

# 高中數學新課程標準及試用教材介紹

趙文敏

國立臺灣師範大學數學系  
科學教育中心

教育部於民國七十二年七月二十日公布高級中學課程標準，新課程標準訂於七十三學年度起在全國各高中試用。此次課程標準的修訂，其中數學與自然科學部分已經規劃並實驗多年，筆者雖然未曾參與最初的規劃工作，但因在師大科學教育中心協助整個課程改進計畫的推動及實驗的進行，同時是高級中學數學課程改進計畫的研究教授以及教育部修訂高級中學課程標準數學科委員，對於此次高中數學科課程標準頗具革新性的修訂，願就本身的瞭解向關心我國高中數學教育的先進與同仁提出報告，更希望在新課程標準正式實施前，能在諸先進與同仁的指正下，得使高中數學科課程標準及其試用教材更趨完善，以造福我國萬千學子。

## 壹、高級中學數學課程標準修訂始末

高中數學課程的大幅度修訂是在民國五十四年，期間又有民國六十一年的較小幅度修訂。從時間的因素來看，課程的修訂似乎已是勢在必行，然而，只因為現行課程已實施十年，就表示必須進行修訂，這並不是公平的說法。課程的修訂，應該從題材的增刪、概念的引進與表現方法、學生的學習效果、教學方法的改變、甚至國家社會的需要等等實質問題來考慮其必要性。以目前的高中數學課程來說，學生的學習效果不彰，甚至放棄數學，是不是由於題材太多、太難？現行教材中題材的選擇是不是兼顧了基本數學素養以及未來大學課程的預備？就基本數學素養來說，報章雜誌經常出現各類統計指數，這些概念是否應該列入高中學生必修的數學題材裏？就未來大學課程的預備來說，理、工、醫、農的學生是不是應該早些接觸到基本的微積分概念與方法？法、商的學生是

否需要比藝、文的學生多讀一些數學？就學生的學習效果來說，是否應該考慮減少題材以增加演練的機會？基於這些以及其他問題的考慮，重新檢討現行數學課程並作必要的修訂，才是此次修訂高中數學課程的目的所在。

早在民國六十五年，中央研究院、台大、清華、師大、政大、中央大學及台灣教育學院有許多關心我國中學數學教育的教授學者，為改進我國中學數學教育，曾多次聚會討論我國高中數學課程應該何去何從。當時討論的重點在於訂定高中學生數學的“最低要求”，主要的想法是：讓有興趣、有潛力的高中學生儘量多學數學；讓沒興趣的高中生只要獲得“應有”的數學素養即可。這些熱心的教授學者，在多次熱烈討論之後，曾提出一個採用選修制度的課程模式，同時，也編擬該課程模式中全體高中學生共同必修的「最低課程標準」，這種選修模式曾經提交教育部中教司做為建議，並且刊載於數學傳播第一卷第四期（六十六年三月）。當時所提的選修課程模式中，有一個乃是下表的型式：

表 1

高一		高二		高三	
上	下	上	下	上	下
4*  (基礎數學) I	4  (基礎數學) II	4	4	2	2
		2	2	(選修) III <sup>A</sup>	(選修) III <sup>B</sup>
		2	2	2	2
		(複習及演習) R <sub>1</sub>	(複習及演習) R <sub>2</sub>	(複習及演習) R <sub>3</sub>	

\* 本表中「4」表示4學分或每週上課4小時之意。

即將高中所有數學課程分成以下各項：

1. 基礎數學 I、II 即根據「最低標準」所指示的必修課程內容。
2. 選修 II<sup>A</sup> 指「中等算術」(Counting Mathematics)，含排列、組合、基礎矩陣等單元。
3. 選修 II<sup>A</sup> 即「微積分初步」及其預備。
4. 選修 II<sup>B</sup> 即「線性代數」及「解析幾何」。
5. 複習及演習 R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub> 用以容納較少選修學生，強化他們對基礎內容的瞭解。

解。

另外，還做了下面的解說：

(1) 「選修」計劃的一個阻力是「聯考考不考」的問題，路人皆知：聯考若考選修課程，則人人都選；聯考不考，那麼選修課程便形同虛設。是故，「選修」若要探行，聯考一定要配合。

(2) 擬考乙組的學生，除非特殊，可以只修基礎數學 I、II 及其複習演習 R<sub>2</sub>。聯考命題亦限於此項內容。

(3) 甲丙丁組學生，視各組需要、學生程度、興趣與學校師資，選修適當課程。唯聯考命題範圍，規定基礎數學 I、II 至少需佔 80%，這樣可以保障較少選修的學生安心熟讀其已修習的內容，毋需貪多。又可讓多讀選修課程的學生在其他 20% 題目中，表現他努力的心得。

(4) 學校教務行政方面的配合，教育部表示將可以克服。

在同一段期間，師範大學科學教育中心也在對高級中學數學及自然科學的課程模式及課程綱要進行研究，並於民國六十六年九月編印一份各國高中數學課程綱要調查報告，其中蒐集英國、美國、日本、德國與比利時等國的課程綱要。同時，由於師大數學系、所數位教授曾經參加數學界教授同仁的聚會討論，而表 1 的課程模式及「最低課程標準」乃屬數次討論的成果，所以這份成果自然也成為科學教育中心有關高中數學課程模式與課程綱要草案的主要參考。當時科學教育中心所提出的課程模式如下：

表 2

高 三	微 積 分 3 (選修)	線性代數 3 (選修)	有限數學 3 (選修)	基礎數學統合 2 (選修)
高 二	基礎數學 4 (必修)		基礎數學統合 2 (選修)	基礎數學演習 2 (選修)
高 一	基礎數學 5 (必修)			

說明：

- (1) 以選修代替分組，較具彈性，具有因材施教的優點。
- (2) 基礎數學：提供高中生應有的數學基礎素養。

微積分：以基礎數學為基礎往微積分的方向發展。

線性代數：以基礎數學為基礎往線性代數的方向發展。

有限數學：以基礎數學為基礎往應用數學的方向發展。

基礎數學統合：基礎數學的統整。

基礎數學演習：基礎數學的加強。

(3) 高一：基礎數學必修。

高二：基礎數學必修；基礎數學統合、基礎數學演習中二選一科。

高三：微積分、線性代數、有限數學、基礎數學統合中選0～2科。

這個課程模式及其課程綱要草案於民國六十七年十月由科學教育中心編印提交教育部做為研究報告，並且刊登在數學傳播第三卷第二期（六十七年十一月）。我們可以看出表2中的選修模式雖然與表1不完全相同，但是其中的主要架構却是一樣的。

上面這個課程模式，高一、高二部分與新頒課程標準相同，但高三部分却與新課程標準不同。這個課程模式對高三數學的構想，乃是學生可以從微積分、線性代數、有限數學及基礎數學統合中選0～2種。

這個構想是否可行，在高中數學課程改進計畫編輯委員與教育部科學教育指導委員會數學科諮詢委員幾次會議不斷磋商下，認為高三學生若在這些課程中選修兩種，負擔將會很重，乃決議高三數學分別編寫三種教科書，一種供傾向理、工、農、醫的學生選修，一種供傾向法、商的學生選修，一種供傾向藝、文的學生選修，也就是表3這個課程模式。

表 3

年級	修習科目	備註
高 三	理科數學 (6)	選修 (三選一)
	商科數學 (6)	
	普通數學 (4—6)	
高 二	基礎數學 (4)	必修 選修 (二選一)
	基礎數學統合 (2)	
	基礎數學演習 (2)	
高 一	基礎數學 (5)	必修

說明：

(1) 基礎數學：提供高中生應有的數學基礎素養。

基礎數學統合：基礎數學的統整。

基礎數學演習：基礎數學的加強。

理科數學和商科數學：以基礎數學為基礎，往微積分、線性代數、線性規劃、機率方向發展。提供高中生升學的數學必備知識。理科數學理論與應用並重，商科數學重應用。

普通數學：將基礎數學演習與統合再做綜合，以解題為主，使能融會貫通基礎數學的題材。

(2) 高一：基礎數學必修。

高二：基礎數學必修；基礎數學統合、基礎數學演習中必選一科。

高三：理科數學、商科數學和普通數學中必選一科。

這個課程模式後經教育部修訂高級中學課程標準總綱小組所接受，而成為新課程標準中有關數學科部分的課程模式。

在課程綱要方面，數學界教授同仁所擬的「最低課程標準」，僅屬於高一、高二學生必修的基礎數學之用，除了少許增刪及次序調動之外，這份「最低課程標準」的構想，大抵上都保留在數學傳播第三卷第二期所刊載的高中數學課程綱要草案之中；而這份課程綱要草案，乃是科教中心高中數學課程改進計畫編輯委員編寫試用教材的根據。不過，由於表2的課程模式經修訂而成表3的課程模式，高三數學部分的課程綱要草案也隨之修改；修改後的課程綱要草案在民國六十九年十二月由科教中心印成一小冊，而成為全套高中數學試用教材編寫的依據。

民國七十一年十二月，教育部成立修訂高級中學課程標準委員會，延聘科教中心高中數學課程改進計畫全體研究委員（另增加師大數學系系主任）為數學科修訂委員，該修訂委員會為求審慎，先推選五人小組重新草擬高中數學科課程標準，再於七十二年三月一日、三月八日、三月九日、三月十五日、三月廿二日、三月廿五日、四月十二日共召開七次修訂委員與教育部科學教育指導委員會數學科諮詢委員聯席會議，反覆討論，才使我國未來數年高級中學數學科課程標準正式定案。五人小組的五次小型會議及七次聯席會議，與會諸人都不厭其煩地對各個細節熱烈討論，國內數學界同仁對中學數學教育的關切，由此可見一斑。

## 貳、新頒數學課程模式的特色

目前使用中的數學課程模式，乃是在高二、三兩個年級中，學生可依其升學意願選擇自然組或社會組，兩種組別每週教學時數如表4的形式。其中高一不分組，所以所使用的教材相同，而高二、高三則使用不同的教材。

表 4

年級 組別	高一	高二	高三
自然組	(4, 4)	(6, 6)	(6, 6)
社會組	(4, 4)	(4, 4)	(4, 4)

新頒的數學課程模式，乃是上表 3 的形式，其中的選課規定則為

- ※ 高一及高二基礎數學為全部學生必修。
- ※ 高二學生應在基礎數學演習及基礎數學統合中選修一種。
- ※ 高三學生應在理科數學、商科數學及普通數學中選修一種。

在教學時數方面，高一每週 5 小時，高二不論選修何種教材都是每週 6 小時，高三理科數學每週 6 小時、商科數學每週 6 小時、普通數學每週 4~6 小時。單以教學時數而言，新頒與現行課程模式的比較為

- ※ 高一：每週增加 1 小時。
- ※ 高二：都與現行自然組相同。
- ※ 高三：理科與商科數學都與現行自然組相同，普通數學則至少與現行社會組相同。

除了教學時數略有增加之外，新頒數學課程模式有下列幾項特色：

### 一、選修代替分組

在新頒數學課程標準中，高二基礎數學統合中所介紹的題材，規定不能做為高三課程中各個概念或方法的預備知識，所以，不論學生在高二選讀何種選修課程，對於高三課程的學習，都不會產生教材連貫上的困難。

其次，學生對選修課程的選擇，可以完全配合本身的興趣，而不必被未來理想中的科系所左右。例如，想唸哲學系的學生，如果想多讀些數學來增進本身的邏輯素養，那麼，即使考哲學系並不必考理科數學，他仍然可以在高三時選讀理科數學。另一方面，想唸數學系的學生，如果想多花點時間來準備大專聯考，不願再多讀理科數學中的新題材，他也可以在高三時選讀普通數學，當然，後者這種做法，可能使他犧牲了大專聯考中數學科的某些分數。

### 二、因材施教

因材施教是教學的最高理想，也是一個很難達到的理想。高二選修課程分成基礎數學統合與基礎數學演習，正是朝向「因材施教」的一種嘗試。對於數學的學習「行有餘力」的學生，除了基礎數學這枝主幹之外，基礎數學統合可以提供加深、加廣的學習機會；至於一般學生，基礎數學演習可以讓他們有更充裕的時間來熟練基礎數學中的題材。這種做法雖然距離因材施教的理想仍然相當遙遠，可是，學生到底多了一個選擇的機會。

### 三、法、商類自成系統

在高三課程方面，由於傾向法、商的學生未來所需的數學基礎，與傾向藝、文的學

生頗為不同，所以，新課程模式中將現有的社會組進一步分成傾向法、商類與傾向藝、文類，讓法、商類學生有機會再充實其數學基礎，而藝、文類則只在基礎數學內容的範圍內，熟練有關問題的處理以配合其大專聯考。

## 參、基礎數學與理科(商科)數學課程標準的結構及其特色

在新頒數學課程標準中，由於全體學生共同必修的基礎數學只分配在高一與高二兩個學年，而高三的理科數學及商科數學內容又是現行數學課程標準中所沒有的題材；在這種情況下，基礎數學的內容，在選材方面是煞費苦心的，因為它必須兼顧到教學時數以及高中畢業生所必須具備的基本數學素養。數學課程修訂小組根據數學界教授同仁早先的討論成果、參考美、日、英、德等國的課程綱要，更重要的是試用教材在中正預校實驗期間，實驗班教師與學生的反應意見，擇定下列十六個單元做為基礎數學的題材：

- |                  |               |
|------------------|---------------|
| 1. 數             | 2. 數列與級數      |
| 3. 直線方程式與二元一次不等式 | 4. 二次函數與二次不等式 |
| 5. 多項式           | 6. 指數與對數      |
| 7. 三角函數          | 8. 三角函數的性質    |
| 9. 平面向量          | 10. 空間向量      |
| 11. 一次方程組與行列式    | 12. 圓與球面      |
| 13. 圓錐曲線         | 14. 排列組合      |
| 15. 機率           | 16. 敘述統計      |

選定這十六個單元做為基礎數學的課程標準之後，為了讓學生學習時不致因為前後兩章題材性質太過不同而增加適應上的困難，乃建議將四冊教科書的內容分配如下。

第一冊含上述的第一至第五單元，每一單元都是將國中數學略作複習後再加以延伸，其中小部分題材學生在國中時已經學過。這種先複習再加深的做法，對於剛由國中升上高中的學生來說，應該是很恰當的轉接。就內容來說，前兩個單元是在討論數的概念及其基本性質，不過，實數系的完備性已被刪除。後三個單元可以說是以函數概念加以貫穿，依序由一次函數、二次函數到高次函數，並討論這些函數所產生的方程式或不等式。

第二冊含上述的第六至第九單元，前三個單元承接第一冊後半部「以函數貫穿」的做法，繼續討論初等的超越函數；其中的三角函數部分，刪除了反三角函數及三角方程

式。後一個單元的平面向量乃是基礎數學中五章幾何題材的開始。

第三冊含上述的第十至第十三單元，這四個單元承接第二冊的平面向量，由一次幾何談到二次幾何。不過，在二次幾何方面，所介紹的題材比現行數學課程要少得多，例如，在橢圓與雙曲線兩節中，準線及離心率都刪去不提。

第四冊含上述的第十四至第十六單元，這三個單元由排列組合談到機率，再介紹敘述統計。機率部分所介紹的題材比現行數學課程少得多，機率空間與隨機變數的概念都刪去不提；而基礎數學中，僅在機率這個單元使用了集合的概念。

在理科（商科）數學方面，課程標準中選擇了下面六個單元：

- |           |                 |
|-----------|-----------------|
| 1. 極限與導數  | 2. 導數的應用        |
| 3. 積分及其應用 | 4. 其他初等函數的微分與積分 |
| 5. 數值方法   | 6. 矩陣           |

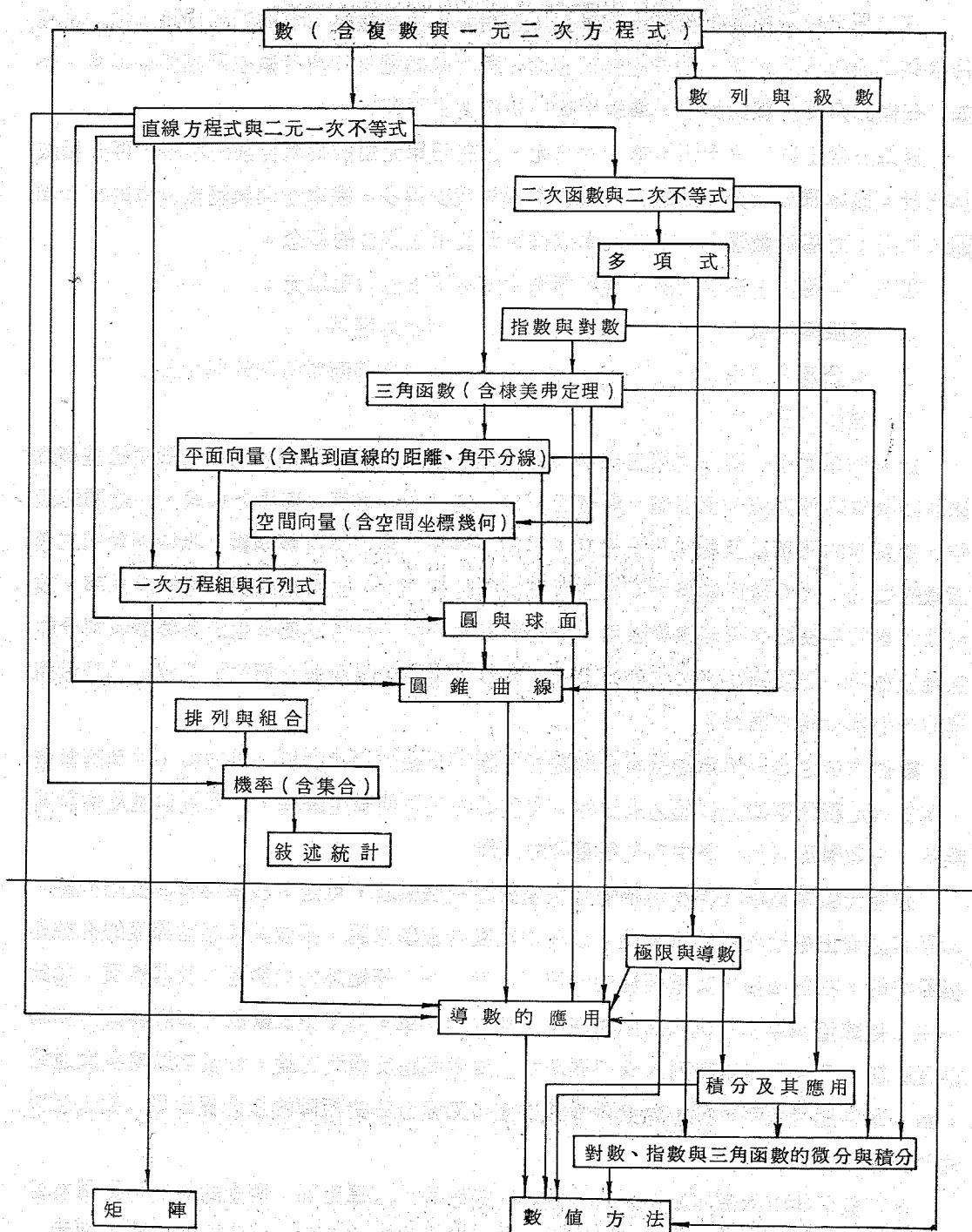
這六個單元中，第一與第三兩個單元介紹了簡單的微積分概念，然後應用這些概念來討論函數的極大值、極小值、圖形的描繪、速度、加速度、切線方程式、曲線間的面積、旋轉體的體積以及物理學上的功。最後一個單元則討論對數函數、指數函數與三角函數的微分公式（商科數學中不含三角函數的微積分），並用來說明生物的成長率、放射性元素的半衰期與冷卻律等應用。這些題材的介紹，目的在使學生瞭解導數與積分的意義及如何利用微積分方法來處理問題。當然，高中數學所能介紹的微積分，只是最簡單的一小部分題材而已。

數值方法這個單元承接微積分的題材，除了介紹方程式的根、平方根、三角函數值、對數與定積分等的近似值之求法外，更重要的是要使學生瞭解，計算近似值及估計其誤差，在數學及其他科學中都是很重要的工作。

線性代數在數學及其他科學中是很重要的一個領域，可是，沒有適當深度的介紹，却不容易看出線性代數的重要性。以高中程度的數學來說，要做具備相當深度的介紹是很困難的。在無法提出其重要性的情況下，就只能介紹矩陣的代數運算及其性質，如此一來，矩陣這個單元乃成為高中數學中很孤立的一章。為了這個緣故，修訂委員與諮詢委員會就「是否要將矩陣列入課程標準中」這個問題反覆地討論，最後才以略多數通過。這一章的題材並不困難，如果說有其缺點，乃是無法對矩陣的概念提出足以使人信服的許多應用而已。

基礎數學的十六個單元與理科（商科）數學的六個單元間，概念的發展與應用有著密切的關係，由表5我們可以看出其間的連接狀況。在表5中，甲單元 → 乙單元

表 5



乃是表示乙單元中使用了甲單元中某些特殊的概念。

就基礎數學的課程標準來說，我們可以提出下面幾項特色：

### 一、性質相近題材儘量連接

基礎數學十六個單元可以大略區分成四部分如下：

- (1) 數的概念及其基本性質：第一與第二單元；
- (2) 代數函數與初等超越函數：第三至第八單元；
- (3) 向量幾何與坐標幾何：第九至第十三單元；
- (4) 機率與統計：第十四至第十六單元；

除了第二冊由函數轉入平面向量外，其他各冊的題材性質都已安排得較為相近，希望能增進學生的學習效果。

### 二、重視已習概念的應用

基礎數學中所學的各個概念，都在往後的學習中不斷地出現，如此不僅可增加「溫故知新」的效果，更可顯出數學的應用性。例如，點到直線的距離公式，在圓的討論中可用來求切線方程式；在圓錐曲線中，可用來定義拋物線等。

### 三、課程單元減少

現行課程標準中，自然組與社會組都有三十個單元；新頒課程標準中，基礎數學共十六個單元，而理科數學與商科數學都是六個單元。所以，選修基礎數學演習與普通數學的學生，只需學習十六個新的數學單元；選修基礎數學演習與理科數學（或商科數學）的學生，只需學習二十二個新的數學單元。基礎數學統合的課程標準沒有設定特別的單元名稱與數量，但以每週二節的全年課程而言，單元數量當不會超過八個。因此，就課程單元的數量來說，即使是選修基礎數學統合與理科數學（或商科數學）的學生，需要學習的新題材也不會超過現行的課程標準；其他學生需要學習的新題材則大為減少。

### 四、理論性題材刪減

民國五十四年修訂高中數學課程之時，仿照美國 SMSG 教材的做法，將數學上許多抽象的理論性題材都加進高中數學教材中，如實數系的完備性、以嚴密的集合概念介紹幾何、以  $\epsilon - n$  的嚴密定義介紹數列的極限、以奇排列與偶排列介紹  $n$  階行列式的定義、甚至引進了群、環、體、向量空間等代數結構。這一類題材，毫無疑問地是數學上非常重要的概念，然而，讓大多數的高中學生都學習這些題材，不僅增加了高中教材的份量，同時這些題材相當抽象且非常理論化，恐怕不是高中階段的學生所能體會。到了民國六十一年修訂高中數學課程時，以集合介紹幾何、 $n$  階行列式的定義、以及代數結

構等都被刪除。可是，實數系的完備性不僅保留，同時又加進了連續函數與中間值定理（高一下學期）；向量空間的概念雖然刪除，但是基底的概念仍然出現在現行課程標準之中，於是部分編者也加進了線性獨立與相依的概念；一般數列的極限概念移到高一下學期（SMSG 課程中，數列的極限安排在高三）；在機率部分增加了機率空間與隨機變數。此次編寫試用教材及修訂課程標準，委員們在多方蒐集意見之後，在課程標準適當章節的備註欄裏註明了下面幾個“不”字：

- ※ 不可介紹實數系的完備性；
- ※ 實數指數的介紹應採直觀方式，不可由完備性入手；
- ※ 不介紹向量空間；
- ※ 不介紹機率空間與隨機變數；
- ※ 極限的概念僅為介紹導數之用，應採直觀方式，不可用  $\epsilon$ ,  $\delta$  的嚴格定義；
- ※ 無窮數列的極限應採直觀的方式，不可用  $\epsilon$ ,  $N$  的嚴格定義；
- ※ 常數  $e$  的存在性應採直觀的方式，不應作嚴密證明。

由這些“不”字，就可看出數學課程修訂委員刪減理論性題材的決心了。

## 五、與國中重疊的教材儘量減少

適當地複習乃是教學所必需，不過，簡單的題材如果重複出現太多，却也會引起學生的不耐。此次修訂課程標準，凡是國中數學所有而又屬簡單的題材，大都只略作複習後即介紹新題材。例如，課程標準的多項式，沒有特別列出多項式的四則運算，其目的就是只將四則運算略作複習後就由除法運算轉入綜合除法。

## 肆、基礎數學演習、基礎數學統合與普通數學

基礎數學演習、基礎數學統合與普通數學這三種教材的設立，乃是新頒高中數學課程標準的特色之一。基礎數學演習的目的，是要幫助學習較慢或程度較差的學生，使他們有機會對基礎數學的題材作充分的演練，也使教師能有更多機會個別指導學生做題目。為了配合這兩個目的，課程標準中明白地指出：基礎數學演習的教學，以學生自行演練為主，教師只是從旁輔導。在基礎數學演習的取材與編寫方面，則是配合高二基礎數學的內容與教學進度，將基礎數學的各種概念以例題方式出現，教師針對學生的學習困難所在，選擇適當題材來供學生演練。我們相信，只有聽講與自行閱讀，其效果都不如再動手做題目；而做題目時，如果教師在場讓學生請教，效果必定更高。總之，讓學生

動手做才能幫助他們把教師所講授的題材加以消化與吸收，如果這種演習的機會能使學生在「減少教材」及「增加時間」的雙重協助之下，而有更多的收穫，這個教材的設立就達到效果了。

像基礎數學演習這種補救性的課程，教師的重要工作是要診斷學生的困難所在，來進行補救，而不是一味地讓學生作機械式的演練。由於學生的困難所在可能因人而異，要編寫一份人人都適用的基礎數學演習教材，事實上是不可能的。所以，教師應以教科書中的題材為參考，選擇其中適當的部分，甚至增加另外的題材。例如，在向量題材的教學中發現學生對三角的題材尚有困難時，就可以在演習課中適度地增加一些三角方面的問題。

基礎數學統合的目的則與基礎數學演習不同，它是為了協助程度較好的學生，讓這些學生有機會接觸到較多的數學題材，而能充分發揮學習的潛能。為了配合這個目的，基礎數學統合的取材，乃是配合基礎數學的內容與進度，將部分主題加以延伸、充實，並將基礎數學中相關的概念與方法加以統整。就教材的延伸與充實來說，基礎數學教學指引各章所附的充實教材，乃是其所屬各章題材的加深或加廣，教師也可以斟酌情況，將充實教材中的部分題材做為基礎數學統合的教學之用。總之，設置基礎數學統合的目的，就是要讓有心多學的學生，能有配合其既有知識的教材來滿足他們的學習慾望，如果有極少數的學生對這些補充教材仍感不足，教師只好從教學指引的參考資料或坊間其他書籍中尋找了。

例如，學生在基礎數學第一冊（甚至國中數學）中已學習過整數的最大公因數概念，與這個概念有密切關係的一個問題是求整係數一次方程式的整數解問題，以及更進一步的中國剩餘定理。在基礎數學統合中以中國剩餘定理為題，介紹了整係數一次方程式整數解的求法，再加以延伸來介紹中國剩餘定理。在整數解的求法中，我們把尤拉解法、秦九韶的求一術以及延伸出來的連分數方法都加以介紹，希望學生能從各種方法的比較中達到統整的目的。又如，學生在基礎數學第一冊中已學習過  $y = x^2$ 、 $y = -x^2$ 、 $y = 2x^2$ 、 $y = -2x^2$ 、 $y = (x-2)^2$ 、 $y = x^2 + 1$  與  $y = (x-2)^2 + 1$  這類圖形與對稱、平移、伸縮的關係。在基礎數學統合中以函數圖形為題，介紹圖形的對稱、平移與伸縮以及這三種變換在圖形描繪與其他方面的應用。

設立普通數學的目的，乃是要協助有意升學藝、文方面的高三學生，加強基本的數學知能。在減輕這些學生的負擔原則下，這些學生升入高三之後，就不再學習新的數學題材。所以設立普通數學，將基礎數學的各種題材加以融會貫通，並將教材內容以例題

的方式出現，且注重解題的練習。換句話說，普通數學就是要讓這些學生在高中畢業之前，有機會再進一步對基礎數學的題材加以複習，使他們能在更多的演練與指導下，將高一、高二的數學課程融會貫通。

## 伍、試用教材編輯精神與特色

師大科學教育中心高中數學課程改進計畫全體編輯委員，根據事先擬定的課程綱要草案，從六十八學年度起開始着手編寫高中數學課程試用教材。全套試用教材依年級分別於六十八、六十九、七十學年度逐年編寫完成，提供給中正國防幹部預備學校第一階段實驗班在六十九、七十、七十一學年度進行試教。根據試教後實驗班教師與學生的反應意見進行第一次修訂；修訂本再送交該校第二階段實驗班在七十、七十一、七十二學年度進行第二次試教，根據再試教後的反應意見進行第二次修訂，第二次修訂本才提交教育部做為七十三學年度全國普遍試用時的「實驗本」。

由於高一、高二數學教材第一次修訂工作在新頒高中數學課程標準定案之前即已完成，而修訂課程標準之時，修訂委員為了避免「前後兩章題材性質太過不同而增加學生適應上的困難」因而調動了某些章節的前後次序，所以，高一、高二數學教材第一次修訂本的章節目次與課程標準不盡相同；這些差異在第二次修訂本中就不會再出現，而高中數學課程改進計畫編輯委員在七十二學年度的工作重點就是要完成全套試用教材的第二次修訂本。這套試用教材所以遲遲未與中學數學教師見面，也就是因為最後修訂工作尚未完成之故。

在試用教材的編寫方式上，從着手編寫之初，高中數學課程改進計畫的編輯委員就訂定了下面十四項編輯原則：

1. 教科書編輯應採口語方式敘述，文字力求簡明流暢。
2. 名詞與符號應根據部頒規定。
3. 各單元應針對目標，把握其重點與精神。
4. 各章節之前宜簡要說明該章節的主要目標，以及處理方式等。
5. 應顧及縱的銜接並配合其他學科。
6. 定義與定理宜儘量附以實例說明。
7. 定理證明務求層次分明，條理清晰。
8. 各章節應安排適當練習題，供課內練習之用。

9. 各章節應安排適當的習題，供學生課後習作。
10. 例題與習題應儘量與實際生活配合。
11. 習題應配合例題。
12. 儘量以圖例說明。
13. 圖表應力求準確明晰。
14. 教學指引應包括下列項目：
  - (1) 教材摘要
  - (2) 教學目標與節數
  - (3) 教材地位分析
  - (4) 教學方法與注意事項
  - (5) 參考資料
  - (6) 充實教材
  - (7) 評量注意事項
  - (8) 習題解答

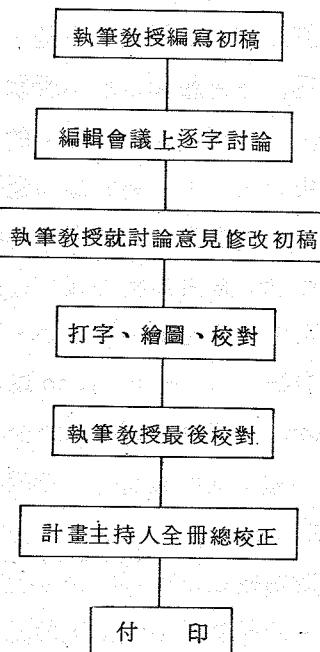
在實際編寫時，編輯小組的作業流程是右表 6 的形式。

由於作業過程如此嚴謹，再加上新頒高中數學課程標準中，數學科教科書達十四本之多，高中數學課程改進計畫的編輯會議次數一向都是科教中心所有課程改進計畫之冠，每年都是四十次左右，除了國定假日與寒暑假略作休息之外，每週都有一次編輯會議，有時甚至“加班”，一週舉行兩次。在編輯會議上，氣氛的熱烈也可以說是所有課程改進計畫之最，舉凡課程內容的表達方式、概念的引進方法、內容的難易程度、例題的安排、隨堂練習的安排、文詞的使用、符號的使用等，都是編輯會議上初稿“審查”工作的重點。

在試用教材的編寫過程中，編輯委員們都投入了許多寶貴的時間與精力（其他課程改進計畫的委員也都如此）。儘管這些時間與精力都得到一些微薄的酬勞，可是，編輯委員對下一代教育所作的犧牲；筆者站在科教中心推動整個課程改進計畫的立場，應該向他們表達內心的敬意；對他們在課程改進計畫工作推動方面的協助，也應該表示謝意。

有了適當的編輯原則以及嚴謹的作業流程，再加上有兩次試教及兩次修訂，高中數學課程改進計畫所編寫出來的試用教材，乃具備了下面幾項特色：

表 6



## 一、文字流暢

編寫教材之初，編輯小組就有了一項默契，像「若且唯若」、「相異」這類非常“數學化”的字眼，儘量不用。在試用教材中，「相異」一詞或許沒有完全避免，可是，「若且唯若」則確實被捨棄了。「充分條件」與「必要條件」也捨棄，但保留了「充要條件」一詞。

另一方面，編輯小組有一個理想，那就是：編寫出來的課程要讓中上程度的學生可以自行閱讀。所以，使用的文字力求口語化且使用較親切的字眼，像「吾人」、「讀者」這種稱謂，都儘量改用「我們」、「同學們」。

由於試用教材有過試教與修訂的過程，文句方面艱澀難懂的地方，大都在修訂時就做了修正。所以，就文詞方面來說，試用教材的可讀性應該是很高的。

## 二、先實例後規則、重視觀察與思考的歷程

一般數學書籍中「先定義後舉例」、「先定理後證明」的敘述方法，固然在邏輯架構上顯得非常優美。可是，這種敘述方法，初學者却無法瞭解「為什麼如此定義」、「為什麼會想到定理中所說明的結果」。使用這種方法介紹數學時，整個數學題材就會給人一種「非常人工化」的感覺，因而無法與學生的認知過程相配合。如果概念的引進是由實例入手，將實際問題逐漸抽象化而形成一般原則，學生的學習效果應該可以提高。

不僅學生的認知過程如此，事實上，數學的發展過程也是如此，數學上大多數的抽象概念都是由具體的實例逐漸抽象化而來的。例如，有關自然數的 Peano 五公設，乃是西元十九世紀末年的產物，可是在那以前，以數學歸納法來證明問題已經是數學上的重要方法之一。如果 Peano 以前的數學家不會在實際問題的處理上發現數學歸納法原理，Peano 又怎會想到在他的公設系統中加進歸納公設呢？

編寫試用教材時，編輯委員們一直想在這個問題上有所突破。每個定義與定理出現之前，都儘量由實例入手先觀察出某種現象，歸納成結論後再給證明，或是由實例的討論說明給以新名詞的必要性。如此一來，任何定義或定理的出現都會顯得比較自然。例如，介紹數學歸納法，乃是先計算下面這些結果：

$$S_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

$$S_4 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$S_5 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{5}{6}$$

$$S_6 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} = \frac{6}{7}$$

觀察這些結果而推測

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

為了要證明這個推測，再逐步說明如何證明的方法，而由此引進數學歸納法的原理。

科學教育的一個功能就是要培養學生的科學方法，當學生面對一個問題時，如何引導他觀察、分析與思考，以尋求解決問題的方法，乃是教師所要努力的重點。如果教師一味只教給學生「這類問題用這種方法，那種問題用那種方法」，那麼，學生碰到老師不會提過的問題，勢必束手無策。有一件事是為人師者所不能忽略的：不論如何高明的老師，都無法想像每位學生未來會碰到什麼問題（不論是學問上的或生活上的問題）。所以，教師所要教給學生的，是對問題進行觀察、分析、思考的過程與方法，比較不同方法的優劣，而不是直接把方法甚至問題的結果告訴學生。

#### 美國全國數學教師協會 ( National Council of Teachers of Mathematics )

1983 年的年度報告中，對美國的數學教育提出八項建議，其中第一項就是：1980 年代的數學教育，應該以解決問題為其重點 ( Problem solving must be the focus of school mathematics in 1980s )。這裏所謂的解決問題，就是像前面所說的要引導學生對問題進行觀察、分析、思考以尋求解決的方法，比較不同方法的優劣，而不是直接把方法或結果告訴學生。

### 三、隨堂練習、重視從做中學

前文談到基礎數學演習的設立與實施方法時，我們指出，只有聽講與自行閱讀，其學習效果都不如再動手做題目；而做題目時，如果教師在場讓學生請教，效果必定更高。所以，設立基礎數學演習，就是要提供這種教師隨時指導而使學生能從做中學的機會。

除了基礎數學演習這個“補救性”的教材之外，在數學科試用教材中還安排了隨堂

練習。當教師講解過一個或數個例題之後，教材中就有形式相似的問題供學生習作。學生聽過了教師所講解的例題，接著動手練習相似的問題，只要他例題聽懂了而且練習題也會做，對於那一段題材他自然就有了相當的瞭解。除了這種與例題相似的隨堂練習題之外，有些隨堂練習其實是教材內容的一部分。例如，在介紹橢圓時，我們考慮平面上到兩定點的距離和為定數的點所成的圖形，當定數大於兩定點的距離時，這個圖形是一個橢圓。接在這段教材後面的隨堂練習，就提出「定數小於兩定點的距離」與「定數等於兩定點的距離」這兩個問題讓學生思考。這個隨堂練習不僅可以讓學生對橢圓定義中「定數大於兩定點的距離」這個假設有所瞭解，同時也提醒學生考慮問題時必須面面俱到。

由於隨堂練習的安排，是要加強學生對每一小段教材的學習效果，所以，教師授課時，應該依照教材的程序讓學生隨時做隨堂練習，而不宜在講完該節課的全部教材之後，才把剩餘的時間讓學生做該節課教材中的全部隨堂練習。事實上，有些隨堂練習乃是下一段教材的伏筆，對於這種隨堂練習，更不能移到授課後的剩餘時間再習作了。

安排隨堂練習的本意是要讓學生參與教學活動，以收到從做中學的效果。中正預校的實驗班教師還指出一項編輯委員沒意料到的好處，那就是：縮短了教師與學生間的距離。因為隨堂練習乃是學生的活動，當學生習作時，教師就可以走動觀察學生習作的情形同時給以必要的指導，如此，師生間的接觸與對話機會增多，師生間的距離自然也隨著縮短。

#### 四、微積分的介紹採直觀方式

此次高中數學課程的修訂，微積分題材的引進是其中很具革新性的一點。編寫微積分題材之初，編輯委員們有著兩點擔心，其一是擔心微積分題材對高三學生太難，其二是擔心教師沒有把握教材的難易程度而引進太多大學微積分的題材。對於前一項來說，中正預校兩個階段試教後學生的反應，大大出乎編輯委員的意料之外；因為不少學生認為高三理科數學上冊的教材比高二數學教材還簡單，他們甚至建議將高二、高三的數學教材對調。學生的反應既是如此，有關微積分的題材可能太難的顧慮就不復存在。至於第二項擔心，則就需要仰賴中學數學教師的協助與合作了。

在微積分教材中，函數的極限與無窮數列的極限兩個概念都採用直觀的方式，而沒有採用  $\epsilon - \delta$  與  $\epsilon - n$  的嚴密定義方法。在函數的極限概念中，利用函數圖形上動點的移動來介紹極限，也用函數值的計算來介紹極限；例如，利用  $\lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{\frac{1}{t}}$  介紹常數

$e$  時，乃是將  $t$  選爲  $\pm 0.01, \pm 0.001, \pm 0.0001, \pm 0.00001, \pm 0.000001, \dots$  得出  
 $2.7182804 \cdots < e < 2.7182831 \cdots$

由此知  $e = 2.71828 \cdots$ 。藉助電算器的方便，學生可以利用絕對值更小的  $t$  值來得出  $e$  的更多位正確值。又如在討論  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2}$  時，教材中列出了  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 50, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000$  時  $\sqrt[n]{2}$  的近似值，讓學生由實際的數據來體會  $\lim \sqrt[n]{2} = 1$  的意義。

在高三的微積分題材中，介紹函數的極限概念只是爲了引進導數，介紹無窮數列的極限只是爲了討論定積分。換句話說，兩部分極限概念的題材都只是用來做爲工具而已，而不是「爲極限而極限」地在極限理論上大做文章，所以，連續函數的概念也沒有提出來。

關於微積分中一些基本而有用的定理，例如，判定函數之極大值、極小值的定理、判定函數圖形之上升、下降、凹向的定理、以及微積分學基本定理，都是利用多項函數、分式函數或根式函數來做解說，將所得的性質歸納成定理，而沒有給以嚴密證明。事實上，由於極限概念沒有給以嚴密定義，這些定理根本無法做嚴密證明。

高三微積分題材的介紹，其目的是要使傾向理、工、醫、農、法、商的學生，早些接觸到對未來很重要的微積分基本概念及方法，讓他們在大學一年級的許多科目中使用導數或積分時，能夠比較得心應手。所以，這份教材所強調的是概念與方法的瞭解，而不是嚴密的理論及其證明。有關微積分的嚴密理論，仍然是大學微積分課程的範圍。

## 五、重視近似值的處理

數學是一門邏輯結構非常嚴謹、任何敘述都必須明確而無含混的學科。由於這個緣故，一般人誤以爲數學上所使用的數值都是正確值；事實上，在各種實際問題中，能算得正確值的問題非常少。許多計算結果雖然都可以很明確地表示出來，可是，那並不表示我們知道其正確值。例如， $\sqrt{2}, \log 3, e, \pi, \sin 50^\circ, \dots$  等，都只是表示數值的記號，這類記號使我們可以把某些計算結果很明確地以適當的等式來表示，但當我們要使用數值時，却都只能用它們的近似值來代替。另一方面，有些問題的計算結果甚至都無法利用簡單的函數值來表示，例如， $\int_0^1 \frac{1}{1+x^3} dx$ ，像這樣的問題，其結果更是只能以近似值來表示。所以在數學上，計算近似值的方法以及近似值誤差的估計方法，乃是非常重要的課題。

在高中數學課程試用教材中，對近似值概念的介紹相當重視，除了專章介紹以泰勒

展開式計算平方根、三角函數值與對數近似值的方法、以牛頓法求方程式的近似根、以及定積分近似值的計算方法外，在銳角的三角函數部分，甚至舉例說明當手上沒有三角函數值表時，何妨繪圖後量長度來求  $\sin 36^\circ$  的近似值。

近似值的計算方法與誤差的估計方法，自有它的理論。在高中數學教材中所介紹的題材，也只是皮毛而已。這些題材的目的，只是讓學生對於近似值建立正確的概念，因為在大多數實際問題中，所遇到的數值，絕大多數都是近似值，例如，對數表與三角函數值表中，正確值非常少，而使用電算器做計算時，經常也都只得到近似值。

## 六、引進我國古代的數學

在中小學的數學教材中，學生習慣於使用印度—阿拉伯數字以及英文字母或希臘字母，也見過畢氏定理、柯西不等式、巴斯卡三角形、尤拉公式、霍納法等等以外國人名字來命名的數學題材，似乎很少甚至不會在數學教材中見到中國人的名字。長期的習慣累積下來，學生如果認為中國古代在數學上根本沒有任何成就，似乎也變成理所當然了。這種誤解必須有所澄清，已經是國內數學界許多人一致的看法。我們固然不必非常堅持地要將畢氏定理改稱商高定理、巴斯卡三角形改稱楊輝三角形、霍納法改稱賈憲法、……。然而中國古代在數學上的成就應該讓我們的下一代有所瞭解，却是一件非常必要的工作。

編寫高中數學試用教材時，編輯小組在這項工作上盡了一份心力。例如，在基礎數學統合上冊中，介紹了秦九韶的大衍求一術，孫子算經中的「物不知其數」問題而引出中國剩餘定理，沈括、楊輝、朱世傑等人的垛積招差；在基礎數學第四冊談到賈憲與楊輝比巴斯卡更早發現二項係數所成的三角形；理科數學上冊與基礎數學統合上冊中提到劉徽與祖沖之如何計算圓周率；理科數學下冊提到九章算術中早已使用解一次方程組的高斯消去法。這些題材的介紹，就是要讓學生瞭解中國古代在數學上有其輝煌的成就。

事實上，中國古代在數學上的許多成就比同時代的各國要進步得多，將這些成就加以介紹，包括中國古代數學著作的整理，應該是一件不可忽略的工作。

## 七、教學指引內容豐富

新編高中數學試用教材的十四本教科書中，除了基礎數學演習與普通數學之外，都附有教學指引。教學指引所包含的內容分成八項（參看前文中的編輯原則第 14 點），其中的充實教材與參考資料兩項值得一提。

充實教材的內容，乃是教科書內容的加深或加廣；對於學習較快或程度較好的學生，教師想補充教科書以外的資料時，充實教材中的題材就是一種補充資料的來源。對於

一般程度的學生，却不必將充實教材中的題材做為班級性講授的資料，因為這些題材不在課程標準之中，而對於這類學生，增加資料也就是增加負擔。

參考資料只是要提供給教師參考，而不是做為教材。在參考資料中，有些是某種數學概念的發展簡史，另外，教科書中只以直觀方法介紹而未曾嚴密定義或證明的題材，大都在參考資料中做了嚴密的敘述，閱讀這類參考資料，將會有助於教師對教材有更深更廣的瞭解，對於教學工作的勝任，應該是有幫助的。

### 八、電算器使用“合法化”

由於基礎數學中有敘述統計的介紹，理科數學與商科數學有數值方法的介紹，這類題材中所含的數值計算通常較為繁複，筆算往往會浪費許多時間，所以，課程標準中明白地規定，在這兩章的教學與考試時，學生可以使用電算器。事實上，當學生已升入高二之後，對於這種簡便的計算器械應該有所接觸；何況在使用電算器時，對許多數學題材的瞭解會有所幫助。

### 九、編印方面有所改善

新編高中數學試用教材採用十六開本，字體以四號字原寸印刷，不僅字體甚大，而且每頁僅七百字，字間行距都寬鬆得多。這種版面的安排，不僅在閱讀時舒適方便，對於學生視力的保健當然也有幫助。

書末除附索引使得查閱名詞較為方便之外，為了學生作習題方便，書末另附有習題簡答。此外，從基礎數學第二冊起，各冊書都附了對數表與三角函數值表，這也是為學生使用方便所做的安排。

## 陸、數學課程的推展需要各方面配合

高中數學課程標準已經公布而試用教材也將於本學年度全部修訂完成，這份課程標準與試用教材將從七十三學年度起全國試用。新頒課程模式、課程標準與試用教材的推廣與使用，必須在有關方面全力配合下，才能使新課程的精神得以達成，也使得數年來所投入的人力、財力不致落空。下面我們就幾方面來分別說明：

### 一、教務行政方面

新頒高級中學課程標準係採用選修制度，數學乃是選修科目中的一類。在數學科的選修規定以及數學科教學的實施方面，下列幾點需要仰賴教務行政方面的大力支持：

1. 高二選修數學必須二選一、高三選修數學必須三選一，這兩項規定務必確實實

施。

2. 根據課程標準實施方法所載，高二基礎數學演習與基礎數學宜由同一位教師講授，如果基礎數學統合與基礎數學也能由同一位教師講授，效果必定更好。所以，學校在高二編班方面，不妨考慮依數學科來分班，即分成統合班與演習班。

3. 基礎數學演習以學生自行演練為主，教師只是從旁輔導。這項規定務必確實實施，才能達成基礎數學演習課程的目的。所謂從旁輔導，乃是要教師根據情況需要，或進行班級性講授，或做個別指導，並非讓學生自修。

4. 高二數學月考與期考時，基礎數學統合與基礎數學演習之試題，分別併入基礎數學之中，不另卷考試，學期成績以數學一科計算。這項規定旨在減少高二數學科評量與成績計算方面的額外困惱（例如，基礎數學成績及格而基礎數學統合成績不及格等類型的問題），應請各學校配合執行。

5. 基礎數學第四冊的敘述統計與理科（商科）數學的數值方法，依課程標準規定，評量時學生可以使用電算器。各校應注意此項規定，不可因疏失而使學生在該部分的學習成就受到影響。

6. 數學教材中除編列有習題外，還有教學過程中學生活動的隨堂練習，所以，學生除了活頁裝訂的數學作業簿之外，還應有不必活頁裝訂的隨堂練習簿，學校如能統一訂購更佳。

7. 高二與高三學生的數學課程選修，應尊重學生的自由意願，不宜強迫學生。

## 二、教師方面

高級中學課程標準總綱中的第一項（目標）第三條為：「三、增進基本的數學及科學知識，訓練思考的能力，培養其進一步研究學術的興趣與能力。」在高級中學數學科課程標準部分，其第一項（目標）第二條則為：「貳、訓練方面：熟悉以數、量、形與函數為中心的題材，增進基本的數學能力，並激發潛在的創造力。」教師在進行數學科的教學活動時，應該把握這些課程目標中所揭示的「訓練思考能力、培養研究興趣與能力、以及激發創造力」，不能把數學課當成為強記零碎知識與解題妙法的場所。在數學的學習上，如果對基礎知識缺乏瞭解，所謂的解題妙法或公式都只是沒有根的浮萍。即以準備大專聯考來說，學生如果連基本的問題都無從下手，那麼教師在三學年的教材中傳授的成千成百個解題妙法，學生所記住的能有幾個；即使記住了，當他面對一個問題時，又如何判定那個妙法是有效的方法呢。所以，在數學科的教學方面，我們提出下面這些建議：

1. 在傳統的演講式之外，多利用啟發式與討論式教學法。讓學生實際參與教學活動，引導學生對問題進行分析、思考以尋求解決問題的方法，對於各種不同的解法，也應加以分析、比較，以增加學生的瞭解。
2. 概念或方法的介紹，應由實例入手。引導學生對實例的現象加以歸納、綜合，得出結果後再作理論的推演。確實把握「先實例、後規則」的教學方式，以配合學生的認知過程。
3. 講授任何題材都應配合教學指引所列教學目標。許多現行題材都刪除了其中某些部分，例如，三角部分刪除反三角函數與三角方程式；圓錐曲線中橢圓與雙曲線部分沒有介紹準線；又如，現行與以往教材都列有直線方程式的法線式，再利用法線式來介紹點到直線的距離，新課程標準中未列法線式而以向量概念來介紹點到直線的距離，這些部分都經過修訂小組仔細討論過才決定刪除。教師固然對這些題材都很熟悉，但在一般學生的班級性教學中，最好不要再將這些題材加入教材中。所以，教師最好在每章教學之前，能詳細閱讀教學指引以瞭解各部分題材增、刪的動機。例如，法線式的刪除，是因為這個概念只有用來介紹點到直線的距離一個目的而已；為一個目的而引進一個不算簡單的概念已經頗為“浪費”，何況點到直線的距離只是向量概念許多應用中的一個而已。
4. 教學活動應以學生為中心。教學資料的傳授應以學生的經驗為基礎，引發其學習動機，同時發掘問題來進行討論。隨堂練習的習作，應輪流指定二、三位同學在黑板上演示，並作適當的講評。
5. 補充課外教材時千萬要審慎。新課程標準中減少課程單元而增加授課時數，就是希望學生能有更充裕的時間對所學習的題材確實有所瞭解。教師如輕易地增加教材，因而增加學生的負擔，就與新課程標準的精神相違背了；尤其是增加理論性或抽象的題材更要審慎。與其匆匆忙忙教了二十個概念，學生都沒弄懂；不如使用同樣的時間教他們十個概念，讓他們能有相當的收穫。
6. 抽象記號儘量少用。“ $x \in \mathbb{R}$ ”與“ $x$ 是實數”對初學者的感受是不同的。部分教師甚至喜歡使用 $\exists$ 、 $\forall$ 、 $\therefore$ ，這類記號更應避免。
7. 對於題目的解法，應避免套公式或走人工化的捷徑。“土法”固然有時顯得笨拙，可是通常是學生最容易想到也不會套錯公式的方法。例如，求線段上分點的坐標，如果學生只會使用分點公式，則不僅要多記一個公式，而且很容易將內分點與外分點的公式互相混淆。反之，如果教學時讓學生習慣於利用有向線段係數積的方法，則不但在

分點坐標的計算上不容易發生錯誤，還可以利用這種方法來處理其他形式的問題。

8. 教學過程中應隨時診斷學生的困難所在，以便及時加以補救。試用教材中隨堂練習的安排，使得教師在診斷學生學習困難方面增加不少方便，教師應利用輔導學生習作隨堂練習或基礎數學演習的機會發現學生的困難，以便及時進行補救教學，而不必等到考試後再做補救。

9. 學生學習成就的評量不應僅限於考試。評量的主要目的是要診斷學生學習的困難所在，以便進行補救教學。因此，教學過程中的口頭問答、討論時學生的意見發表、隨堂練習的習作等都可做為形成性的評量方法。

10. 學生選課應有適當輔導。每學年結束前，應將下學年各個選修數學課程對學生做適當介紹，使學生對各課程的性質與目標有所瞭解，以做為其選修的參考。

### 三、教育主管機關方面

在課程標準與試用教材正式實施前後，仍然有些問題需要教育部、廳、局協助解決：

1. 高二選修時間僅有3～6小時，當學生準備選修三門自然學科時，就無法再選修數學課程。這項困難應儘早解決。

2. 目前教育主管機關尚有「學生不得攜帶電算器到學校」的規定，為配合數學課程中「敘述統計」與「數值方法」的教學，應請撤消此項規定，才能與課程標準實施方法相合。

3. 試用教材採大字印刷，字間行距都很大；這種排印方式頗受學生與教師的讚賞。當試用教材移交國立編譯館負責發行時，建議該館責成書商採同樣版式編印。

4. 新頒課程標準與試用教材是否適當，應隨時蒐集使用學校教師與學生的教學心得與意見，並能隨時進行修訂。不宜在全國使用後，即解散課程標準修訂小組與試用教材編輯小組，而使課程標準與試用教材的任何可能缺失長久存在而無人過問。

5. 大專聯考影響全國高中教育，已是一個不爭的事實。學生對選修課程的選擇，主要是以聯考科目為取向。教育部宜儘早調查全國各大學所有學系在新課程標準實施後擬考那些科目，並將此項資料在七十三學年度結束前公布，以配合七十四學年度的高二選修課程。

6. 過去大專聯考的社會組數學試題中，曾出現社會組數學課程標準所沒有的題材。往後大專聯考命題，應請命題委員確實遵照課程標準，以免課程標準修訂委員反覆討論認為應刪除的題材再度出現在大專聯考試題中，而使課程標準的修訂流於形式。

7. 數學科教學媒體中，教師與學生的參考資料乃是其中重要的一部分。建議教育部、廳、局邀請熱心數學教育人士，撰寫各種適合中學數學教師與學生參考的各種書籍，使我國數學教育資料更為充實。

#### 四、大學教授方面

為使我國高中以上數學教育成為一個沒有空隙的整體，全國各大專院校數學教授同仁對於高中數學課程標準及教材內容應有適當的瞭解。尤其此次課程標準修訂，許多刪除的部分變成大學數學教授所應增加的題材，如反三角函數、極坐標是未來大學微積分課程所不可忽略的部分；平面坐標系的平移與旋轉、二次式的標準化是大學線性代數課程需要考慮增加的題材等等。

另一方面，由於高三數學課程引進了基本的微積分概念與方法，學生可能因此以為已經唸過微積分而認為大學微積分課程乃屬多此一舉。講授微積分的教授同仁除了需要瞭解高三數學課程的確實內容之外，更需對大一新生的可能錯誤心態有所輔導，以免大學微積分課程因學生疏忽而降低教學效果。

#### 柒、附 記

此次修訂高級中學數學課程，直接或間接參與其事的先生甚多，茲將有關人員芳名列出如下：

##### 1. 參加數學界教授同仁討論者

廖傳淮、李亞白、劉豐哲、黃武雄、謝聰智、賴東昇、繆龍驥、黃敏晃、賴漢卿、王懷權、黃提源、許貞雄、林聰源、呂溪木、李恭晴、顏啓麟、陳昭地、陳冒海、薛昭雄、李宗元、王振瀛、陳俊生。

以上名單錄自數學傳播第一卷第四期，如有遺漏，謹致歉意。

##### 2. 教育部科學教育指導委員會數學科諮詢委員

呂溪木、邱守榕、林福來、曹亮吉、陳昭地、孫方鐸、黃武雄、楊維哲、趙文敏、樊 璇、賴東昇、賴漢卿、顏啓麟。

##### 3. 師大科學教育中心高中數學課程改進計畫研究委員

朱建正、呂溪木、李恭晴、李虎雄、林福來、林光賢、陳冒海、曹亮吉、黃提源、趙文敏、賴東昇、盧欽銘、邱顯義、林雲壽、林德煜、傅銘東、潘振輝。

##### 4. 教育部修訂高級中學課程標準數學科委員

朱建正、呂溪木、李恭晴、李虎雄、林福來、林光賢、陳冒海、曹亮吉、黃提源、  
趙文敏、賴東昇、盧欽銘、邱顯義、林雲壽、林德煜、傅銘東、潘振輝、顏啓麟。

## 參考資料

1. 關於高中數學課程標準修訂前的協調工作，數學傳播第一卷第四期，民國 66 年 3 月。
2. 賴東昇整理：「基礎數學」課程（最低）標準大綱，數學傳播第一卷第四期，民國 66 年 3 月。
3. 各國高中數學課程綱要，國立台灣師範大學科學教育中心編印，民國 66 年 9 月。
4. 高級中學數學課程綱要草案，國立台灣師範大學科學教育中心編印，民國 67 年 10 月。
5. 高級中學數學實驗課程綱要，國立台灣師範大學科學教育中心編印，民國 69 年 12 月。
6. The Agenda in Action, 1983 Yearbook, the National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, Virginia, U.S.A., 1983 年。