

數學在化學教學中的應用

黃寶鈿

國立臺灣師範大學化學系

科學的發展與進步，每與數學有密切的關係。在歷史上，數學改變了科學的內涵，科學亦影響數學的發展。因為這兩個學科的合作，使得人們得以參悟宇宙萬物的現象。例如：歐幾里得幾何學的來臨，使得人們對球體有了深一層的了解，從而對於外太空也有進一步的認識。再如，李柏涅茲 (Liebnitz) 及牛頓 (Newton) 的微積分學，對於分析運動物體速率的改變有很大的幫助⁽⁸⁾。不論大理石圓球在地板上運動，月球在天空中運動，或星球繞地球轉動，都可用數學方法來解釋，因此有所謂「數學為科學之母」。

高二的化學課程中與數學有關的部分約占三分之一。諸如：密度、單位換算、有效數字、原子量、莫耳、氧化數、質量—質量的計算問題、體積—體積的計算問題、百分組成、實驗式、查理定律、波義耳定律、一般氣體定律、氣體擴散定律、重量莫耳濃度、體積莫耳濃度、滴定、理想氣體公式、解離常數、凝固點下降、沸點上升、克當量、以及 pH 值的問題等都包括在化學教材中。這些有關的數學問題，學生往往並不感到興趣⁽¹⁾，尤其數學程度較差的學生，更常因計算結果的錯誤而懊惱不堪，而削弱了學習化學的興趣。因此，本文謹就數學與化學教學的問題，舉出幾個實例與讀者共同討論。

自然科學與數學在學校中的關係

自然科學與數學密不可分已如前所述，因此在學校中，多數自然科學活動常應用數學，而許多數學問題也寓有自然科學方面的概念。美國國家科學教師協會 (The National Science Teachers Association) 所出版的「在科學課程發展中將理論付諸行動」 (Theory into Action in Science Curriculum Development) 一書中，曾強調，在教科學時，數學

所負任務的重要性如下：

「若不考慮數學所擔負的重要任務，就不可能有完整的科學課程。正因為缺乏數學時科學本身不可能發展到現在的狀態，所以如欠缺數學推理，則科學之特性也無從加以描述。數學是一種人類用來描述自然界次序（Order）的語言；有了它，才能了解自然界的次序⁽⁸⁾。」

最近，該協會（NSTA）的委員們在研究課程時，更進一步強調這點：

科學應以統整（Unified）的學科方式，或與其他學科合作的方式來教學。這些學科包括數學、社會科學、經濟、政治科學等⁽²⁾。

數學在自然科學教學中的用途

以往數學在自然科學的教學中，最常見的有下列幾種功用：

一、測量數據：

科學須要收集數據，以便歸納而獲得一些科學的原理、法則、和定律。由於數學可幫助學生更深入的了解自然現象，所以在學生的科學活動中，教師宜授以數學的測量方法。

例如，某學生想瞭解光線是否與種子的發芽有關，他可以將種子分成兩組來做實驗，一組種子接受光，另一組則否。但此種方法仍無從獲知多強的光可以改變種子的萌芽，因此必須設計更精細的方法，以測定光的強度和測定種子萌芽的時間，再由所測量的數據，推論種子發芽時間和光的強度的關係。

二、表明相互關係

在科學的探索中，除了用測量方法外，數學也可用來表明某些科學事實的相互關係。

例如：牛頓的地心引力定律可以用公式簡單地表示如下：

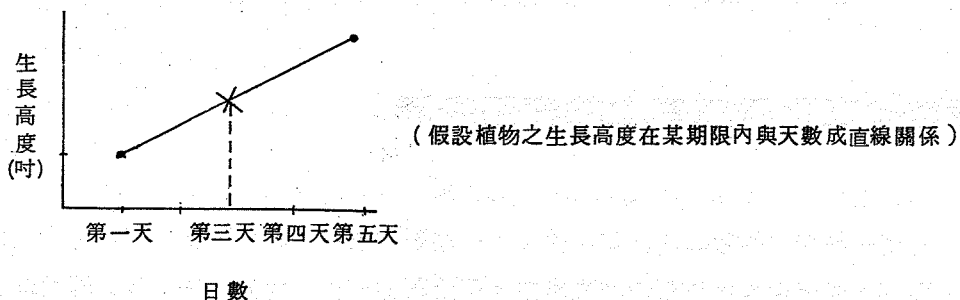
$$F = \frac{GM_1M_2}{d^2}$$

由此公式，則地心引力對任何種物體的質量及其間之距離的關係即可一目瞭然。

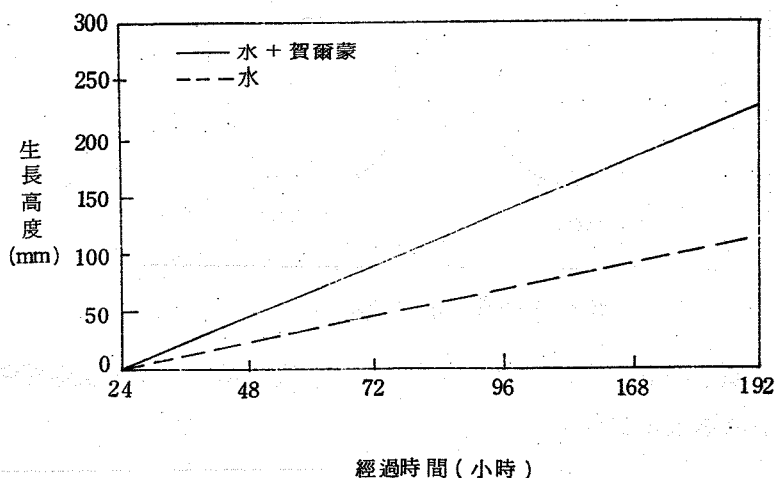
三、外插與內推（Extrapolation and Interpolation）

數學也常用來做外插及內推的工作。

例如，某生某天測量一棵植物的高度為 5 吋，經過四天後，再測量其高度為 7 吋，則可採用內推法估計在第一次測量後，再經過兩天時，此植物的高度為 6 吋。也就是可以由二已知數據推估未知數據。



教師亦可教導學生應用外插法，由已知實驗之數據所做成的圖形，獲得未知或未做實驗的數據。例如，兩棵相同植物，一浸在含賀爾蒙的溶液中，另一浸在純水中，每 24 小時記錄其高度，然後做成下圖，由此圖，教師可以要求學生以外插法，獲知 216 小時後，兩棵植物的高度各為多少了。



四、解決問題

因為數學與科學二者皆可用來解決問題⁽⁴⁾，所以二者在教學上，都要學生使用演繹與歸納的推理能力。通常在發現式的教學 (Discovery Instruction) 過程中，常常併同使用這些能力，以獲得結論。

美國的科學課程中強調應用數學的有：「小學科學課程的定量方法研究」(Study of Quantitative Approach in Elementary School Science)，是由紐約州立大學所設計的⁽⁵⁾。此外，比如 ESS (Elementary Science Study)，SCIS (Science Curriculum

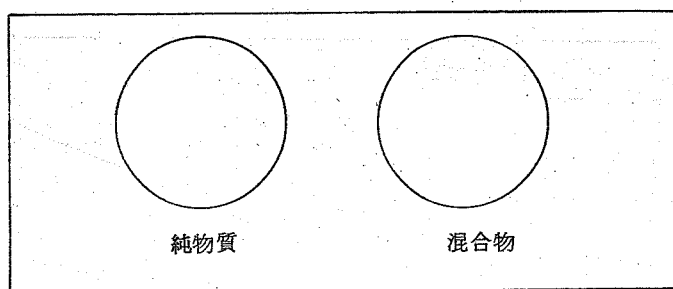
Improvement Study), SAPA (Science—A Process Approach), ISP (Individualized Science Project) 等亦皆重視數學在自然科學教學中的使用。

新數學在化學教學上的應用舉隅

一、范氏圖示法 (Venn Diagrams) 的應用

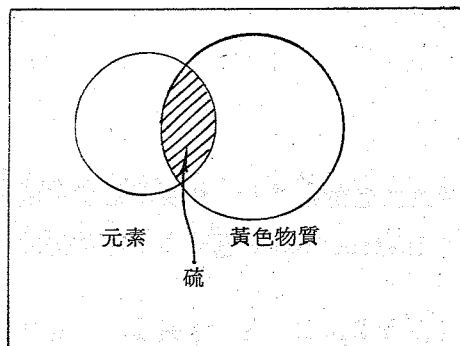
即使一般學生的數學成就並不很高，一些新的數學技術仍可以有效地應用在化學的教學上，而不須要學生具備數學的特殊能力。范氏圖的使用，就是一例。范氏圖可以在視覺上表示邏輯的觀念，因此學生會發現，使用此種圖示法比使用口頭的敘述容易明白科學上的某些觀念。

圖一中的兩圓，說明純物質與混合物的關係。所有的純物質包含於左邊圓圈中，而混合物則包含於右邊圓圈中。因為沒有同時是純物質及混合物的東西，所以兩圓不會相交。

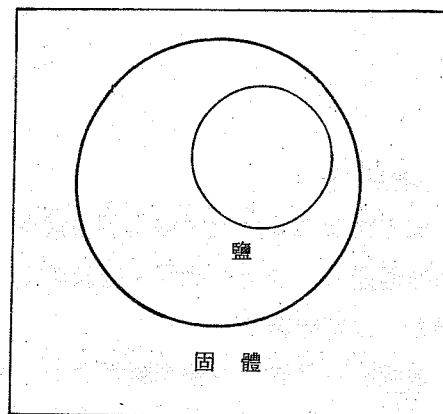


圖一 純物質與混合物的關係

圖二表示元素與黃色物質的關係⁽⁶⁾。因為某些黃色物質亦為元素，所以兩圓會相交（斜線部分）。例如：硫必屬於這部分。



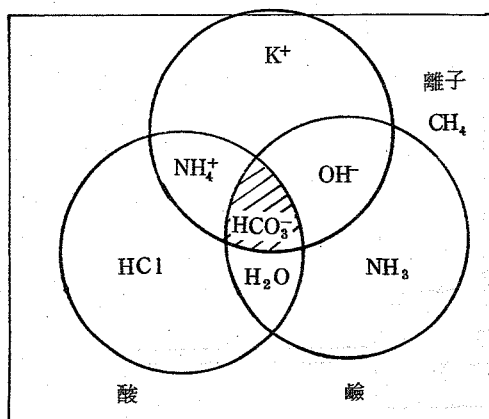
圖二 元素與黃色物質的關係



圖三 固體及某些鹽類的關係

圖三的例子表固體及某些常見的鹽類。一個圓形完全在另一個圓形之中，即表明這些常見的鹽類是固體，但非所有的固體是鹽類。

在化學的教材中，酸、鹼的問題是一種很重要的概念，若能以范氏圖來表示，如圖四，則容易為學生所接受。由此可見，這種圖示法在教學上，具有輔助教學的功效。同時，學生不必具有集合的基礎，也可從圖中瞭解一些抽象的概念，使用上也方便得多。然而這種圖形表示法不一定設想得很周密，例如圖三，若要同時考慮溫度、溶解……的問題，則應如何圖

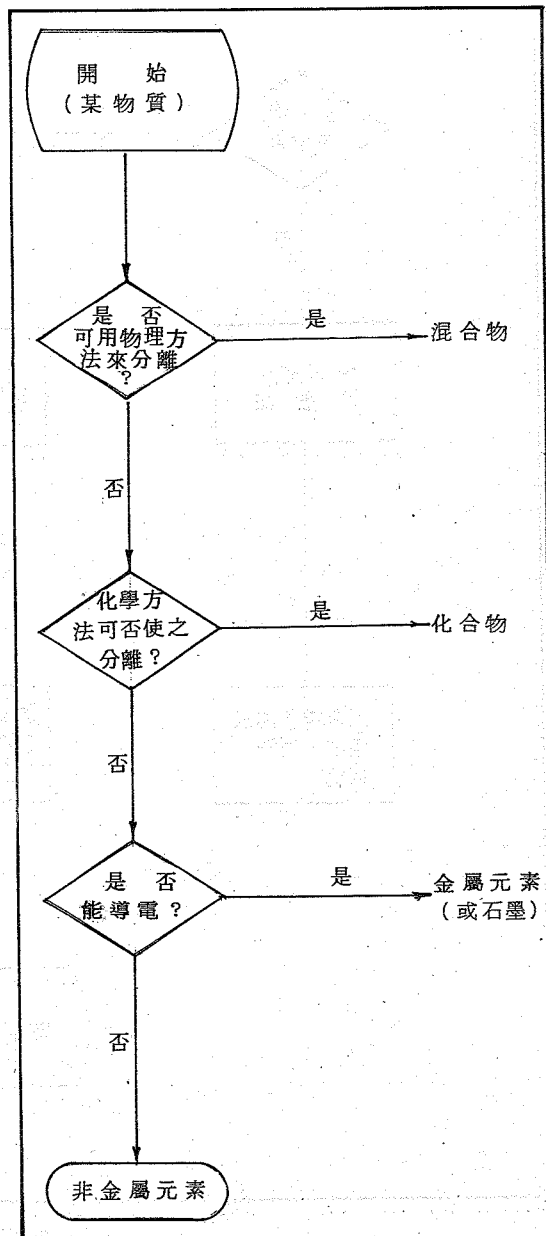


圖四 酸鹼的關係

示較為恰當，是很值得商榷的。依筆者意見，某些概念適用，某些則否，運用之妙，在乎教師的事先設計。不過對於較不複雜問題的講解，本方法仍不失為一種簡單有效的捷徑。

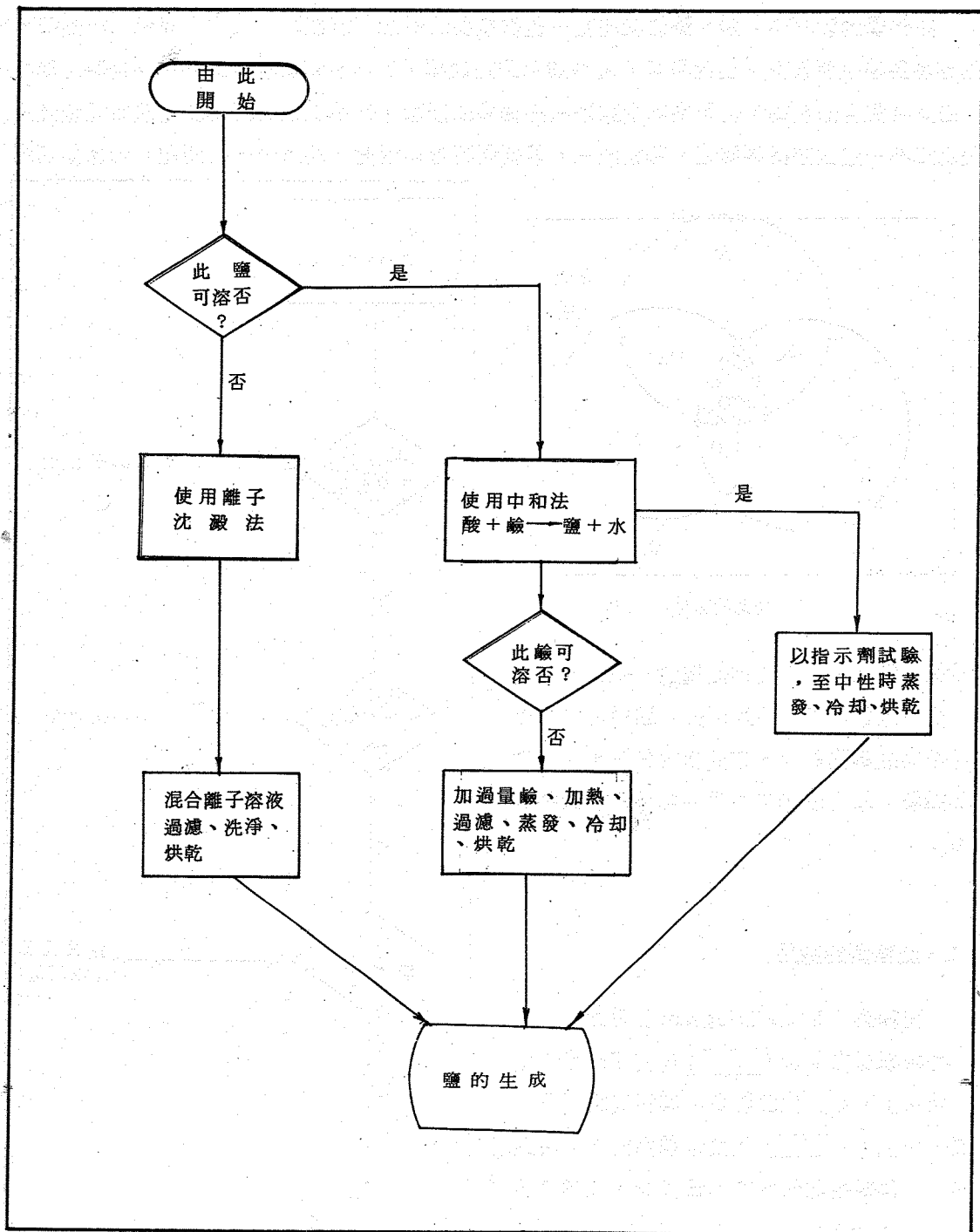
二、流程圖的應用

流程圖 (Flow Diagram) 可表明一系列的科學操作。若 代表「開始」或「結束」， 代表評量，其答案為「是」或「否」。 代表教學活動⁽⁹⁾。圖五表示一個學生如何將某物質分類。此種表示法在教學活動方面，也很容易為學生所接受，原因也是因為它比文字敘述來得明顯易懂。



圖五 某物質的分類流程圖

圖六中，學生能夠從三種方法中選擇一種適當的方法以製備某一種特殊鹽類。（溶劑為水）。



圖六 某特殊鹽類的製備之流程圖

三、基礎拓樸學之應用

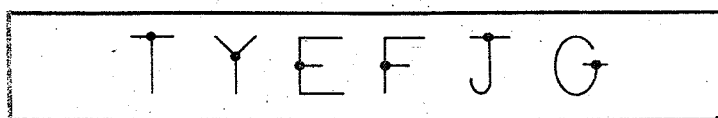
拓樸學是探討各種幾何形體的內稟性質 (Intrinsic Quality) 之一，也就是研究同胚的 (Homeomorphic) 拓樸空間所共有的性質之一門學科。

若 X 與 Y 是同胚的拓樸空間，則在拓樸學中， X 與 Y 可以視為沒有任何區別。例如把一個橡皮製的物體 X 任意地拉長、扭轉，只要不把它撕開或弄斷，那麼可得到另一形狀的物體 Y ，這兩個物體 X 與 Y 就稱為同胚。當把 X 扭或拉成 Y 時， X 上的一點 P 被扭成 Y 上的一點 Q ，這個 P 拉至 Q 的過程，建立了數學上所謂「由 X 映到 Y 的一個映射 (Map)」。

同胚映射 (Homeomorphic Mapping) 在數學上的定義如下：

若 $f : X \rightarrow Y$ 是一個一對一且映成的映射，而且 $f : X \rightarrow Y$ 與 $f^{-1} : Y \rightarrow X$ 都是連續映射，則稱 f 是 X 至 Y 的一個同胚映射，而 X 與 Y 稱為同胚空間⁽¹⁰⁾。

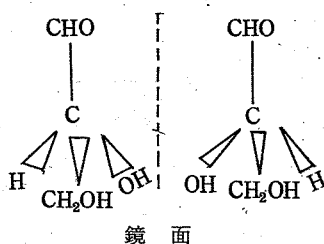
基礎拓樸學可幫助學生了解碳氫化合物的異構物中碳與碳間的架構關係。並且也可充分了解異構物的種類。



圖七 拓樸學的節點

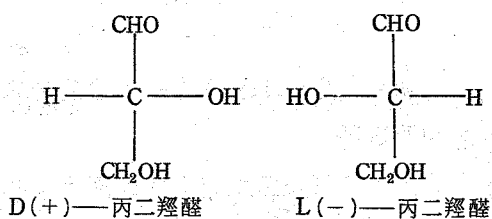
在拓樸學上，以弧 (arc) 一不論直線或曲線的交點稱為節點 (node)，因此節點的數目即為交點的數目，例如，圖七，各個字母表示三個弧及一個節點。

圖八為 D——及 L——丙二羥醛 (Glyceraldehyde)，兩者為對映物 (Enantiomers)，在空間構造上是一種光學異構物，此種對映物的物理性質相同，化學性質亦極相似，惟對

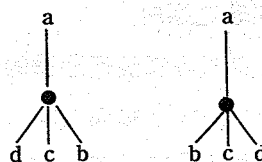


圖八 D——及 L——丙二羥醛

於光學活性試劑則有不同的反應，因此其圖九的投影式 (其中 D，L 並不代表右旋或左旋，乃表組態) 可以圖十表示之。



圖九 D(+)—及 L(—)—丙二羥醛之投影式



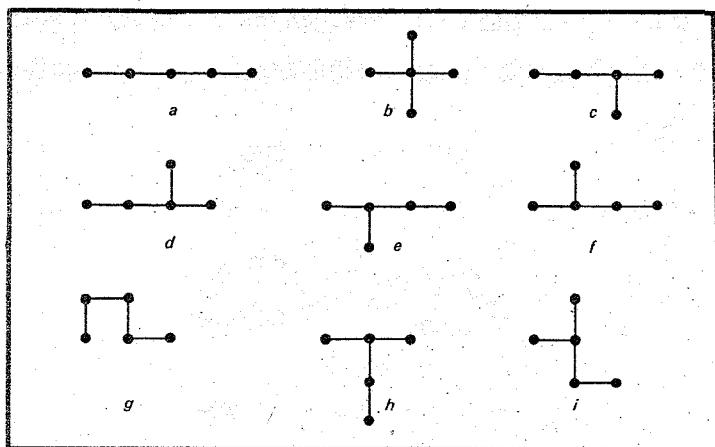
圖十 D(+)—及 L(—)—丙二羥醛的組態

當教導學生空間異構物時，如提到兩種分子式為 C_4H_{10} 的異構物時，教師可以數學的方式（圖十一）來說明。由圖，學生立即可知二者在空間上是不同的，但有同數的節點，即有相同的碳原子數，同時也有相同的弧數。



圖十一 C_4H_{10} 的幾何異構物

同理，學生若將 C_5H_{12} 的異構物以圖十二表示，則會了解 d, e, f 與 c 是相等的，g 等於 a, h 或 i 皆等於 c 的構造，而真正的異構物只有 a, b, c 三種⁽⁷⁾。



圖十二 某學生所寫出的 C_5H_{12} 之異構物

目前分子模型是教學幾何異構物時最有價值的教具，因為學生可以具體地認識這些構造，尤其當學生親手使用分子模型時，效果更好。捨此之外，在欠缺分子模型時，上述的以數學觀念來說明分子構造的方法，則不妨參酌使用。這些方法的優點，是教師在黑板上畫下來，學生即可自行筆記或練習，易教易學，省時省力。

參考資料

1. Aumiller, M.F., *Teaching High School Chemistry*. New York: Parker Publishing Company. 1972.
2. Gleason, A.M., Science, Mathematics and Tomorrow's Child. *The Instructor*. January 1968.
3. Leisten, J.A., *Education in Chemistry*. Vol.6, 1969, P.19.
4. Curriculum Committee, National Science Teachers Association, *Theory into Action in Science Curriculum Development*. Washington, D.C.: National Science Teachers Association, 1964. Appendix P.3.
5. NSTA Committee on Curriculum Studies: K-12, School Science Education for the 70's. *The Science Teacher*. November 1971. P.46-51.
6. Polya, G., On Learning, Teaching and Learning Teaching. *Mathematical Monthly*. 1963, P.611.
7. Swartz, C., Elementary School Science by a Quantitative Approach, *Journal of Research in Science Teaching*. Vol.2, 1964. P.349-51.
8. Woods, G.T., *Education in Chemistry*. Vol.14, 1977. P.20.
9. 國立台灣師範大學和國立教育資料館。教育資料研討會記錄。民國六十九年。
10. 趙文敏，拓樸學導論。台北：書銘出版公司。民國六十九年六月。