

美國數學教育的全國性評鑑

洪志生

臺灣省國民學校教師研習會

在過去二十年內，數學教育處於相當不穩定的狀態，先是 1960 年代的數學改革，後是 1970 年代“返回根本”的運動，使數學課程回復二十年前的特色。當 80 年代開始，又有新的建議被提出來。

早期的數學課程改革是以學習或學習成就方面的普通原理原則為基礎，現今的數學改革則包括有意義的學習和發現學習方面的原則；返回根本的運動則部份是由於學生學習成就低落所引起的反應。想改進數學教育，必須對學生的學習和成就做更詳盡的分析。

由美國全國性教育評鑑 (National Assessment of Educational Progress, 簡稱 NAEP) 所進行的數學評鑑是對美國學生的成就測量做得最好的之一，NAEP 的第二次評鑑是在 1977 到 1978 的學年間舉行，測驗題目所涉及的目標範圍很廣，受試學生包括 9 歲、13 歲及 17 歲的三個年齡組，共七萬多名，都是經過挑選而具有該國的代表性。評鑑採項目取樣的步驟，有 250 至 450 個題目就各年齡組進行測驗，每一題約有 2400 個學生作答。評鑑結果不但能對中小學生在各方面的知識提供一正確的樣本，也能就學生在某些題目上的表現加以分析。每一題的資料都個別的分析過，以說明學生在各方面的表現。

此次評鑑是先由數學家、數學教育家、學校教師以及有興趣的民衆組成團體，共同擬定一些目標，做為發展題目的依據。這些目標要能反映數學課程的重要性。這些人認為：數學課程所應涉及的目标範圍很廣，因此評鑑的重點應包括五個主要領域：(1)數及計數法；(2)變數和關係；(3)幾何（大小、形狀和位置）；(4)度量；(5)其他有關機率和統計、圖形和圖表的主題。

每一領域分別由四個層次來評量：知識、技能、理解和應用。知識層次的問題包括事實與定義的記憶，如：按照數字大小排序、記得基本四則運算、幾何圖形的辨認、基本度量單位的認識等。技能層次的問題包括各種不同的數學運算，如：整數分數小數和百分數的運算、實測、度量單位的換算、讀圖和讀表、代數式之運算等。理解層次的問題是為了解量學生對基本原理原則的認識，例如：對於度量單位的概念，此類問題不能用例行方法解決。應用層次的問題要求學生應用已有的知識技能解題，這類問題包括教科書的例題以及較特殊的題目。

除了以上的認知領域外，也評量了情意方面的變項，有一份學生對於自己上數學課時所參與的活動型態的陳述。另外有一組特別的題目，用來評量學生使用計算器解決問題的能力。

評鑑的結果已做成摘要發表。依此進一步探討，我們發現全國性評鑑所得有關學生數學程度的資

料和美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱NCTM) 對80年代數學課程的建言有直接相關之處, 我們已確認的有下列幾項: (1)將數學基本能力的定義加以擴大的必要, (2)使學生理解數學概念和數學課程的重要, (3)將解問題當做數學課程的重點, (4)建立數學能力發展的記錄資料, (5)使用計算器指導運算技能的含意, (6)改善學生修習數學課程的情形, (7)學生對於自己參與數學課活動的知覺。

當我們對NAEP數學評量的結果加以解釋時必須留意: 此次評量的設計並不在於鑑定學生成績表現的始末, 如果我們做了超出資料範圍的解釋, 則其他作者也可能得出不同的結論。我們在本文所提出的結論是有範圍很廣的題目和舉例說明來支持的。

一、基本技能定義範圍的擴大

NCTM為1980年代數學教育所做的建言中有一項是: 數學基本技能的定義所包含的範圍應該不只是計算技能的熟練, 其他如幾何、度量、機率和統計等也應該是基本技能的重要領域。如果用第二次數學評鑑的成績評估美國數學的重點, 結論是: 大多數數學課程的重點是在例行計算技能的發展, 因為學童表現出對計算技能十分熟練, 尤其是整數的計算。

幾乎所有的學童都表現出熟悉數字方面的基本事實, 9歲年齡組中約 $\frac{2}{3}$ 能應用進退位的方法完成簡單的加法和減法運算, 13歲組中幾乎全部學童能完成簡單四則運算, 年齡更大的學生多能完成更難的計算, 如表一所示。學童在整數除法及分數和小數的運算上則有較大的困難。

表一 整數的計算

問 題	通 過 百 分 比	
	13 歲	17 歲
1. $\begin{array}{r} 4285 \\ 3273 \\ +5125 \\ \hline \end{array}$?	85	90
2. 504減237	73	84
3. $\begin{array}{r} 671 \\ \times 402 \\ \hline \end{array}$?	66	77

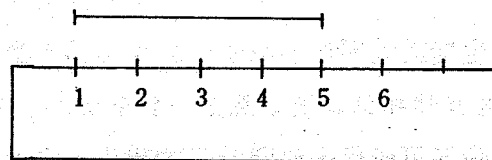
然而在基本的非計算技能的問題上, 其成績則顯著的差。一般而言, 學生只對於簡單的直覺概念或在校外可能遇到或練習到的概念或技能, 才表現出相當精熟, 這可見之於他們對幾何名詞的認識。對日常所用的名詞如正方形、平行, 他們是熟悉的, 但是對於平時較少用到的語彙如切線、斜邊則不熟悉。13歲組的95%以上能分辨正方形和平行線, 然而即使是17歲組的學生對切線和斜邊等名

詞熟悉的還不到 60%，只有約 $\frac{1}{5}$ 的 13 歲組和 $\frac{1}{3}$ 的 17 歲組學生能解出一個有關畢氏定理的簡單應用問題，由此可見他們學習幾何概念的失敗。

一般而言，學生在實測問題方面的成績表現大致和幾何方面的結果相似，大多數學生所熟悉的只是他們會在校外遇到或學到的測量概念與技能，例如測量單位的辨認、簡單的直線測量、看時間等，然而在其他許多的基本測量概念和技能上却很有困難，尤其是周長、面積和體積方面，另外一項成績普遍偏低的基本技能是機率和統計，對於大部份的基本機率概念能有初步理解的學生，在每一年齡組都不到一半。

二、理解的重要

由前面所得結果可知：學童對於範圍較廣的基本技能並不熟練，尤有甚者，他們於所學到的許多技能都只達到機械而膚淺的程度，由他們的表現可看出他們在各方面的學習，如測量和分數的計算，都缺乏對於基本概念和過程的理解，例如，幾乎所有的學童都能做簡單的直線測量，80% 以上的 9 歲組和 90% 以上的 13 歲組能測量線段的長度到吋的單位，然而當他們碰到類如圖一的問題時，77% 的 9 歲組和 40% 的 13 歲組皆答 5，可見多數學生在測量時雖然都會將線段末端的數字填上，然而將問題的內容改變後，就可發現許多人在另一種情況下並不理解。



圖一 這一線段有多長？

在許多計算的問題上也顯然只有膚淺的認識，例如他們在做兩個分數的乘法時，表現很好，將分子乘分子、分母乘分母，似乎是解題的自然方法，但由表二簡單的文字題所得結果顯示：他們對分數相乘的意義並無清楚概念，因此甚至無法應用此技能解決簡單的問題。

表二 分數的相乘

問 題	通 過 率	
	13 歲	17 歲
1. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = ?$	70	74
2. 珍妮住在離學校 $\frac{2}{3}$ 哩的地方，當她走到路程的 $\frac{2}{5}$ 時，她走了多遠？	20	21

從學生在幾個約估問題的表現可看出：他們並未學到基本的分數概念，39% 的 13 歲組和 54%

的 17 歲組能算出 $\frac{7}{15} + \frac{4}{9}$ 的答案，但分別只有 24 % 和 37 % 的學生能對 $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$ 做合理的約估，有一半以上的 13 歲組和 $\frac{1}{3}$ 以上的 17 歲組只是將分子和分母相加，這樣的反應提示我們：許多學生只想尋找一些固定的計算規則來用，却並不管結果是否合理。

學生在整數及分數和小數運算上程度的差異，可以部份的由理解的重要性來說明，由大部份的問題可以看出學生學了有關整數計算的基本概念，也注意到一些計算方法中的位值概念，因此他們在整數計算問題的成績大致還不錯，然而就如前面例題所示，大多數學生對於分數運算並無清楚的理解，所以只做了機械層次的操作，由於缺乏理解，其結果就是在一些分數的計算上表現很差，在解決有關分數運算的簡單問題時也遇到嚴重的困難。

若著重於基本技能的機械性應用，其結果就是學生變得完全依賴機械性的方法，而機械性方法是容易遺忘的，一旦他忘了方法中的某一步驟，則即使是直覺就可解決的簡單問題也解不出來，例如下面(a)和(b)的複雜程度對題目難度並無影響：

$$(a) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (b) \quad \frac{7}{15} + \frac{4}{9}$$

在問題(a)學生應該是直覺的就能找到共同的分母，在問題(b)兩分母並非互質，其最小公分母是 45，不管這兩個問題表面的難度有何差異，學生在這兩題的成績並無差別，顯然，學生若學到一種方法，就能成功的應用於大多數情境，但若不熟悉一種方法或遺忘了某一步驟，則即使是直覺就能解出的簡單問題，他們也會有困難。

此一部份結果提示我們：許多學生對於大部份的數學概念和過程，至多只有表面的理解，約有 90 % 的 13 歲組和 17 歲組贊成：「知其然和知其所以然是一樣重要的」這句話，可見他們認為理解的發展是學習數學所必要的。他們的回答可能代表他們真正的想法，也可能是從數學老師那兒聽過這句話而把它當作被預期的答案；後者較為可能，因為兩種年齡組的學生約有 90 % 同意：「解決數學問題時通常有可循的規則」，他們可能對規則的熟練專心到一個程度而忽略了理解。

三、解決問題

以機械的方法學習數學技能的後果之一是：無法將學得的技能應用於解決問題上。NAEP 結果顯示：所有年齡群的大多數學生對於凡是需要加以分析的非例行問題都有困難，可見他們未曾學到基本的解題技能，而只是嘗試著將某些計算方法機械性的應用於題目中所給的任何數字。

由解決例行問題與非例行問題所得的結果可以發現一項明顯的矛盾：學生通常能解出只需一個例行步驟的文字題，就像那些在教科書上所常見到的。表三所摘錄的結果代表學生在只需一個步驟的文字題的作答情形，那些問題所需的步驟只在決定到底應加減還是乘除？然後把它算出來。

表三 減法的多選題

問 題	作 答 百 分 比		
	9 歲		13 歲
	不用計算器	使用計算器	
(1) 喬的家庭作業是 352 題算術，如果他做了 178 題，則他還有多少題沒做？			
174 (正確答案)	38	70	82
530	6	8	1
226	6	0	1
其他減法上的錯誤	10	0	4
(2) 325			
- 178			
?			
174 (正確答案)	50	—	85
530	1	—	0
226	15	—	2

表三的文字題給 9 歲和 13 歲學生做而不用計算器，再給另一組 9 歲學生做而可以用計算器，另一組則給予相同的數字而要他做直接的減法計算。凡是需要閱讀的文字敘述，皆以錄音帶放出，並且也印在測驗卷上，13 歲組學生解文字題的能力和計算的能力二者之間幾無差別，兩個年齡組選擇錯誤的也不多。

雖然學生能成功的解出大部份只需一個步驟的問題，但是在解非例行的或非單一步驟的問題上却大有困難，事實上，若問題的解決需要好幾個步驟或題目中包含無關的資料，學生往往會試著想把題目中的所有數字做一次運算。學生在非單一運算的問題上有困難，這可由表四的摘要中看出，儘管問題中所需的計算都在學生的計算能力範圍內，他們還是有很多無法解出，很多人只想把數字加起來或乘起來，而却不去分析問題。

學生並沒有發展出解題的好方法。有一基本方法對於某些問題的分析會有幫助，那就是繪圖，若將表四的第二個問題改變題目，繪出該長方形，要學生求出周界長，則在 9 歲組及 13 歲組皆增加 30% 以上的通過率。像這類簡單的認知問題中所涉及的長方形，對許多學生而言並不陌生，但顯然他們多數未能將圖形繪出並運用已有的知識於解題，有許多學生只將問題中所給的兩個數字相加或相乘。

另外一個基本的解題策略是從自己已經知道解題方法的相關問題中去尋找，以獲得解決問題的方法。由學生在兩個密切相關的問題上作答的結果可看出：將一個問題的解題方法轉移到另一密切相關的問題上，對他們而言是困難的。雖然多數學生能計算長方形的面積，卻沒想到正方形只是長方形的一種，約有一半的 13 歲組和 $\frac{3}{4}$ 的 17 歲組學生會計算長方形面積，但卻分別只有約 10% 和 40% 的學生能算出正方形的面積。

表四 多步驟的問題

問 題	作 答 情 形 百 分 比		
	9 歲	13歲	17 歲
(a) 一瓶56盎斯的檸檬汁值95先令，在學校福利社一杯8盎斯的檸檬汁賣20先令，問每瓶可賣得多少元？ 正確答案 只將題目中的數字相加、相減或相乘	— —	11 40	29 25
(b) 王先生在他的長方形花園周圍築一道長方形的圍牆，花園長10尺，寬6尺，問他需要築多長的圍牆？ 32尺（正確答案） 16尺 60尺	9 59 14	31 38 21	— — —

NCTM建議：解題能力的發展是1980年代數學教育的一大目標。第二次的NAEP評鑑結果暗示我們距此目標仍遠，也提醒我們注意如何做將不會達到目標。令學生做更多的典型教科書文字題，雖然有幫助，却不是對此建議的適當反應，評鑑結果指出：除了教學生如何解簡單的單一步驟文字題以外，更要著重於較複雜的非例行問題。學生在非例行問題上的困難，其部份原因可能是由於他們在校內的解題經驗只限於單一步驟的問題，這些問題可以只用加減乘除的單一步驟算出。評鑑結果指出：學生在只要他們選擇正確運算的問題上少有困難。事實上，他們認為解題只是選擇正確的算術運算再將題目中的數字代入而已，他們在解非例行問題上的困難似乎是這種想法的結果。

如果用這種過份簡化的方法教學生解題，可能導致他們解陌生問題的困難，或許有人會說兒童在可能解更複雜的問題前必須先學會單一步驟的問題，然而過份強調單一步驟題，可能只教兒童如何以例行方法解這類問題，也可能使他們以為不必去思考問題或詳細的加以分析。

設計一些技巧使學生能順利的處理單一步驟題，而這些技巧並不能概括到較複雜的問題，如此可能造成反效果。例如：強調和某種運算有關的關鍵字會使兒童產生依賴性，這種方法並不能使他發展出解陌生問題的基礎。單一步驟題只有在某種情況下才可能做為發展解題技巧的基礎，那就是將它們當做真實的解題情境而要求學生去思考，並根據問題中的已知和未知去求解。

學生需要學習如何分析問題的情境，因此教學方式要能鼓勵他們去思索問題並幫助他們發展良好的解題策略，要給他們充分的機會參與解題活動，若解題只被當做學習某些基本計算技能的附屬品，很多學生會變成差勁的解題者。

四、繼續發展數學能力

雖然解題和許多非計算技能都逐漸引起課程設計者的重視，我們並不否認計算技能的重要。計算技能的合理程度是能用以解題，我們建議解題並不需要延緩到計算能力熟練之後，解題和進一步技能的學習不但能增進計算技能，也提供應用上的意義。

許多計算技能是在某一時期內連續教給學生的，這點必須注意，表五的摘要提示：學生對大部份技能的精熟都是在學校課程的初學階段結束之後。例如：雖然有很多數學問題是要讓 9 歲兒童學會減法，然而學生在 9 歲到 13 歲之間的減法表現有顯著進步，甚至 13 歲到 17 歲之間也有些進步，尤有甚者，一些基本的錯誤也隨著進步而消失。在一個需要重組的減法問題中，有 30 % 以上的 9 歲組只會將大的數字減去小的數字，13 歲組和 17 歲組則分別只有 5 % 和 1 % 犯同樣錯誤。

表五 隨著年齡進步的情形

問 題	通 過 率		
	9 歲	13 歲	17 歲
(a) 基本減法	79	93	95
(b) 三位數相減	50	85	92
(c) $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = ?$	—	74	90
(d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$	—	33	66

這些結果對基本能力計畫深具意義。古板的基本能力計畫是令兒童一直練習某些技能，直到他們熟練為止，事實上，這反而使他們沒有機會去熟悉特殊的技能。

雖然在學習其他內容時，某些能力仍會繼續發展，但並非總是如此。當學生開始學代數和幾何時，許多基本技能還未充分發展，當前的高中課程並未考慮到這點，例如：13 歲或 17 歲的學生對於百分之幾的概念或技巧能精熟的很少，但是在一般的數學課之外，却很少有機會給高中生擴充或保留百分法的知識。

評鑑指出：17 歲組有 85 % 以上曾使用計算器，計算器的可用性似乎對於計算所應強調的合宜程度和我們所應採取的教學方法深具意義。

姑且不管是提供多麼廣泛的整數除法教學，接受評鑑的學生只有一半在高中畢業時對於除法能達到合理的熟練，然而若使用計算器，則有 50 % 以上的 9 歲組和 90 % 以上的 17 歲組能正確地做除法。這就引起一些嚴重的問題，諸如：用來訓練他們除法所花的時間和精力是否有效？否則不如用於其他項目。顯然我們目前教學除法的方式對於大多數學生而言並非有效率的。

除法以及我們在學校所教的其他許多方法，都是為了獲得迅速而正確的計算步驟；由於計算器有普及的可用性，繼續強調發展熟練的計算方法似乎不如以前有那麼高的優先性，當然，計算是重要的，但我們所需要的是學生能記住且能類化到新情境的方法，這就把我們帶回到理解的主題上，學生若能理解該方法是怎麼回事，則較能記住和應用，因此，似乎應該著手將計算方法轉化為更容易理解的方式，即使它的效率較差。

下面這題的結果顯示計算器對於我們計算時思考的內在影響：

某人將 1,310 個球放進能容納 24 球的箱子裏，他將所需要的箱子都裝滿後，還剩下幾個球？用計算器的學生比不用計算器的學生更有困難，13 歲組中有 29 % 能不用計算器而正確的解出，13

就該項活動在數學課出現的多寡而在表上圈選出來。這些活動大致分為三類：學生中心活動、教師中心活動以及其他——包括要求學生主動參與的活動，如使用操作物。

表七 教室活動頻數評量

活 動 內 容		反 應 百 分 比			
		年 齡	經 常	有 時	未 曾
學 生 中 心 活 動	做數學測驗	9	4 4	4 6	9
		1 3	6 1	3 7	1
		1 7	6 3	3 3	3
	做數學的家庭作業	9	4 3	4 5	1 2
		1 3	6 7	2 9	3
		1 7	5 7	3 6	6
	自己演算數學題	9	7 1	2 2	7
		1 3	8 1	1 7	9
		1 7	8 0	1 9	1
	到黑板演算數學題	9	3 9	5 4	7
		1 3	3 3	5 8	9
		1 7	2 7	6 0	1 3
	使用數學教科書	9	7 5	1 8	6
		1 3	8 1	1 4	5
		1 7	8 7	1 1	3
	習作簿的練習	9	7 1	2 7	2
教 師 中 心 活 動	聽老師講解數學課	9	8 5	1 1	3
		1 3	8 1	1 6	2
		1 7	7 8	1 9	2
	看老師在黑板上演示數學題	9	7 8	1 9	4
		1 3	7 6	2 1	2
		1 7	7 9	1 8	3
	個別的接受老師的幫助	9	2 1	6 7	1 1
		1 3	1 7	7 1	1 0
		1 7	1 8	7 0	1 1

表七列出學生中心活動與教師中心活動被評選的情形，呈現在表頭的問題在 13 歲組和 17 歲組為：「在你的數學課上是否經常有這些活動？」，供 9 歲組選擇的項目為：“很多”、“有些”、“從來沒有過”。由表上顯示，許多學生反應：他們花許多時間聽教師解釋、看教師演示數學，也花許多

歲組中使用計算器者却只有 6 % 答對；學生在將一組分數加以比較並排序時，用計算器者也比不用計算器者更有困難，他們顯然沒想到分數可以當做商數來看，將每個數的分子除以分母而化為小數，就很容易排出大小次序。這個結果告訴我們：學生對於數字與運算的思考方式是古板的，而計算器則通常要求不同的解釋，也要求學生對數字和數字的運作有更深入的理解。

在約估技巧和對計算結果是否合理的警覺方面，計算器扮演著逐漸重要的角色，由 13 歲組和 17 歲組所做的一個題目可以看出這項技能的重要，以及當學生使用計算器却忽略計算結果的合理性時，會發生多麼大的錯誤，他們用計算器做 $7 \div 13$ ，兩組中有 20 % 選 5384615 而非 0.5384615。

五、修習數學課程的情形

學習數學是一個持續的過程，包括小學和中學的 12 年，許多基本技能不是 13 歲時就能精熟的，所以必須在中學課程中繼續加強和發展，因此，如果我們要使中學畢業生的數學成績有顯著進步，我們必須確定他們在整個中學課程中繼續修習數學。NCTM 提出：所有 9 到 12 年級的學生必須修習三年的數學課程。評鑑的背景資料做成摘要如表六，可見目前仍相當不足。

表六 十七歲學生所曾修習的數學課程

課 程	曾修習該課程半年以上的人數百分比
普通數學或商用數學	46
預備代數	46
代數一	72
幾何	51
代數二	37
三角	13
微積分導論及微積分	4
電腦程式設計	5

六、學生對數學課的感受

在 NCTM 對 1980 年課程建言中，數次指出教師應該鼓勵學生試驗與探究，因為在這樣的環境下才有可能激發他們去解決問題；建言中對教師有一呼籲：給學生充分的機會學習傳達數學的技巧，俾能閱讀和表達數學；另外還建議教師結合各種有用的策略、教材和資源，諸如：個別研習、小組研習和大組研習……適當的操作、教室以外可利用的資料。這些建議的含意是：數學教師應該讓學生有機會主動的參與學習數學與傳達數學。

有一組題目是用來評量學生在數學課時參與活動的情形，給學生一份教室活動項目表，要他們

時間做教科書上的數學題，9歲組兒童還包括習作簿的練習，在各類的活動中，這些活動反應的次數百分比最高。

班級中心活動及其他活動這兩類，每一年齡組回答的情形皆以選“未曾”的百分率最高，在班級中心的活動裏，所有年齡組約有一半的學生說在教室中經常討論數學，9歲組的60%及13和17歲組的75%說他們有時候和班上同學互相幫忙數學，9歲組、13歲組和17歲組各有35%、44%和28%的人說他們從來沒有以小組方式演算數學題。

年齡較大的學生多數說他們在數學課未曾做報告或做研究，9歲組有 $\frac{2}{3}$ 以上，13和17歲組有 $\frac{3}{4}$ 以上說他們未曾做過數學試驗活動，9歲組甚至有一半以上說他們在數學課從未用過諸如：計算器、刻度尺等物。

全國性評鑑所得的結果顯示：學生對自己在數學課上所扮演的角色知覺純為被動的，他們只是坐在那兒“聽”和“看”老師講解演示，其他的時間則用來獨自演算教科書或習作簿上的題目，他們覺得自己沒有什麼機會和班上同學共同討論所研究的問題，也沒有機會進行試驗活動或操作具體物。

爲了1980的課程而對這些結果的涵意加以評估，直接導出了“學生在學習過程中參與程度”的論題，研究的結果提示我們：目前的情形，至少就學生的觀點而言，數學教學在教師方面是“演示和講解”，在學生方面則爲“聽和看”，這和NCTM的建言恰成對比。如果我們有所期望，想培養學生主動參與數學的學習，則必須改變教數學的方法，使能對學生的參與有助長和鼓勵作用。

七、結 語

無疑地，如果要使NCTM對80年代數學建言完全實現，以達到顯著的進展，至少需要整整十年，因此，這些建言代表著從現在直到80年代結束時我們所要努力去達成的目標。

全國性評鑑的結果，使我們能衡量80年代初我們所處的情況，它提示我們：例行計算技巧的發展一直是學校數學課程的主要重點，而解題技巧的發展則嫌不足。

雖然目前情形和NCTM的理想頗有出入，評鑑的結果却能爲審慎的樂觀主義者提供某些依據。我們可以說：計算曾是數學教學的重點，有證據顯示學生的確學習所教給他們的東西，也有證據顯示課程的改革會有所衝突。有些題目評量學生成績變化的情形，從首次評鑑起在有關計量測量的問題上分數提高百分之10到20，這反映出這段時期內學校課程對測度部份的逐漸重視。

以學生數學成績的改進爲目標，是需要許多人共同努力才能達成的。本文顯示：目前尚有改進的餘地，若能適當的重組課程，學生的成績表現也會因之而異。

譯自：T. P. Carpenter, M. K. Corbitt, H. S. Kepner, M. M. Lindquist, & R. E. Reys :

National Assessment. In E. Fennema (Ed.), *Mathematics Education Research : Implications for the 80's*, 1981.