈簧伸長量與受力的關係圖

由圖三可發現：此三根彈簧去砝碼的過程中，其伸長量與砝碼重的關係皆為直線，且彼此幾乎平行，又與起始直線部份亦大致平行²。所以此三直線的斜率，即可代表此

表二 三根A類彈簧測量的數據

砝碼重 (gw)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gw)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gw)	伸長量 (cm)
0	0	0	0	0	0
20	1.4	20	1.4	20	1.3
40	2.8	40	2.8	40	2.6
60	4.1	60	4.2	60	3.9
80	5.7	80	5.4	80	5.4
100	7.1	100	6.8	100	6.9
120	9.0	120	8.5	120	8.2
140	11.1	140	10.1	140	9.8
160	13.6	160	11.8	160	11.2
180	16.5	180	14.0	180	13.0
200	20.3	200	16.7	200	15.5
220	24.0	220	20.1	220	18.0
		240	24.4	240	19.9
		260	29.8	260	25.7
		280	39.8	280	36.7
				290	44.5
				300	56.5
180	22.0	220	36.1	260	54.5
140	19.2	160	31.8	200	49.9
100	16.6	120	29.1	140	46.2
60	13.7	80	26.3	80	41.5
0	9.5	40	24.3	0	35.5
		0	21.3		

三根彈簧的彈簧常數 k ，利用此法較易求得彈簧常數，我稱它為去負載法。

由圖三中可求得彈簧常數分別為 13.6gw/cm ， 14.7gw/cm 及 14.1gw/cm ，平均值約為 14.1gw/cm ，雖未完全相同，但其誤差只在 $\frac{14.7 - 13.6}{14.1} \times 100\% = 7.8\%$

，所以利用去負載法應可求得準確的彈簧常數。表一各類彈簧，即以此法求其彈簧常數，並列於表一中。

4-2 各類彈簧實驗的結果：

將各類彈簧作實驗，數據列於表三。

(1) 彈簧長度變因的影響：(A 、 B 、 C 類彈簧長度不同)

將表三中， A 、 B 、 C 數據繪於圖四，可求得 $k_A = 14.1$ ， $k_B = 27.9$ ， $k_C = 9.61\text{gw/cm}$ ，而其長度 $\ell_A = 16$ ， $\ell_B = 8$ ， $\ell_C = 24\text{cm}$ ，將彈簧常數之倒數 $1/k$ 對彈簧長度作圖，繪於圖五。由圖五中知 $1/k$ 與彈簧長度成正比，又因彈簧伸長量 $\Delta\ell = F/k$ ，所以伸長量與彈簧長度成正比。

(2) 彈簧直徑變因的影響：(A 、 D 、 E 、 F ，類彈簧直徑不同)

將下頁表三中， A 、 D 、 E 、 F 數據繪於圖六，可求得 $k_A = 14.1$ ， $k_D = 34.0$ ， $k_E = 21.6$ ， $k_F = 1.75\text{gw/cm}$ ，而其直徑分別為 $D_A = 11.30$ ， $D_D = 8.00$ ， $D_E = 9.65$ ， $D_F = 22.00\text{mm}$ ，以 $1/k$ 對直徑的三次方作圖，繪於圖七，由於 F 彈簧數值太大縮小 10 倍，繪於圖中，從圖七中，可得知：彈簧的伸長量與直徑的立方成正比。

(3) 鐵絲粗細變因的影響：(A 、 K 類彈簧鐵絲粗細不同)

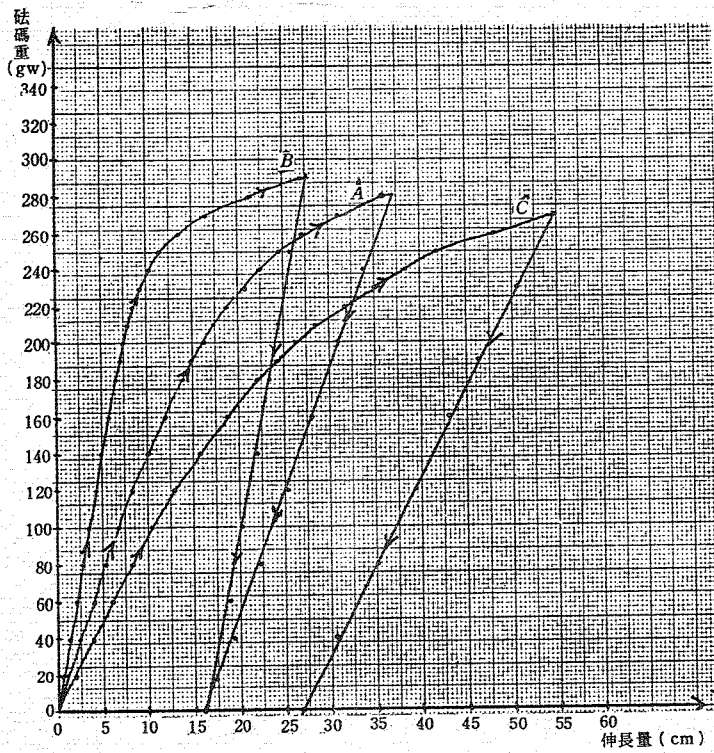
將表三中， A 、 K 數據繪於圖八，可求得 $k_A = 14.1$ ， $k_K = 34.4\text{gw/cm}$ ，而其鐵絲直徑分別為 0.70 ， 0.85mm ，所以其截面積 $A_A = 0.385$ ， $A_K = 0.567\text{mm}^2$ ；平方值為 $A_A^2 = 0.148$ ， $A_K^2 = 0.322\text{mm}^4$ ，所以 k 約與 A^2 成正比，故 $1/k$ 與 A^2 成反比，伸長量與鐵絲截面積的平方成反比。

(4) 彈簧圈數疏密度變因的影響：(A 、 G 、 H 、 I 、 J 彈簧疏密不同)

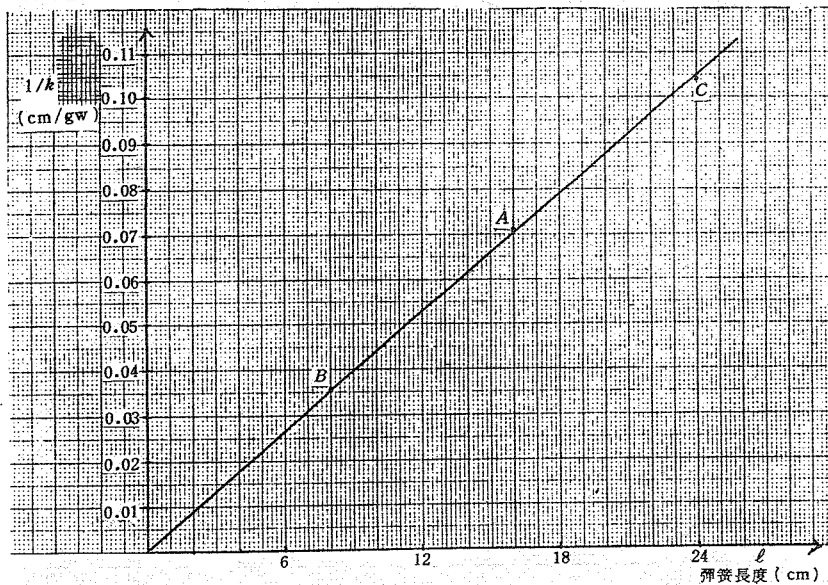
將表三中， A 、 G 、 H 、 I 、 J 數據繪於圖九，可求得 $k_A = 14.1$ ， $k_G = 10.45$ ， $k_H = 32.1$ ， $k_I = 21.8$ ， $k_J = 17.4\text{gw/cm}$ ，而其單位長度的圈數分別為 $n_A = 6.25$ ， $n_G = 1.25$ ， $n_H = 2.50$ ， $n_I = 3.75$ ， $n_J = 5.00$ ，以 $1/k$ 對 n 作圖，繪於圖十，可得知：伸長量與單位長度的圈數成正比。

表三 各類彈簧伸長量與砝碼重的關係

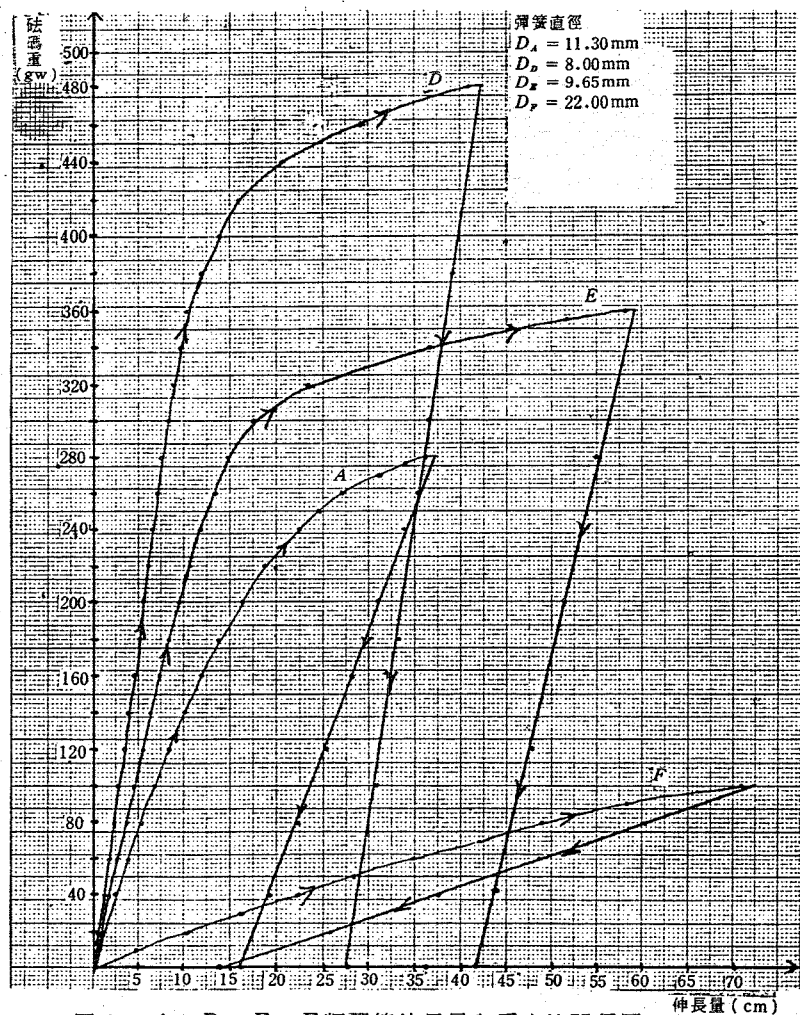
A		B		C		D		E		F		G		H		I		J		K	
砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)	砝碼重 (gW)	伸長量 (cm)
0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	1.1	20	0.6	20	1.9	20	0.5	20	1.0	10	4.8	20	0.4	20	0.8	20	1.0	20	1.0	40	1.1
40	2.4	40	1.3	40	3.9	40	1.3	40	1.7	20	10.3	40	0.6	40	1.4	40	2.0	40	2.2	80	2.1
60	3.9	60	2.0	60	6.0	60	1.8	60	2.6	30	16.1	60	1.0	60	2.0	60	2.9	60	3.3	120	3.3
80	5.3	80	2.7	80	8.1	80	2.3	80	3.6	40	22.2	80	1.3	80	2.7	80	3.8	80	4.3	160	4.5
100	6.7	100	3.4	100	10.4	100	2.8	100	4.5	50	28.3	100	1.6	100	3.3	100	4.9	100	5.5	200	5.9
120	8.3	120	4.2	120	12.9	120	3.5	120	5.5	60	34.7	120	1.9	120	3.8	120	5.8	120	6.6	240	7.2
140	10.0	140	4.9	140	15.6	140	3.9	140	6.3	70	42.0	140	2.2	140	4.6	140	6.9	140	8.0	280	8.6
160	11.8	160	5.7	160	18.6	160	4.5	160	7.3	80	48.9	160	2.6	160	5.3	160	8.1	160	9.5	300	9.4
180	13.8	180	6.6	180	22.0	180	5.1	180	8.3	90	58.3	180	2.9	180	6.1	180	9.3	180	11.4	320	10.2
190	14.8	190	7.0	190	24.2	200	5.5	200	9.5	100	70.8	200	3.4	200	7.2	200	11.0	200	13.5	340	11.0
200	16.2	200	7.4	200	26.2	220	6.1	220	10.6			220	3.8	220	7.8	220	12.2	220	16.0	360	11.8
210	17.2	210	7.9	210	28.5	240	6.4	240	11.7			240	4.1	240	9.0	240	13.7	240	19.5	380	12.8
220	18.6	220	8.4	220	31.6	260	7.1	260	13.3			260	4.6	260	11.0	260	15.8	260	26.2	400	13.8
230	20.8	230	9.2	230	35.0	280	7.5	280	14.8			280	5.1	280	13.8	280	18.2	280	32.4	420	14.9
240	22.4	240	10.2	240	38.2	300	8.3	300	17.5			300	5.7	300	17.8	300	22.2	300	45.0	440	16.0
250	24.4	250	11.3	250	41.9	320	8.8	320	23.4			320	6.5	320	23.5	320	34.3	320	66.0	460	17.1
260	27.0	260	13.5	260	47.9	340	9.6	340	36.5			340	7.6	340	33.5	340	54.5			480	18.6
270	31.0	270	16.4	270	54.6	360	10.2	360	58.1			360	11.4	360	49.5	360	78.6			500	20.1
280	36.0	280	21.2			380	11.8					380	17.1							520	21.6
		290	26.8			400	13.8					400	22.7							540	24.1
						420	15.8					420	27.2							560	25.9
						440	20.6					440	30.9							580	29.1
						460	29.1					460	34.0							600	32.4
						480	40.9													620	36.6
																				640	42.1
240	33.7	250	25.7	230	50.5	380	39.1	280	54.9	80	60.3	360	33.2	300	48.0	280	75.1	280	63.5	580	40.6
200	30.9	210	24.3	190	46.2	300	36.4	200	51.3	60	48.6	300	32.4	260	46.8	200	71.5	200	58.0	520	38.8
160	28.0	180	23.2	160	43.0	260	35.3	120	47.7	40	37.5	200	31.7	200	45.0	120	68.2	120	53.8	440	36.6
120	25.2	140	21.8	120	39.3	180	33.2	40	43.9	20	25.8	120	30.9	140	43.1	40	64.5	40	49.2	360	34.3
80	22.2	100	20.3	80	35.0	100	30.8	0	41.6	0	14.0	40	30.0	100	41.8	0	62.4	0	46.7	280	31.9
40	19.3	60	18.8	40	30.5	0	27.6					0	29.6	60	40.6					200	29.8
0	16.1	20	17.2	0	26.8									0	38.8					120	27.3
		0	16.2																	40	24.8
																				0	23.8



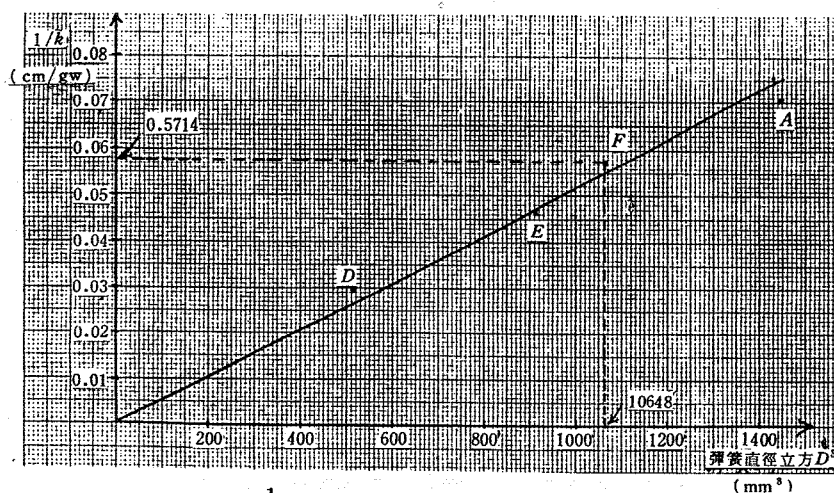
圖四 A、B、C類彈簧伸長量與受力的關係圖
($\ell_A = 16\text{cm}$, $\ell_B = 8\text{cm}$, $\ell_C = 24\text{cm}$)



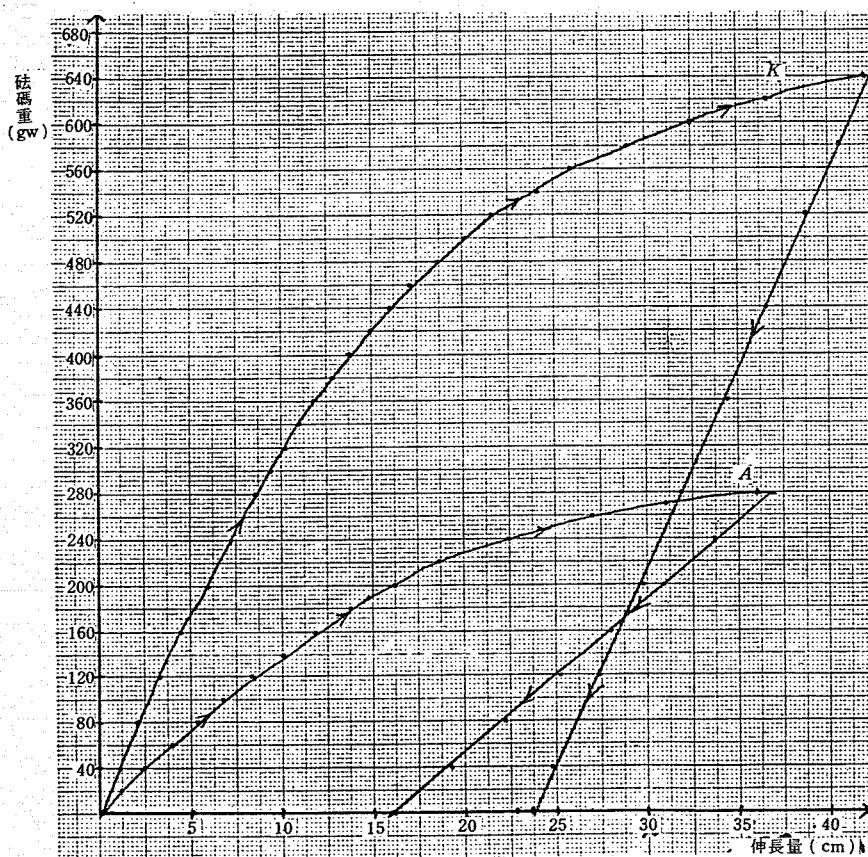
圖五 彈簧常數的倒數 $\frac{1}{k}$ 與彈簧長度的關係圖



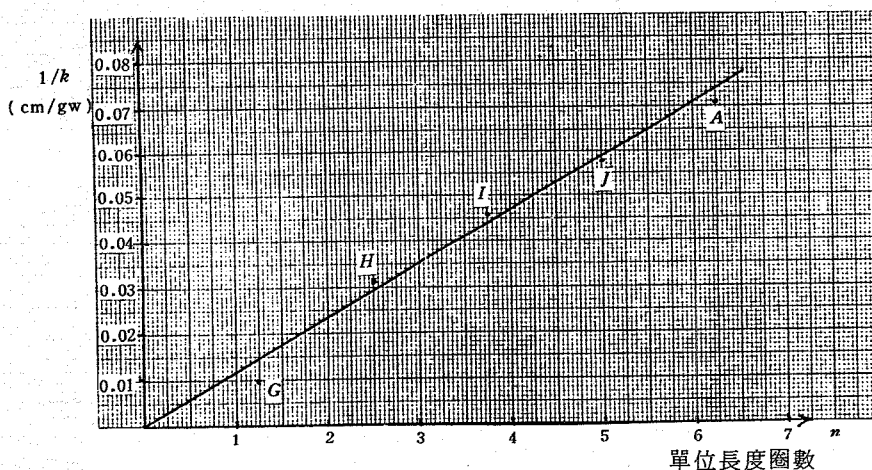
圖六 A、D、E、F類彈簧伸長量與受力的關係圖



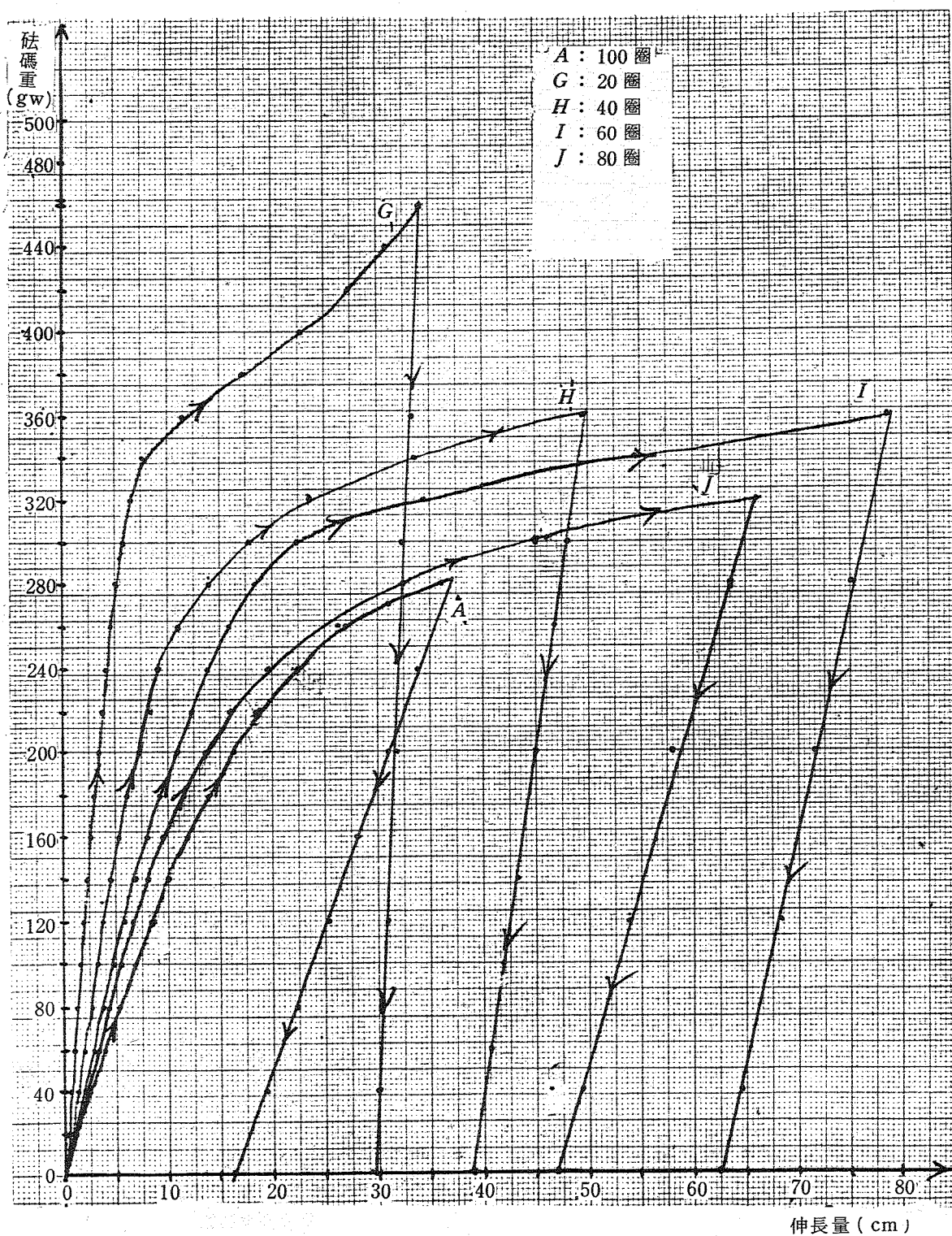
圖七 彈簧常數倒數 $\frac{1}{k}$ 與彈簧直徑立方的關係圖 (F點：比例縮10倍)



圖八 A、K 類彈簧伸長量與受力的關係圖
(鐵絲直徑：A 為 0.70mm, K 為 0.85mm)



圖十 彈簧常數的倒數 $\frac{1}{k}$ 與單位長度圈數之關係圖



圖九 A、G、H、I、J 類彈簧伸長量與受力之關係圖

五、結果與討論

1. 由(6)式及圖五知：在彈性限度內，彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ 與原長度 ℓ 成正比。
2. 由(6)式及圖七知：在彈性限度內，彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ 與彈簧直徑的立方成正比，而非二次方。
3. 由(6)式及 4-2(3)節中知：在彈性限度內，彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ 與材料截面積的平方 A^2 成反比。
4. 由(6)式及圖十知：在彈性限度內，彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ 與單位長度的圈數 n 成正比。
5. 由(5)式知：在彈性限度內，彈簧的伸長量 $\Delta \ell$ 與總圈數 N 成正比，此為結果 1，4 項的合併。
6. 由去負載法可以得知：在去負載過程中，去掉的砝碼重與縮短的量成直線關係，且可以很簡單、準確地求出彈簧常數。
7. 由(4)、(5)、(6)式知：彈簧的伸長量與材料的彈性係數 E 成反比，與材料的帕以松比值 ν 成正比。
8. 由(7)式知：彈簧常數 k 與材料的彈性係數 E 成正比。
9. 由材料形變儲存能量的觀點，可以得知彈簧主要以材料的扭轉形變來儲存能量。
10. 由(4)式知，若 $F < \frac{2}{3}W$ 的起始狀態，(4)式可改為：
$$\Delta \ell \cong \frac{(1+\nu)\pi^2 D^3 NF}{EA^2} \cdot \frac{2}{3}$$
，則彈簧常數 $k = \frac{F}{\Delta \ell} = \frac{EA^2}{(1+\nu)\pi^2 D^3 N} \cdot \frac{3}{2}$ ，為(5)式彈簧常數 $\frac{3}{2}$ 倍。由圖三、四、六、八、九約略可看出起始處的斜率較大些。
11. 鐵絲粗細，只選擇兩種，主要是因太粗，其伸長量太小，易造成誤差；若是太細，受力形變時，易改變彈簧直徑，也容易造成誤差。
12. 若能確知材料的彈性係數 E 及帕以松比值 ν ，更可由實驗驗證(7)式(彈簧常數 k 公式)的正確性。

參考資料

1. Beer & Johnston "Vector Mechanics for Engineers Statics"
2. Beer & Johnston "Mechanics of Materials"
3. 國中物理課本第一冊