車禍鑑定用的物理學

蘇賢錫
國立臺灣師範大學物理系

大多數物理教育家都只關心大中學生的物理教學。但是，有時候某些團體可能需要不同種類的物理教育。美國密西根州立大學公路交通安全中心已經開發一項計畫，來訓練鄉村與都市的法律執行官員，以便改進車禍的鑑定技巧。車禍的分析經常牽涉到判定最低速率的標準公式。

當警官抵達車禍現場時，通常運動過程已經結束，因此，來不及利用直接的觀察來判定車禍發生時的車速。每一輛車子的原來進行方向，往往不能立刻看得出來。警官所能掌握的唯一證據是車禍現場的最後狀況；包括汽車停止的位置、痕跡、破碎的殘餘物、以及遺留在周圍環境的損害。警官所需要的最重要資料之一是車速。它可以幫助決定，車輛是否超速？車速是否車禍的因素之一？萬一因車禍而有人死亡時，車速的決定可以使駕駛人以過失殺人罪（重罪）或疏忽殺人罪（輕罪）而被告發，也可以受到不起訴處分。

1. 平路滑停

警官學到的最基本公式是滑停公式，$V_0 \geq 5.5\sqrt{df}$ 哩/時。假如已知滑行痕跡的長度（d，以呎計）與道路的摩擦係數(f)，則移動滑行痕跡距離所需的最低初速可以求出。車輛的煞車必須踩緊，始能留下痕跡。（這就表示駕駛人已經發現危險而企圖停車。）如此，他對緊急情況反應之前的最低車速即可求出。

羅谷（L. J. Rogue）曾經導出比較複雜的公式，以便求出隨著車重改變的停車距離。然而，警官只是關心最低車速，好對付法律訴訟。對一般車禍的鑑定而言，這種隨著車重改變的公式非常麻煩，而且滑行試驗顯示，假設停車距離與載人車輛的重量無關而求出的結果，是令人滿意的。

因此，假如作用力只是輪胎（已經不再轉動，僅僅滑行）與路面之間的摩擦力，則標準的一維運動公式可以應用：

$$V^2 = V_0^2 + 2ad \qquad (1)$$

式中，d 為滑行痕跡的長度，V_0為初速，a 為加速度，而 V 為末速。末速設為零，以便計算滑行痕跡距離所需的最低初速。由於假設摩擦力是唯一的遏止力，a 等於 $-fg$，其中，g 為重力加速度，f 為摩擦係數（f 為使車輛保持等速運動所需的水平力與垂直重力之比）。f 可由車禍現場所作的滑行試驗或標準表獲得。因此，滑停公式為：

$$V_0 \geq \sqrt{2\,fgd} \qquad (2)$$

因 $g = 32.2$ 呎／秒^2，而 1.47 呎／秒＝1 哩／時，故得標準式 $V_0 \geq 5.5\sqrt{df}$。這公式只能適用於直線滑行。

2. 坡路滑停

假如滑行痕跡留在坡路，斜度必須一併考慮進去。在這情形之下，警官所用的公式是，$V \geq 5.5\sqrt{(f \pm m)\,d}$ 哩／時，式中，V 爲車速，f 爲摩擦係數，d 爲滑行長度（以呎計），m 爲坡路的斜率（等於傾斜角的正切值）。這公式可由 x 方向與 y 方向的分力來導出（見圖 1）。車輛只朝 x 方向行駛（否則滑行痕跡一定彎曲，而且如果車輛朝 y 方向行進，則它根本不會留下痕跡）。設 N 爲路面的垂直抗力，M 爲車輛的質量，則

$$N = Mg\cos\theta \qquad (3)$$

沿 x 方向應用牛頓第二定律，得

$$Ma = -Nf - Mg\sin\theta \qquad (4)$$

$$\therefore a = -g\,(f\cos\theta + \sin\theta) \qquad (5)$$

由(1)，(5)二式得

$$V_0 \geq \sqrt{2gd\,(f\cos\theta + \sin\theta)} \qquad (6)$$

或

$$V_0 \geq \sqrt{(\cos\theta)(2gd)(f \pm m)} \qquad (7)$$

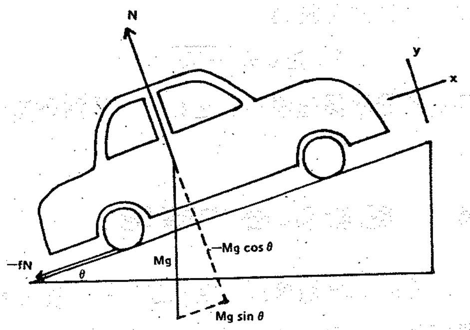

圖 1

式中，m 爲傾斜角的正切，可爲正，亦可爲負，全視傾斜的方向而定。由於傾斜角往往甚小，可令 $\cos\theta \doteqdot 1$，因此，(7)式變成

$$V_0 \geq \sqrt{2gd\,(f \pm m)} \qquad (8)$$

將 g 的數值代入，並將呎／秒換算成爲哩／時，則標準公式變爲

$$V_0 \geq 5.5\sqrt{(f \pm m)\,d} \text{ 哩／時}$$

3. 兩種不同路面滑停

另外一個重要公式是聯合速率公式。假設煞車的車輛在一種路面（例如水泥）滑行，然後繼續在另外一種路面（例如碎石路肩）滑行。在這情形之下，警官所用的公式是

$$V_0 \geq 5.5\sqrt{d_1(f_1 + m_1) + d_2(f_2 + m_2)} \text{ 哩／時}$$

這時，車輛在摩擦係數爲 f_1 的第一路面滑行 d_1（路面傾斜角的正切值爲 m_1），然後進入摩擦係數爲 f_2 的第二路面滑行 d_2（路面傾斜角的正切值爲 m_2）而停止。若警官把滑停公式分別應用在兩種路面，再將所得的兩個速率相加，以求初速，則結果所得的速率將較正確答案爲高。（從被告的觀點而言，這是危險的錯誤。）

爲得正確結果，可將(1)，(5)二式應用在第二路面，得

$$V_2^2 \geq 2gd_2 \cos\theta (f_2 + m_2) \qquad (9)$$

對於第一路面，(1)式變成

$$V_0^2 \geq V_2^2 - 2a_1 d_1 = V_2^2 + 2gd_1 \cos\theta_1 (f_1 + m_1) \qquad (10)$$

由(9)，(10)二式得

$$V_0^2 \geq 2g[d_1 \cos\theta_1 (f_1 + m_1) + d_2 \cos\theta_2 (f_2 + m_2)] \qquad (11)$$

設 $\cos\theta_1 \fallingdotseq \cos\theta_2 \fallingdotseq 1$，再代入適當的單位，即得警官所用的公式。

注意：在第一路面上滑行至停止的初速應爲

$$2gd_1 (f_1 + m_1) \leq V_1^2$$

在第二路面上，則初速應爲

$$2gd_2 (f_2 + m_2) \leq V_2^2$$

因此，(11)式可寫爲

$$V_0 \geq \sqrt{V_1^2 + V_2^2} \qquad (12)$$

初速不是兩個速率相加之和，而是兩個速率平方之和的平方根。

4. 鉛直降落的車輛

有時候車輛會以一定初速離開道路（或路肩）而鉛直降落一段距離 h，同時在水平方向上移動一段距離 x。重力是作用在車輛的唯一外力。（除非車速極高或鉛直降落距離甚大，空氣阻力可以略去不計。）

在這情形之下警官所用的公式是

$$V_0 \fallingdotseq \frac{2.73x}{\sqrt{mx - h}} \text{ 哩／時} \qquad (13)$$

式中，m爲車輛離開路面時的角度之正切值。

由於重力是鉛直方向的唯一作用力，水平速度保持不變。因此，移動水平距離 x 所需的時間爲

$$t = \frac{x}{V_0 \cos\theta} \qquad (14)$$

式中，θ 爲路面的傾斜角，V_0 爲初速（見圖2）

鉛直方向爲

$$y = V_0 t \sin\theta + \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad (15)$$

將(14)式代入(15)式，並且利用 $a_y = -g$（重力加速度），即得

$$h = (V_0 \sin\theta)\left(\frac{x}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos\theta}\right)^2 \qquad (16)$$

$$\therefore V_0 = \frac{x}{\cos\theta} \sqrt{\frac{g/2}{x \tan\theta - h}} \qquad (17)$$

設 $\tan\theta = m$（路面或路肩的斜率），同時假設 θ 甚小（$\cos\theta \fallingdotseq 1$），則(17)式變成

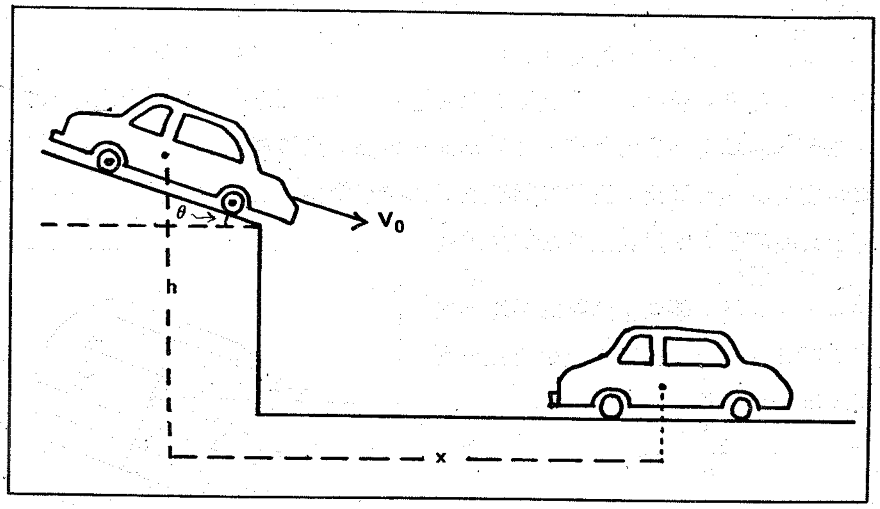

圖 2

$$V_0 \fallingdotseq x\sqrt{\frac{g/2}{xm-h}} \tag{18}$$

將 g 的數值代入，並將單位換成哩／時，則(18)式變為(13)式。

在這情形之下，只要 $\cos\theta \fallingdotseq 1$，依靠這個降落公式，可以估計實際速率，而不是像前面那些情形的低限速率。(13)式與車輛行駛的路線無關。因此，縱然車輛彈起來翻落也可以使用。警官應該銘記在心的一點是，測量 x 與 h 時，必須從起先跌落處車輛的質量中心與車輛著地處（而不是車輛最後停止處）量起。

5. 車輛視作拋射體，其離地角未知

車輛也會側向滑行（翻倒）或前向滑行（跳躍）碰到路邊護欄或其他障礙物而衝入空中，然後翻落在地上。車禍鑑定所用的公式是

$$V_0 \geq \frac{3.87x}{\sqrt{x-h}} \text{哩／時} \tag{19}$$

式中，x (呎) 為著地點的水平距離，h (呎) 為著地點的鉛直距離。

這是拋射體的情況，猶如降落公式的情形，然而，車輛離地的角度無法正確判定。假如車輛的離地與著地點均在同一水平面上，則就產生同一的水平移動距離而言，在各個拋射角中，以沿 45° 衝出時，所需的初速為最小。因此如果降落距離與水平移動距離之比值很小，那麼提供最低速率的角度幾近於 45°。在(17)式中設 θ 等於 45°，則

$$V_0 \geq \frac{x}{0.707}\sqrt{\frac{g}{2(x-h)}} \tag{20}$$

由(20)式可得(19)式。

(19)式與(13)式之間的重要區別是，(19)式能夠提供車輛衝出速率的下限，而(13)式則能估計出實際速率。

6. 偏　　向

偏向的情況相當常見但却並不容易鑑定。假設車輛以等速率V沿著傾斜彎路（其傾斜角的正切值爲e）行駛（見圖3）。該車輛受到來自（路面與輪胎之間的）摩擦之向心力而被拉向內側。但是，由於慣性的緣故，車輛具有朝向外側的傾向。如果車速是夠高，或摩擦太小，則車輛將偏向外側滑行，留下「偏向」痕跡在路面上。因此，假設車輛不煞車而速率維持不變，則根據車輛沿著圓形路線行駛的事實，可以導出其速率公式。實際上所用的公式是

$$V_0 \geq 3.87\sqrt{Rf} \qquad (21)$$

式中，f爲摩擦係數，而R爲「偏向」痕跡的平均半徑。

由自由物體圖（圖3）知，牛頓第二定律可以分別應用在x與y分量。其x分量爲

$$Mg\sin\theta + fN = Ma_x = \frac{MV^2}{R}\cos\theta \qquad (22)$$

而y分量爲

$$N - Mg\cos\theta = Ma_y = \frac{MV^2\sin\theta}{R} \qquad (23)$$

(22)與(23)二式，假設車輛不滑行，而沿曲線向前運動。由這二式可得

$$V = \sqrt{\frac{Rg(e+f)}{1-ef}} \qquad (24)$$

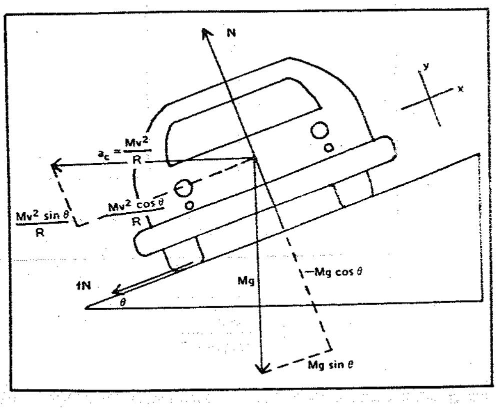

圖3

式中，$e = \tan\theta$，而R＝偏向曲線的半徑。因爲$1-ef$小於1（通常幾乎等於1），而$f > e$，所以最低速度爲

$$V_0 \geq \sqrt{Rgf} \qquad (25)$$

將g的數值代入，再將單位換成哩／時，即得(21)式。

這種情況的難點在於判斷那一個輪胎痕跡是偏向痕跡（沒有煞車），而那一個輪胎痕跡是曲線滑行痕跡（有煞車），因爲這個公式不能適用於曲線滑行痕跡。

當然，車輪在彎道上發生偏向時，它行駛的距離愈長，就會愈朝x方向滑出。但是，如果在偏向的起點處測量其半徑，則滑行試驗顯示，這公式準確得令人驚訝。

(21)式亦可用來求出一個彎曲路線的臨界速率（在彎曲路線上行駛的車輛，未發生側向滑行前的最高速率）。R就是彎道的半徑。

以上是一些簡單的物理公式應用在車禍鑑定方面的例子。熟練的警官利用這些公式來求出最低速度，然後利用這些結果作動量分析或研究時間與距離的關係，以便了解車禍的眞正全貌。

原始的車禍報告與最後計算的結果互相比較時，往往出入頗大，出人意料之外。鑑定的結果，在民事與刑事訴訟程序上，具有極大的重要性。優秀的警官不但要了解所牽涉到的基本原理，而且要了解這些公式的適用範圍，這是非常重要的。這樣，他對自己求出的答案才會有信心，並且能向法官或陪審團詳細說明。更重要的是，他必須能夠正確地解釋物理證據，而且懂得應該何時應用基本物理學，應該如何應用基本物理學。一些物理學基本概念的知識，對一位優秀的車禍鑑定官而言，其價值是無法衡量的。

（取材自「物理教師」1981年1月號）