

卡諾——

其人 其事

蘇賢錫

國立臺灣師範大學物理系

他因其理想熱機的分析而聞名，但他的主要興趣是蒸氣動力的實際運用。此外，他所敘述的循環並不是大多數現代引擎的理想循環。

卡諾 (Nicolas Léonard Sadi Carnot, 1796-1832) 是一個不尋常家庭裏的傑出人物。他的父親 (Cazare Nicolas Marg-uerite Carnot) 是卓越的將軍，在拿破崙時代當過國防部長，而且著述軍事戰略、力學、幾何學、以及基礎微積分方面的論文，卡諾的弟弟 (Lazare Hippolyte Carnot) 是新聞記者兼急進政治家，卡諾的姪兒 (Marie Francois Sadi Carnot) 是 1887 年到 1894 年的法蘭西共和國總統，而在 1894 年被一個義大利的無政府主義者行刺身亡。卡諾本身在歷史上被譽為自然哲學家 (亦即現在的物理學家)，在 1824 年以其基本著作「回顧熱的原動力與開發此動力所採用的機械」而奠定熱力學。特別是，大家認為卡諾對熱機下了理想運轉循環的定義，亦即最高效率循環的定義。熱效率是輸出功與輸入熱的比值，用熱源的絕對溫度與熱機排熱部位的絕對溫度來表示。

就卡諾的成就而言，這種看法是容易引起誤解的。卡諾的主要興趣並不在物理學的領域，他分析熱機的企圖，不是在理論方面的研究，而是在法國蒸氣機與其他熱機的改良與普及方面。卡諾所敘述的循環，並不是實際熱機運轉時的最理想循環。此外，他也沒有對該循環下熱效率的定義，因為他根本不理解熱與功是能量的不同形態，而且當時的人還沒有絕對溫度的概念。

卡諾的著作一直被誤解，其主要原因是幾乎沒有人閱讀過他的著作。雖然「回顧」一文已由法國第一流的科學出版公司 Bachelier 所出版，而且獲得良好評論，但是，不久之後便告絕版。直到 1890 年，它始被翻譯成為英文。今天，大多數工程師與科學家，不是透過卡諾自己撰寫的作品來認識他，而是透過克拉培隆 (Benoit Paul Émile Clapeyron)，克勞修司 (Rudolf Julius Emanuel Clausius) 以及湯姆生 (William Thomson，就是後來的克爾文爵士 (Lord Kelvin)) 的 19 世紀評論。把卡諾所假設的熱循環效率，用絕對溫度來表示的是湯姆生。這些評論過份強調卡諾循環的功用，主張這是熱機的理想循環，而忽視了卡諾的其他成就，包括踏實而實惠的建議。筆者以為如果他的建議受到廣泛閱讀，而且被當時的人所實現，則法國的工業革命可能提早發生。

卡諾出生在 1796，亦即歐洲歷史上所謂理性時代 (Age of Reason) 的末期。兩年以前，法國工藝大學 (École Polytechnique) 剛剛創校，以便為軍方訓練工程師，該校創校 35 年來，一群優秀的數學家與物理學家在此受過訓練，並且在此教過書。這些傑出人才包括拉格朗日 (Joseph Louis Lagrange)，傅立葉 (Jean Baptiste Joseph Fourier)，貝索烈 (Claude Louis Berthollet)，安培 (André Marie Ampère)，杜隆 (Pierre Louis Dulong)，柯西 (

Augustin Louis Cauchy), 狄瑟梅斯 (Charles Bernard Desormes), 克里曼·狄瑟梅斯 (Nicolas Clément-Desormes), 科里奧利斯 (Gaspard Gustave de Coriolis), 帕松 (Siméon Denis Poisson), 給呂薩克 (Joseph Louis Gay-Lussac), 夫瑞奈 (Augustin Jean Fresnel), 必歐 (Jean Baptiste Biot), 帕醉 (Jean Louis Marie Poiseuille) 以及克拉培隆。卡諾也在該校就讀。

這些研究人員的成就令人更加深信, 由實驗所支持的理論分析之科學方法, 假如十分努力去應用它, 則整個物理世界必能獲得更多的成長, 科學方法在力學、電學、光學、以及材料分析方面, 已經非常成功。它也是工程科學的基礎, 並且取代了一直延續到19世紀初葉的經驗方法。在18世紀, 特別是英國, 技能優異的工廠機械師與儀器製造廠商挑起了工業革命, 這不是依靠理論分析, 而是依靠經驗規則, 結果, 農業、風力、水力與蒸氣力的利用、運河的開掘、鐵路的鋪設、造船、鐵的冶煉、紡織的機械化、以及其他工業, 都獲得改善。工業革命在英國發生很久以後始在法國、歐洲其他各國及美國發生。

法國工業化的遲滯, 一部分由於政治的不穩定, 包括君主政體與貴族政治的優柔寡斷, 拿破崙的興衰, 以及拿破崙在滑鐵盧慘敗後的法蘭西帝國之瓦解。然而, 科技因素對工業化的遲滯也有影響。法國的煤業遠較英國落後。法國的第一條鐵路, 直到1840年代才鋪設, 甚至當時的鋪設工程, 也由英國工程師布拉塞 (Thomas Brassey) 來監督。

卡諾出生在巴黎的盧森堡 (Palais du Petit Luxembourg), 而他的父親是當地五人執政官之一, 從1795年革命結束時, 到1799年拿破崙興起的這段時間, 負責統治法國。卡諾的父親在1807年辭去官職, 開始親自對卡諾兄弟

教授數學、物理、語言與音樂。1812年, 父親把卡諾送往工藝大學讀書, 當時, 卡諾只有16歲。這是學生入學的最低年齡。

第二年, 軍隊聯合起來反抗政府, 而卡諾寫信給拿破崙, 請求准予學生參加防衛帝國的行列。「皇帝陛下, 國家需要保衛者, 工藝大學的學生對本校宗旨一向忠實, 現在請求准予趕赴前線共享為法國安全而犧牲的勇者之光榮。學生大隊擊敗敵人之後, 將回校致力於科學, 準備再次奉獻。」拿破崙批准這項請求, 而1814年3月, 學生勇敢奮戰, 卻未能阻止聯合軍隊進入巴黎。

同年4月, 拿破崙讓位, 但時, 一年以後, 他恢復帝位了。以後的期間就是所謂百日天下 (The Hundred Days), 卡諾的父親擔任內政部長。拿破崙在滑鐵盧慘敗而再度讓位以後, 卡諾的父親被放逐了。當時, 卡諾已經畢業, 正在軍中擔任工程軍官, 他也被貶黜到普通衛戍部隊去服役, 支領半薪, 並且回到巴黎。他在巴黎大學文理學院修讀物理學與政治經濟學。同時, 他也參觀工廠, 觀察究竟經濟學原理怎樣應用在實際業務方面。

關於卡諾的性格, 人們知道的不多。根據記載, 他的性格孤獨, 不喜歡出風頭, 傳說他曾經說過一句話: 「你知道的, 不要多說。你不知道的, 不要說。」關於他的生平介紹, 多半來自他的弟弟在1878年所撰寫的小品文字, 而這時卡諾已經辭世46年了。卡諾的弟弟做這樣的敘述: 「卡諾的名字是根據中古時代波斯詩人兼道德家 Sadi of Shiraz 而取名的, 因為卡諾的父親非常欣賞這位詩人的作品」。卡諾的弟弟說, 卡諾的身體原本纖弱, 但他透過各種運動而變成壯碩。他天生具有異常的敏感與充沛精力。一旦他認為他是正在與不義格鬥, 任何事情都阻止不了他。

卡諾為何對蒸氣機感到興趣? 不得而知。蘭

卡斯特（Lancaster）大學的福克斯（Robert Fox）是研究卡諾的作品最有心得的歷史學家。福克斯認為卡諾的靈感不是來自當時的物理學，而是來自工程的傳統，卡諾曾經與化學家兼工業家狄索梅斯與克里曼·狄索梅斯作過長時間的討論，而這兩位在1819年共同發表蒸氣廣泛應用的理論，也就是瓦特（James Watt）在英國獲得專利的一般技術。蒸氣的廣泛應用在法國討論得非常普遍，特別是因為伍爾芙（Woolf）複合蒸氣機剛剛在前幾年才被引進。卡諾撰寫「回顧」，企圖推論蒸氣機的最大功率，實在是很合時宜的。

「回顧」的目的是要引起大眾注意，蒸氣機具有改進法國生活品質的潛力。這篇論文的起頭是蒸氣機重要性的詳細敘述，尤其是指在英國的情形。卡諾寫着：

「這些引擎的研究，饒有趣味，其重要性極大，其應用不斷增加，它似乎命運中註定要在文明世界引起一大革命。」

「蒸氣機已經在我們的礦場工作，推動輪船，挖掘我們的港口與河川，錘鍊鋼鐵，切削木頭，磨碎穀物，紡織我們的衣服，運輸最重要的貨物等。有一天，它似乎要扮演萬能馬達的角色，來替代動物的動力、瀑布、以及氣流。與動物的動力比較起來，蒸氣機有經濟上的優點，與瀑布及氣流比較起來，它有不受時間與空間的限制之優點。」

「有一天，假如蒸氣機完全開發成功，而能以低成本的燃料來運轉，它將具備一切優良的性能，其在工業上的應用將是無可限量的。它不僅僅是可以運到任何地方的強力馬達，而且可以迅速推廣工業製品。甚至可以創造嶄新的工業產品。」

「毫無疑問地，蒸氣機對英國提供的最顯著服務是煤礦開採的復活。以前由於排水與挖煤不

斷增加困難，煤礦開採工作大量減少，而受到全盤停工的威脅，蒸氣機的下一個貢獻應該是在製鐵方面，它不但供應豐富的煤來取代產量開始減少的木材，而且引進各種機械。」

「衆已週知，鐵與熱是機械技術的支持者與基礎。在英國，有沒有一個工業設施，其存在是不依賴蒸氣機的充分應用？從英國拿掉蒸氣機，等於同時拿掉鐵與煤。這將乾涸英國的財源，將毀滅其繁榮所依靠的一切東西。簡而言之，將消滅英國的巨大勢力。英國認為海軍是英國最強大的武力，但是，縱然英國海軍毀滅了，其嚴重性可能並不比喪失蒸氣機那麼厲害。

「汽船的安全而且迅速的航行，可以說是由於蒸氣機的完全新式技術之緣故。這種技術已經允許在內海與新舊大陸的大河上設立快速而定期的交通。它使人們能夠穿過野蠻地區。從前，這是很難辦到的。它使我們能夠把文明的成果帶到地球上的任何一個地方。從前，這需要好幾年的時間。汽船的航行把離開最遠的國家拉近了。它有一種趨勢，將世界各國聯合成為一個大國家。事實上，它的趨勢是要縮短旅行的時間，減少疲勞與危險——這不是等於縮短了距離嗎？」

卡諾繼續說明蒸氣機在經驗上與歷史上的演變，他知道每一位英國工程師的貢獻。奇怪的是，他沒有提到他的同胞巴班（Denis Papin）。巴班發明了蒸氣壓力鍋，並且設計了一種蒸氣泵。卡諾繼續說明如下：

「蒸氣機的真正發明人，很難說是誰！但重要的是逐步改良起初粗陋的設計，使它變成今天的形態。假如發明的榮譽是屬於培育它與改良它的國家，則這份光榮應該歸於英國。沙維利（Savery），牛科曼（Newcomen），史米頓（Smeaton），著名的瓦特、伍爾芙、脫利衛醜（Trevithick）及其他一些英國工程師才是蒸氣機的真正創造者，他們都成功地改良它。最後，每

一種發明，自然有其起源，重要的是必須繼續開發，直到完成的階段。」

卡諾最後所指出的一點，證諸後來的蒸氣機與其他熱機的開發，可說是獲得了佐證，當卡諾在撰寫「回顧」時。康瓦耳(Cornwall)的工程師們(其中最著名的是脫利衛)正在為蒸氣機作大幅度的改良，以便抽出礦內的水。牛科曼、瓦特及其他的研究人員在設計蒸氣抽水機時就有這種應用的構想。

康瓦耳蒸氣機的改良特別成功，其因素有好幾個，包括省煤的需要，瓦特及布頓(Mathew Boulton)所擁有的蒸氣省油凝結法專利在1800年到期，以及里因(Joel Lean)與其親戚從1810年開始發行「引擎報導(Engine Reporter)」。引擎報導包含各種統計資料，例如，最佳康瓦耳蒸氣機每蒲式耳(bushel)的煤可以抽多少水。(1蒲式耳的煤等於94磅。)每蒲式耳的煤所抽出來的水量(以百萬呎磅計)，從1811年的15.7逐漸升高到1814年的20.5，以及1820年的28.0。到了1835年，最好的引擎達到1億呎磅的水量，而在1842年，平均每部引擎達到1億零7百萬呎磅。

在「回顧」中，卡諾其次轉移到蒸氣機與其他熱機功率的一般分析。他開始探討，熱機是否可以無止境的改良？同時，他也想到，有沒有比熱更好的工作物質，例如酒精或空氣？其他的研究人員曾經研究過這些問題，但只是對某一種特別型式的熱機去研究。卡諾開始尋找能夠適合於一切熱機的答案。

雖然當時熱力學定律尚未發表，卡諾經能夠注意到這些問題。敘述能量在熱力學系統中守恒的第一定律，一直到1840年代焦耳(James Prescott Joule)研究完成後始告奠定。第一定律的基本原理是熱與功的等效，它們都是能量的一種形態。這種等效原理與熱質說背道而馳，而

熱質說雖然遇到某些程度的反對，在卡諾撰寫「回顧」時卻是相當流行的理論。

根據熱質說，熱是永遠守恒的極輕而無質量的流體。卡諾沒有假設熱能轉變成為機械功而機械功也能轉變成為熱，卻能對熱機下正確而影響極大的結論，這一點確實證明了他的天才。由於他不知道熱力學第一定律，他不能對引擎的熱效率下定義，雖然一般認為他下了定義，他只是對引擎的最大「功能」下了定義，即一定量的煤所做的有用輸出功(提升的水量乘上提升的高度)。

卡諾假設熱機的原動力是熱質從熱物體(熱庫或汽鍋)移動到冷物體(熱沼或冷凝器)的後果。卡諾的父親曾經發表一篇論文，分析水力機的效率，而卡諾在「回顧」中奠定了熱機與水車之間的類似關係。熱機所作的功是熱質通過溫差的後果，猶如水車所作的功是水通過重力位能差的後果。在水車的情形，其原動力隨水量與水落下的距離而定。在熱機的情形，其原動力隨熱質的量與熱質所移動的溫差大小而定。

對於包括汽缸、活塞、工作物質、熱庫與熱沼的熱機，卡諾描述了一個理想循環。工作物質可以是任何物質(固體、液體、或氣體)，只要能夠熱脹冷縮即可。工作物質放在汽缸內，而活塞緊密地套在汽缸裏。該循環有四個階段。第一、工作物質與熱源接觸，俾便工作物質膨脹時，可以從熱庫抽出足夠的熱來保持一定的溫度。第二、工作物質與熱庫隔開，結果工作物質的溫度繼續下降。第三、工作物質與熱沼接觸，俾便工作物質被壓縮時，可以釋放足夠多的熱來保持一定溫度。第四、工作物質與熱沼隔開，因而繼續壓縮時，其溫度上升。當溫度回到初值時，該循環已經完成，而工作物質與引擎恢復原始的狀況。這循環可以無限期地反覆，以便產生連續動力。用現代的專門名詞來說，這循環包括等溫膨脹(溫度不變)、絕熱膨脹(熱轉變成為功)、等

溫壓縮、與絕熱壓縮。

卡諾引進理想循環時，他寫著：「假設兩個物體A與B，各在一定溫度，而A的溫度比B為高。這兩個物體，如果我們可以把熱交給它們，也可以從它們把熱拿掉，而不致於使它們的溫度發生變化，那麼它們就可以發揮熱質的兩個無限儲藏庫之功能。我們把A叫做火爐而把B叫做冰箱。」

在實際熱機的情形，熱源幾乎都是有限的，所以熱被消耗時，熱源的溫度會下降。結果，大多數的實用熱機都有非等溫的受熱過程。所有的內燃機與煤氣渦輪都是如此。甚至於蒸氣機，其開發的方向不在於使早期的引擎達到幾乎完全等溫受熱的過程。相反地，現代的設計人員喜歡等溫受熱過程較小的高壓蒸氣循環與沒有等溫受熱過程的超臨界蒸氣循環，無限熱沼的構想比無限熱庫的構想較為實際。因為通常容易獲得冷卻用空氣或水的無限量供應。因此，根據等溫排熱的循環，這是可能的，而事實上大多數的蒸氣循環已經能夠在一定溫度之下把蒸氣予以冷凝。

卡諾利用他自己的循環，引進了一個基本的熱力學概念——可逆性。這循環的每一次反覆代表熱質從高溫物體流到低溫物體，而順便作功。由於一般認為熱質是不能毀滅的流體，卡諾以為，如果對引擎作功，這循環的每一個階段應該能夠反過來，而熱質從低溫物體流到高溫物體。在類似的水車中，對水作功應該能把其過程反過來，而水可以經過重力位能差而被提升到水車車頂處的水源。由於卡諾循環的每一個階段都是可以反過來的，所以整個循環是可逆的。當熱機反向運轉時，它所消耗的原動力，等於它順向運轉時所產生的原動力。

「回顧」中的理論性討論，其中心是卡諾所證明的下列事實：當溫差與熱質的量一定時，在所有的循環中，沒有一個能比他的理想可逆循環

產生更大的原動力，假想有一個循環能夠比卡諾循環產生更多的原動力，則當這個循環被用來反向運轉理想循環時，為了恢復其原始狀態，理想循環只需要消耗這假想的循環所產生的原動力之一部分。其餘的原動力將能對外作功。換言之，如果能夠把理想可逆循環與效率更高的其他循環連結起來，則應該能夠得到永恒運動機械。

永恒運動機械的可能性，早已被大多數研究人員所抗拒，這些人員包括發表有關這方面論文的卡諾的父親。因此，卡諾推理，原先假設有一個循環能夠比理想可逆循環產生更多的原動力，這是錯誤的。利用這種證明方式，卡諾實質上表達了熱力學第二定律，而這定律要等到1850年代克勞修司與湯姆生的研究始得明白的敘述。根據這定律，從一個熱庫吸收熱，而把這熱全部轉變成為功，這種過程是不可能的。這定律表示，自發的熱力學過程只能朝向一個方向去進行——從高溫熱庫到低溫熱沼。如果想要把這過程反過來，那就需要從外界供應能量。

卡諾證明，理想循環的功率不因工作物質的不同而不同，雖然從實用觀點而言，由於工作物質的性質會影響到引擎的設計與運轉溫度而顯得很重要。他下結論說，在一定溫差之下，膨脹最多的，就是最佳工作物質。依照這個標準，氣體是比固體或液體更好的工作物質。

卡諾知道空氣當工作物質的潛在優點。利用空氣，才有內燃的可能性，這樣，可以除去汽鍋或其他形式的換熱器之需要。此外，因為空氣可以朝向大氣中排出，所以不需要冷凝器。卡諾知道（而且證明）下列事實：這種排氣過程已經由脫利衛醍領先開發的高壓蒸氣機（而不是空氣引擎）中作過探討。就是因為不需具備冷凝器，因此才有可能開發小巧而且可以移動的引擎，也就是蒸氣火車頭。卡諾知道，在空氣引擎裏，壓縮空氣的機械裝置，可能比蒸氣機的相同裝置更加

複雜，而且需要更大的動力。水幾乎不能壓縮，而與質量相等的蒸氣比較起來，水又只佔很小的容積，因此，要把水送進汽鍋的泵，幾乎不需要動力。

卡諾要把空氣當作工作物質的構想，預告了內燃機的開發。他寫著：「利用空氣來開發熱的原動力，實際上有極大的困難，但是這個困難可能不是不能克服的。假如我們能夠克服這個困難，毫無疑問地，它將可以提供比水蒸氣更為顯著的優點。」自從1790年代開始，能夠燃燒的氣體與粉末，已經都被嘗試當燃料使用，但是直到1859年雷諾阿(Jean Joseph Étienne Lenoir)製造的內燃機始作首次順利運轉，而再過17年以後，奧圖(Nikolaus August Otto)開發成功第一部商用內燃機。卡諾對內燃機的困難與其潛在優點所作的預言，終於獲得實現。

同時，卡諾也預知，利用壓縮來點燃內燃機燃料的可能性。1891年，笛塞爾(Rudolf Diesel)想到，利用壓縮點燃而依照卡諾循環運轉的引擎。他希望能藉控制注入燃料的速率來達成等溫燃燒。雖然如此，1898年他所製造的第一部引擎以及以後的所有柴油機，却是依照不同的循環而運轉，根本沒有等溫過程。柴油機的歷史證實了一件事實：卡諾循環不是實際引擎的基礎，而是一種假想的循環，人們可以利用這種循環來研究熱力學的概念，例如引擎的最大原動力。

此外，卡諾也概略敘述了複合循環的情形。「我們甚至可以想像讓同一團熱接連作用在空氣與水蒸氣的可能性，只要用過的空氣溫度升高，不要把它立刻往大氣中排出，而讓它包圍蒸汽鍋，猶如它直接從火爐出來一般。」這種複合循環在1920年代被開發而用在斯蒂爾引擎(Still engine)。這是一種柴油機，係排氣汽鍋與往復蒸氣機互相结合而成，斯蒂爾引擎曾在船舶與火車頭上試用過，但沒有風行。最近引進的複合循環

，是把氣體渦輪連結在水蒸氣或其他蒸氣所牽動的渦輪。在卡諾建議後150年左右，這種複合循環逐漸建立其地位。

卡諾考慮到水蒸氣以外的蒸氣，但他放棄了它們，因為實用上有困難，而且它們不能提供理論熱力學上的好處。的確，幾乎沒有引擎成功地利用水蒸氣以外的蒸氣，也沒有一部引擎大規模地利用這種蒸氣。然而，最近研究人員努力設法利用高分子量的蒸氣來運轉熱機；對小渦輪而言，這種工作物質的優點比水蒸氣多。

雖然卡諾被公認為熱力學的創設者，但他本身是工程師，而他徹底了解，引擎的設計與製造之間必須折衷配合。他的「回顧」的結尾是：

「易燃物的經濟只是熱機所滿足的條件之一而已。在許多情形之下，它只是次要的。引擎的安全性、堅固性、耐久性、不佔空間、安裝費的經濟等，往往更加重要。怎樣去決定其優先次序，怎樣利用最簡單的方法去平衡這些特性，這是督導人員應該考慮的問題，然後才能協調其所屬工作同仁的努力，進而達成目標。」

卡諾在寫了「回顧」以後，幾乎沒有人知道他又做了那些事？1828年，他在里昂(Lyons)與奧科索尼(Auxonne)擔任短期的軍事工程，然後回去巴黎繼續研究引擎與熱學理論。當時出版的工藝大學校史，記載著卡諾是蒸氣機的建造者，卻沒有其他的證據可以來證明他確實製造了引擎。

卡諾贊成1830年的七月革命，因為他似乎可以促進更加自由的政權之出現，而這次革命強迫查理十世讓位。不錯，可能有人提議邀請卡諾去參加參議院(Chambre des Pairs)擔任議員。然而，這項提議並沒有什麼結果，因為他很快地對政府感到失望。政府恢復了君主政體，而他反對依照代代相傳下來的這種地位。

不久以後，卡諾開始分析氣體的溫度與壓力

之間的關係，但在1832年6月，他感染猩紅熱又轉成為腦膜炎，8月24日，他在霍亂流行的時候，與世長辭，享年36歲。依照一般霍亂患者病故的辦法，他與他的幾乎所有的論文以及所有的東西都一起被埋葬了。

卡諾的所有筆記簿都留存下來。1878年，卡諾的弟弟把它連同「回顧」一起交給法國科學院。其中，顯然在1824年與1826年之間所寫的文章顯示，卡諾反對熱質說而開始理解熱與功的等效。他寫著：「熱只不過是原動力，或變形的運動。它是物體的粒子之間的運動。有原動力毀滅的地方，同時就會產生熱量，而兩者的量完全相等。反之，有熱毀滅的地方，必有原動力的

產生。」他甚至概述幾種實驗，以證明熱與功都是能量的其他形態，但他從未實現過，其中有些實驗是類似於15年後焦耳實地操作以奠定熱力學第一定律的實驗。

假使卡諾活的更久，他將有什麼成就？這種猜測是饒有趣味的。他在熱機方面的構想會實現嗎？或者，他會以從未受到注意的預言家身份而去世嗎？現在我們來種讚他的先見之明與分析能力，為時尚未過遲。人類必須關心科學研究的尖端，必須認識科技進步的實驗性，這是現代研究人員應該銘記在心的教訓。□

（取材自 Scientific American, Vol.245, No.2, August 1981）

奇數階魔方陣構建方法之三

● 勇清 ●

現在，我們將Bachet de Meziriac所發現的方法，用簡單的語句來表示：

規則一：1寫在中心格的正上方一格。

規則二：繼數寫在「上一右一」的位置；此法受阻時，繼數寫在「上二」的位置。

規則三：右上角落（第一列第 n 行）之數的繼數，按受阻的情形來處理。

將上面的規則二與前節的(1)、(2)、(3)、(4)、(6)比較，規則三與(5)比較，就可以了解這三個規則的意義了。

下面我們利用這種方式來介紹第三種構建方法，這個方法也利用三個規則來說明：

規則一：1寫在第一列的中間位置。

規則二：繼數寫在「上 $\frac{n-1}{2}$ 右 $\frac{n-1}{2}$ 」的位置；此法受阻時，繼數寫在「下一」的位置。

規則三：右上角落之數的繼數，按規則二來處理。

利用這個方法所作成的五階及七階魔方陣如下：

18	22	1	10	14
24	3	7	11	20
5	9	13	17	21
6	15	19	23	2
12	16	25	4	8

32	38	44	1	14	20	26
40	46	3	9	15	28	34
48	5	11	17	23	29	42
7	13	19	25	31	37	43
8	21	27	33	39	45	2
16	22	35	41	47	4	10
24	30	36	49	6	12	18