

# 電腦替我們動腦

崢嶸

國立高雄師範學院數學系

數學中涉及數值計算的問題若能用電算機（電腦）求解必會比較快捷毋庸贅述。更有進者，有些問題不只是簡單的計算，而是需要思考分析才能解答的所謂難題，必須要想出“方法”才能夠求得答案。我們也希望能運用電腦來幫助解答這類問題。

A. M. Yaglom與 I. M. Yaglom合著；“Challenging Mathematical Problems”一書中有許多這一類的問題，其第一冊（Volume 1）第7頁上第17題：

把1,000,000表為三個正整數的乘積有多少種不同的方式？各組因數分解（三個因數之積）若僅有因數的次序不同視為相同的方式。

其解法在第57～59頁，答案是139。解法相當繁長，在此不加介紹，讀者可參閱原書。

這題的解法（或可能不止這一解法）不是人人都能想得出來的。在此，我們設計程式，命令電腦替我們求答案，當然也不是每一個學過電腦程式的人都能夠設計得出來一個好的程式——程式短而且計算快捷。讀者可比較而知，想出一個程式要比想出一個數學解法容易多多！而且看懂程式也比看懂數學解法容易，電腦求解也比較快捷與完全（可列出所求的139組數）。

首先，把問題轉譯為：

有多少組不同的（正整數組） $X, Y, Z$ ，使

(1)  $XYZ = 1,000,000$

(2)  $X \leq Y \leq Z$

在微電腦上用BASIC語言設計一程式如下：

```
5 K=0
10 FOR X=1 TO 100
15 IF 1E+06/X<>INT(1E+06/X) THEN 70
20 FOR Y=X TO SQR(1E+06/X+1)
30 IF 1E+06/(X*Y)<>INT(1E+06/(X*Y)) THEN 60
35 J=K-4*INT(K/4)
40 LPRINT TAB(J*17);X;Y;1E+06/(X*Y);
50 K=K+1
55 IF K/4=INT(K/4) THEN LPRINT
60 NEXT Y
70 NEXT X
80 LPRINT
90 LPRINT K
```

RUN 此程式即可在印字機上印出 139 組所求的數：

|             |             |             |            |
|-------------|-------------|-------------|------------|
| 1 1 1E+06   | 1 2 500000  | 1 4 250000  | 1 5 200000 |
| 1 8 125000  | 1 10 100000 | 1 16 62500  | 1 20 50000 |
| 1 25 40000  | 1 32 31250  | 1 40 25000  | 1 50 20000 |
| 1 64 15625  | 1 80 12500  | 1 100 10000 | 1 125 8000 |
| 1 160 6250  | 1 200 5000  | 1 250 4000  | 1 320 3125 |
| 1 400 2500  | 1 500 2000  | 1 625 1600  | 1 800 1250 |
| 1 1000 1000 | 2 2 250000  | 2 4 125000  | 2 5 100000 |
| 2 8 62500   | 2 10 50000  | 2 16 31250  | 2 20 25000 |
| 2 25 20000  | 2 32 15625  | 2 40 12500  | 2 50 10000 |
| 2 80 6250   | 2 100 5000  | 2 125 4000  | 2 160 3125 |
| 2 200 2500  | 2 250 2000  | 2 400 1250  | 2 500 1000 |
| 2 625 800   | 4 4 62500   | 4 5 50000   | 4 8 31250  |
| 4 10 25000  | 4 16 15625  | 4 20 12500  | 4 25 10000 |
| 4 40 6250   | 4 50 5000   | 4 80 3125   | 4 100 2500 |
| 4 125 2000  | 4 200 1250  | 4 250 1000  | 4 400 625  |
| 4 500 500   | 5 5 40000   | 5 8 25000   | 5 10 20000 |
| 5 16 12500  | 5 20 10000  | 5 25 8000   | 5 32 6250  |
| 5 40 5000   | 5 50 4000   | 5 64 3125   | 5 80 2500  |
| 5 100 2000  | 5 125 1600  | 5 160 1250  | 5 200 1000 |
| 5 250 800   | 5 320 625   | 5 400 500   | 8 8 15625  |
| 8 10 12500  | 8 20 6250   | 8 25 5000   | 8 40 3125  |
| 8 50 2500   | 8 100 1250  | 8 125 1000  | 8 200 625  |
| 8 250 500   | 10 10 10000 | 10 16 6250  | 10 20 5000 |
| 10 25 4000  | 10 32 3125  | 10 40 2500  | 10 50 2000 |
| 10 80 1250  | 10 100 1000 | 10 125 800  | 10 160 625 |
| 10 200 500  | 10 250 400  | 16 20 3125  | 16 25 2500 |
| 16 50 1250  | 16 100 625  | 16 125 500  | 16 250 250 |
| 20 20 2500  | 20 25 2000  | 20 40 1250  | 20 50 1000 |
| 20 80 625   | 20 100 500  | 20 125 400  | 20 200 250 |
| 25 25 1600  | 25 32 1250  | 25 40 1000  | 25 50 800  |
| 25 64 625   | 25 80 500   | 25 100 400  | 25 125 320 |
| 25 160 250  | 25 200 200  | 32 50 625   | 32 125 250 |
| 40 40 625   | 40 50 500   | 40 100 250  | 40 125 200 |
| 50 50 400   | 50 80 250   | 50 100 200  | 50 125 160 |
| 64 125 125  | 80 100 125  | 100 100 100 |            |

139

如這例所示，把一個“難題”轉換成用電腦能做的步驟來解答，那就是使電腦的計算替我們動腦了，由此而發揮電腦的運用，雖不能解決所有數學難題，但至少可使數學難題稍微“蕭條”。

### 【附註】

- (1) 程式中  $1E+06$  是指 10 的 6 次幂。
- (2) 20 這一行中若用  $SQR(1E+06/X)$  則有些電算機由於其所採取近似值的方式。

1 1000 1000, 4 500 500, 16 250 250, 25 200 200, 100 100 100

這五組數不能出現，在  $SQR$  中加 1，就解決這個困擾了。

- (3) 35、40、55 這三行的作用是使一行印四組數，上下對齊。

- (4) 各電算機的性能不同，完成此題的時間也各不同，大致都在 50 秒左右，最快的只需 12 秒。