

『數學恐懼症』

的治療與預防

——談如何減低學生 的數學焦慮——

甯自強

臺灣省立嘉義師範專科學校

一個學生的平靜心情，由於受到對其本身目標追求活動期望的嚴重阻撓，因而激起緊張的狀態，稱之為焦慮（Anxiety）。上數學課、寫數學作業、考數學科的試題所產生的挫折和衝突，是否會造成學生的焦慮（多少會！）？在此種情境下產生的焦慮會不會使學生成為「學習數學的逃避者」？如果可能，有何辦法可以適當減低學生的焦慮，使其不致於患上「數學恐懼症」？

數學焦慮（Math. Anxiety）：係指學生由於學習數學曾遭受挫折和衝突，使得學生自己本身在學習數學，作數學作業，尤其是參加數學科考試時產生的緊張狀態。

數學焦慮，為我們身為數學教師的人而言，應是很難想像的名詞，大體上而言數學教師大都對學習數學持著積極的參與態度（否則就不致於以教數學為業了！）。在我們上課的班上，那些數學成績好的同學身上應該不容易找到數學焦慮。想想看，下課之後，這些小傢伙會去找參考書上的怪異題目來考老師，有時也喜歡鑽牛角尖，說他（她）們有數學焦慮，豈不是唯恐天下不亂？

數學焦慮大都在數學成就較差的同學身上才會發生。偶而的，可以聽到學生間的對話，如：

「下星期考數學，準備什麼時候開始念？」

「數學？哎呀！怎麼念還是不及格！我早就放棄了，反正聯考又不只考一科數學，不如把時間放在別科上還比較划算！」。

有時候也可以聽到：

A：「那個×××數學怎麼考得那麼好？」

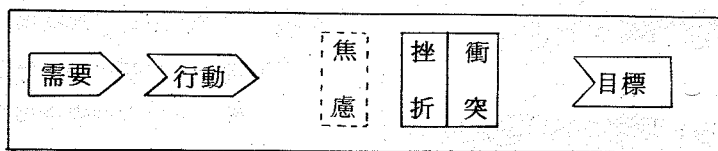
B：「哎呀！他身上多的是數學細胞，像我們這種怎麼跟人家比嘛！」

由這些對話看來，似乎我們可以察覺到說話的同學似乎對學習數學並不怎麼積極。如果，這些同學在處於數學情境時會有緊張或沮喪的心情，我們把這種情形描述成「數學焦慮」。

我們這些教數學的教師最刻骨銘心的一件事，恐怕就是在念書時我們曾花費了許多的時間來念數學，演算問題，證明問題。我們每個人都深知「一分天才，九十九分血汗」的道理。何以這些同學會存在有數學細胞的概念，存在有放棄數學的想法，而不肯多費一些的時間去把該念的數學唸一唸呢？

數學焦慮的存在與其他學科的成就不一定有關係。有些人數學很差，可是別的學科却又非常好！（在高中的文組學生中多的很！）智商和學業成就有正相關的關係，照理說假設數學不好是僅基於遺傳本質所影響，那麼數學不好的應在其他學科上也有學習困擾才算合理。然而事實上却存在那麼多的反例來推翻這種看法。

如果，將數學學習困擾與其他學科的優異表現，這種現象能解釋成由於學生願意花多一些時間在其他學科上所造成的。那麼吾人應該探討何以學生不願意把時間分一些給數學上。數學成就的優異不僅可以在考試中獲得分數的利益，同時亦可贏得在同儕中的較高地位，這項道理學生是很清楚的。



圖一：焦慮產生時的模式：(王鐘和等，民68)

本文嘗試描述數學焦慮的形成原因及可能有效減低數學焦慮的途徑。

圖一的模式中，解釋數學焦慮的產生可能由於在學生參與數學科的學習活動時，遭受到挫折或衝突才導致的。這些挫折或衝突很可能是，分數的顏色與他人不同，也可能是企圖解答某一個問題，久久懸而未決時自身所產生的感受。

在由布許 (Bruch, L.) 所完成的一項有關於「學生數學態度的轉變」的研究中，發現學生對數學此一學科所產生的焦慮隨著年齡增加而呈遞增情形，同時亦發覺學生認為：

a. 數學在學校很早即開始越來越困難(越抽象)。

b. 必須使用越來越多的時間學習那些早已知道的，而越來越少的時間表示自己的看法。

c. 自小學算術始，在課業中學得的數學在日常生活中看起來沒多大用處。

d. 和數學搞在一起，看起來對了解社會或自我沒有什麼作用。數學科看起來相當「不具人味」(inpersonal) (Brush, 1981)

由上述可以約略瞭解，數學焦慮的產生主要基於在數學內容的數學過程中有了挫折，或是在學習過程中無法插手，落入旁觀者的形態，以致無法積極投入學習活動，或是自己認為學習數學沒有價值，……，上述一些原因所造成的。

針對以上數學焦慮的形成原因中，如果不計學生個人的因素(因為家庭的原因，無法做功課；或是先天因素造成的學習困難，……等)。筆者認為身為數學教師可以在下述的一些途徑上

對學生的數學焦慮的減低提供協助。

一、「創造一個積極且具容忍性的教室氣氛」

學生懂不懂只有考出來才知道，可是等到考出來時已經太慢了。如果學生在教室時能夠踴躍的質疑，則在帶作業回家做時，由於瞭解而練習的效果必然遠大於回去只能對問題發呆或是第二天等著抄解答。問問題的問題首先在於學生不敢問：

學生不敢問，可能考慮到：「問了之後，同學會不會笑我？」，「老師會不會說：『這個問題我剛才才說過！』？」。如果他對老師的做法有意見，他可能會考慮到：「問了之後，如果錯了，老師會不會笑我？如果對了，老師會不會惱羞成怒？」。

除非讓學生對絕不會因為自己說錯了而得到挫折具有信心，否則學生永遠會三緘其口。當然有學生會找出一些奇怪的問題來煩人，但是一句「我們下課再找個時間詳細的談。」相信學生對此擱置也會十分滿意的，學習挫折或是衝突也無由發生。

二、「強調思考歷程的了解」

目前課程的概念在在強調歷程 (process) 和成果 (product) 的重要性是相等的。然而在數學課時却很容易不可避免的特別強調達到的成果地正確性。從試卷評量方式而言，學生們也容易因運算過程的疏忽而導致答案的錯誤。過分強調成果的弊病是很容易使學生只顧盲目的記憶

解題的技巧和公式，記憶取代了瞭解。

數學的學習是要使同學利用數、量、形的特質去思考和推理，如果記憶公式成了學習的主要形式，則若忘了任何步驟就無法推演結果。教學時強調使用步驟的理由的瞭解，作業和考試也強調思考的練習，發展學生對自行思考的習慣和自信，勇於思考，必可減少學習的挫折。

三、「去除『數學細胞』的神話」

學生看到教師在課程上扮演強者的角色——「由此則顯而易見的……」，「兩三下就解決了……」，「這個問題看起來困難，其實稍微想一下……。」——是那麼容易時，可能不一定會考慮到想當年你花了多少時間，也可能不瞭解在你第一次教這個問題的前一夜，你曾熬了一整夜去把這個問題解出來的這些辛苦歷程。大半他會說：「我們老師很有程度，亂有數學細胞的。」至於想到他自己時：「沒關係，不做科學家也可以，當文學家不需要數學細胞的！」一點自信心全被「神話」所摧毀！

教師在教學時，敘述自己的經驗（何時從何處入手發生問題，再從何處才得到結果。），尤其敘述自己嘗試錯誤的經驗，使學生察覺到老師解題也是一點一點慢慢想出來的，並不會減低自己在學生前的地位，積極上反使學生不會對自己的嘗試錯誤有太大的不適應，察覺到必須辛苦才有代價進而願意再行嘗試，若能成功，則必定產生積極的增強效果。

四、「提供積極的新學習經驗」

提供積極的新學習經驗並不是指降低學習程度去迎合學生，而是指提供另一不同的新題目，此一題目遠較原來的要易於了解（指學生具有的舊經驗而言，可能是較具體，有趣或是文意上易於理解，但大範圍上仍與原題不會差太遠。）。學生對原有的問題可能因缺乏學習成熟的因素而無法瞭解，如果以填鴨方式硬逼其接受，學生心理可能會因而自卑於瞭解能力的匱乏，教師多方取譬對原已學得者可收增強之效，對未學得者可收重新嘗試，克服無法了解之功，必能有助學生避免學習的挫折。

五、「利用教具教學」

有些人以為自青少年開始就可以以形式推理的方式教學，把具體物完全拋開。其實利用教具的教學不應局限於國民小學。雖然學生早已渡過所謂必須利用具體物才能發展其認知結構的階段。然而在具體經驗而言，並不見得十分充足到足以解釋文字、符號的意義。舉個例子來說：筆者前些日子在服務的學校上課時間向同學提到兩個球的相交，如果不是重合或是相切於一點，則必定交成一圓。結果是兩班九十個同學沒有一個相信！直至筆者找出了模型給他們仔細觀察後，才恍然大悟「球」和「球體」是有點不太相同。

在幾何上的觀念，尤其是空間幾何概念，學生大多沒有經驗，也無法想像，如果能使用透明的模型，學生便可以以此作為思考的基礎。其他在函數方面，學生根本無法想像到其中所蘊涵的動態概念，如果能提供視聽上的教學影片，則學生對對應的看法由於「眼見為信」，當然更能活潑。

六、「使用『形成性的內容教學』」

所謂「形成性的內容教學」，是指在進行下一新概念之教學前，先行「十分確定」前一概念業已為學生所瞭解。數學本身嚴密結構的本質，往往使得數學內容的學習中間不能跳過任何主要概念地理解。因為，如若遺失其中任何一個，則後面累積的概念幾乎全變的毫無意義。

也許會有人提出「教學時間的不足」來反對

此一做法，尤其現階段又面對著各方面而來的升學壓力，更是覺得不夠，筆者以為與其把該屬於教學中的練習活動中的補充問題也引入課堂中教學，時間必定不足，練習活動當然重要，絕不可廢，然而練習活動若能有意義首需對使用概念的瞭解。倘若一味圖吞棗式的做著固定模式的練習，則記憶將會取代瞭解，問題變化後就會無法適應，學習的挫折也較易產生。

筆者執教的班上同學提起在國中學習數學時，只要測驗卷一發下來，答案就可以立刻背出來，可算是練習相當純熟。然而到了師專之後在遇到直角三角形的問題時，卻無法利用畢氏定理來謀求解決，豈不令人感嘆？圖吞棗的練習活動，為近利的升學而言或許有效於一時，為進一步的學習數學而言，却造成了挫折，豈不捨本逐末？

有些同學到班上來時，由於過去經驗的不足無法適應，教師是否應指定雙重作業？對此問題，一有效的方式是採用小老師制度，另行爲他指定一位同學協助他完成基礎部份的了解，此一方式身為小老師的同學亦有幫助，同時老師只要按時督導，亦可節省精力。雙分的作業壓力更重，同儕團體的刺激較教師的叮嚀要緩和許多。

七、「減輕評量造成的緊張和壓力」

教學時，教師常為檢查同學對某一概念的瞭解程度，會請瞭解的同學或是做出正確答案的同學舉手表示。這種由於競爭上而造成的壓力和緊張，容易使舉手的同學中含有作偽（逃避！），未舉手的同學增加焦慮的程度（挫折！）。

為減少學生的挫折感及逃避的行為，筆者建議教師在同學習作時，不妨到同學的座位間去走走，稍微注意一下中等或困擾的同學的結果，使用這種方法去瞭解同學的瞭解程度，如此一方面達成評量，另方面也減少了競爭的形態。另外一種方式是將班上同學大致上作一分組，每次作問

題時允許討論，評價時以各組為準。筆者前曾在陸軍某學校任教時採行此一方式，學習的情緒確實較佳於一個人唱獨角戲。

有時教師在黑板上板書一個問題，請同學上講臺上來做，如果是單獨一個學生，自然產生緊張和壓力的感受，如果是二至三人一組上台作出解答（其餘各組自行試算及討論）。學生自不易於因孤立黑板前而感到不安。

八、「在試卷上加一筆積極的回饋」

研究上顯示，如果教師在試卷上利用加上一筆學生正確的部分地標示以代替僅僅打個勾或叉（後者顯然是最容易又省力的方式！），會增加學生學習的意願。這些標示可以用符號代替，如此A代表過程正確，B代表開頭的想法很適當，事先先和學生說明。在考卷發下時，學生最少可以瞭解本身所花的準備功夫並沒有完全白費。

為教師而言，這種作法也可鼓勵學生自行分析錯誤的原因，可使學生在下一次作答時就會比較注意屢次馬失前蹄的地方，因而避免數學焦慮的產生，獲得成功的喜悅。

（很可惜的是，電腦閱卷無法如此做！幸而現在已經改過一點點來了！）

九、「寒暑假作業指定讀物」

所謂指定「讀物」，並不是指所謂「益智性」的讀物，而是指介紹數學的應用讀物。學生常認為除了小學算術外，其他的數學都是「家」級的人們才使用得到的。雖然教師在課堂上引起動機時會提到這些材料在那裏可以用到，學生總不太願意相信，最好的方式就是利用寒暑假空閒的時間，指定一兩本讀物讓學生在假期中瀏覽一番，自行發現。

這些讀物中，最好是儘量少用數學符號或是式子，尤其是一連串的數學符號的結果更是絕對

避免；也不要什麼用高智商去解題的。舉個例子：美亞書局傅溥譯的「數學漫談」（不是推銷書刊），這本書中只是介紹淺顯的知識，可以像看言情小說般的讀完它，既不會增加心理負擔，又可以從中使學生了解數學之大且美，根除其數學無用論的錯誤想法，如此可以使其察覺到數學有其價值，提高其內在的學習動機。

由於課程的封閉性和班級教學制度的影響，實施個別化的教學困難重重。每年總會產生一些趕不上進度的數學學習緩慢者，要求教師全力把這些學生弄到能有高的數學學習成就，在人力、時間上都是不可能的。然而，話說回來，身為一個數學教師如能盡力減少數學學習動機的低落，避免由於數學焦慮的產生所引起的逃避行為，讓學生能各盡所能去學習他能學習的數學課程，也算是充滿愛心、耐心、勇於負責的教師了。

筆者在本文中嘗試描述數學焦慮的產生，和減低數學焦慮的一些途徑，只是略舉其大端，在

課堂中學生的感受是否充滿壓力和緊張狀態，以及解決的有效方法，端賴每個數學教師有目的去感受、瞭解；並就同學本身的特質尋求解決的最佳途徑。本文提出的辦法只是一個開端，並不是結束，此為筆者最後所必須強調的。 □

參考資料

1. 王鐘和等，適應與心理衛生，大洋出版社，民68.10，第五章。
2. Brush, L.R., *Some Thoughts for Teachers on Math. Anxiety*, *Arithmetic Teacher*, 29, (Dec. 1981); PP 37-39
3. Morris, T., *Math. Anxiety: Teaching to Avoid It*, *Math. Teacher*, 74 (Sep, 1981) PP. 413~417