宇稱不守恒的發現

與

左右對稱性

蘇賢錫

國立臺灣師範大學物理系

一、對稱性

我們周圍自然界的物體，無論是天然的，抑或是人造的，都有某種程度的對稱性。例如，我們的身體，左右大約對稱，許多動物亦復如此。等間隔種植的街樹，走了一個間隔再看，仍然是一樣的街樹，寺廟大多數是左右對稱，因此，對稱性可以視作關於圖形的全等性質。

就蝴蝶而言，在標本箱內，牠張開四片翅膀，用扣針別上來乾燥，所以左右的圖形均衡，看來是對稱的。活蝴蝶停在花上吸蜜時，疊起來的翅膀完全重疊在一起，並且以身體的軸當作對稱軸，就摺疊的動作而言，左右兩個部分全等，稱爲左右對稱。於是，在中央對稱軸立一面鏡子，令鏡面垂直於張開的翅膀面。這時，鏡裏的像與鏡外的翅膀，圖形完全相同，因此，左右對稱又叫做鏡像對稱。

鏡像對稱是人工圖形普遍採用的對稱性，總統府是其代表性物體。它與蝴蝶不同，具有三維的性質，不能疊成一半，但是假設一個鏡面通過正面中心線且垂直於正面，則左側完全等於右側的鏡像，右側完全等於左側的鏡像，這是十分容易了解的。

轉動對稱性也是一般人相當熟悉的對稱性。雪的結晶，梅花或櫻花，均在中心可立一軸，垂直於圖形平面。在雪的例中，每繞這軸轉動 60 度，而梅花或櫻花則每繞這軸轉動 72 度，就可以出現相同的圖形。

另外一個例子是有關平移運算的對稱性。假設鐵軌是無限長的，將這鐵軌舉起來，移動枕木間的一個間隔，則整個圖形不變。最近利用電子顯微鏡，可以拍攝金屬晶格的照片，因此，微觀世界的平移對稱性也能直接訴諸視覺。

幾何圖形，巨觀物體，或微觀物體，其對稱性十分賞心悅目，所以幾乎所有的人造物體都予以採用。它不但是美觀，而且滿足力學上的穩定條件。因而象徵秩序與威嚴，能夠構成國家性建築物的外形。

對稱性的另外一個長處是，容易記憶。對稱性圖形，只要看到其中一部分，就可以想像沒有看到的部分而掌握整個形像。棋盤式街道的城市，只要看到其中一部分街道，就可以掌握整個城市；而古時候的野獸，只要蒐集幾塊骨頭的化石，就可以推定其他部分的骨架。

二、物理定律與對稱性

將圖形的對稱性追究到極限時，即可得到物理定律。這時我們應用數學公式這種抽象的東西，來代替具體的物體。物理定律將物理現象轉變成爲公式，並且由於其廣泛的適用性而稱爲定律。定律必須超越時代，忽視國境，保持相同形式同時，必須兼備對稱性圖形的屬性——「美觀與容易理解」。

例如，牛頓的運動方程式在整個地球表面上，可用相同形式寫出。欲寫牛頓的運動方程式，需要一定的空間座標系，但是，不管座標系的原

點取在地面上何處，運動方程式的形式均皆相同，都是 $d^2\vec{r}/dt^2=\vec{f}/m$。亦即，質量爲 m 的質點，其加速度與質量成反比，與作用力 $\vec{f}$ 成正比。假設座標系的原點，沿 X 軸的方向移動 d。這時，抽象的東西——運動方程式——受到 x 軸方向的平移運算，但其形式不變。這項事實叫做，牛頓的運動方程式具有 x 方向的平移對稱性。

三、對稱性與守恒量

依據分析力學或量子力學的說法，一般而言，一個物理量如果對座標 x 具有平移對稱性，則可導出其動量的 x 分量 p_x 的守恒定律。實驗可以精確地證明，實際互相發生反應的物理系統，其反應前後的動量總和永遠保持一定數值。

這種情況，對一般化座標亦可成立。當空間座標 r 改爲 $\vec{r}+\vec{d}$ 時，假如一個物理系統的哈密頓函數（Hamiltonian）保持對稱（亦即不變），則該系統的動量總和 $\vec{P}$ 爲一定値。這個定律稱爲動量守恒定律。此外，物理系統對時間座標 t 的平移之對稱性，可以導致能量守恒定律。同理，由物理系統的轉動對稱性可以導出角動量守恒定律。自從牛頓以來的260年間，由於實驗證實這些守恒定律的成立，我們持有一種強烈的偏見，深信力學定律對各種座標變換一定保持對稱的性質。

現在，在座標變換中，就鏡像變換的不變性而加以討論。例如，將鏡子放在 yz 平面上，則在鏡中世界，x 軸的方向反轉過來，而這個世界的物體，其座標 x 的鏡像變成 $-x$。支配力學定律的哈密頓函數，如果對這種變換能夠保持不變，則鏡中世界的物體，其運動完全遵守這個世界的物體之運動定律。

假如作了 x 軸的反轉之後，再以 x 軸爲轉軸，將座標轉動180度，則所得的座標系，與原來的座標系相較，我們發現三軸的方向均已反轉。因此，點（x，y，z）變成另外一點（$-x$，$-y$，$-z$）。這就叫做空間反轉。物理定律關於轉動的對稱性，已經由角動量守恒定律而獲得證實，所以關於空間反轉的對稱性，實質上與鏡像對稱性相等。

四、宇稱（Parity）

隨着空間反轉的對稱性而出現的物理守恒量，稱爲宇稱。由於宇稱並不出現在古典力學，其說明比較困難，但是如上所述，與左右對稱性配合起來，就容易了解。下面的討論，暫且牽涉到基本量子力學。

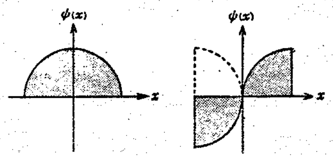
基本粒子、原子核、原子等，都是屬於 10^{-8} 公分尺度以下的微觀世界，描述這種世界的力學，叫做量子力學。這些粒子的運動，可用狀態函數 $\psi(\vec{r},t)$ 來表示。ψ 是下列薛丁格方程式（運動方程式）的解。

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t}=H\psi(\vec{r},t) \tag{1}$$

式中，H爲哈密頓函數，係代表動能與位能之和，i 爲虛數單位，$\hbar$ 爲浦朗克常數除以 2π 的量。假如實施空間反轉，則 r 將變成 $-$r，亦即

$$\psi(\vec{r},t)\rightarrow\psi(-\vec{r},t)=\pm\psi(\vec{r},t) \tag{2}$$

空間反轉後的狀態函數，不是變成原來函數 $\psi(\vec{r},t)$ 的 $+1$ 倍，就是變成 -1 倍。因爲空間反轉實施兩次後，狀態函數就恢復原來的函數，所以只有 $+1$ 或 -1。這些數字叫做宇稱，分別稱爲宇稱是正的狀態或負的狀態。



宇稱爲正　　宇稱爲負

(a)　　(b)

圖 1

為了簡單起見，將三維空間換成一維空間，來想 $\psi(x, t)$ 的宇稱。圖1(a)的右半部圖形，沿中央的直線摺起來，就與左半部重疊，表示左右對稱，相當於宇稱是正的狀態。圖1(b)的右半部圖形摺起來，就變成左邊的虛線圖形，但是將高度（$\psi(x, t)$ 的值）乘上－1，就與左半部圖形一致。這種圖形叫做左右反對稱，相當於宇稱是負的狀態。

五、宇稱守恒定律

基本粒子的壽命很短，經常立即衰變成其他的基本粒子。穩定的粒子包括電子、質子、光子、微中子等。原子核也是一樣，大多數的原子核都能放出放射線，而變成其他的原子核。引起這些衰變與反應的，叫做基本粒子間的交互作用，可用哈密頓函數 H_{int} 作為符號。這個交互作用哈密頓函數，對於空間反轉是不變的，亦即，大家相信它具有空間反轉的對稱性（也就是關於鏡像變換的左右對稱性）。

結果，發生衰變或反應的物理系統，其宇稱必須守恒，可以證明如下。表示反應速率的量是機率振幅

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dxdydz\psi_f{}^* H_{int}\,\psi_i \qquad (3)$$

式中，ψ_i，ψ_f 分別代表起始狀態與最後狀態，其宇稱各為 π_i 與 π_f。二體以上系統，亦可寫成同樣形式。這時，π_i 與 π_f 代表成份粒子各宇稱的乘積。(3)式中的積分變數 x，y，z 換成 $-x$，$-y$，$-z$，則被積分函數發生空間反轉，而(3)式變成

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dxdydz\pi_f\psi_f{}^* H_{int}\,\pi_i\psi_i \qquad (4)$$

我們已經假設 H_{int} 具備空間反轉的對稱性，因此，(3)、(4)二式必須等值，亦即

$$\pi_f\pi_i = 1 \quad 或 \quad \pi_f = \pi_i \qquad (5)$$

換言之，物理系統反應之前的整個宇稱，等於反應之後的整個宇稱，這就是宇稱守恒定律。

反之，假如宇稱不守恒，則 H_{int} 對於空間反轉沒有對稱性，而在衰變與反應的現象中，應該出現左右不對稱的情形。然而，1956年以前的物理研究中，基本粒子的衰變，原子核反應，γ 射線的放出等，人類所做的一切實驗，都沒有發現這種不對稱的情形。因此，宇稱守恒定律遂成為理論物理學的一個基本定律。

但是，進入1950年代時，美國加州大學柏克來校區建造貝伐加速器（bevatron），紐約州布魯克海文國家實驗室建造宇宙級加速器（cosmotron）等質子加速器，導致第一期的新粒子發現旺季，而微觀世界的宇稱守恒定律首次面臨考驗。

六、τ-θ 之迷

利用這些加速器所得到的第一個人造粒子是 π 介子。後來，Λ 粒子，Σ 粒子，Ξ 粒子等人造新粒子陸續出現。這時，有一種奇妙的現象，引起物理學家的注目，這是衰變成為三個 π 介子的 τ 粒子與衰變成為兩個 π 介子的 θ 粒子。

$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

$$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$$

右上角的符號代表各粒子的電荷（單位是電子的電荷 e）。實驗早已顯示，π 介子的宇稱是負的。根據這項事實，先來研討 τ 粒子的情形。三個 π 介子表示最終狀態的宇稱為 $(-1)^3 = -1$，是負的，因此，依照宇稱守恒定律，τ 粒子的宇稱是負的。另一方面，θ 粒子的宇稱是 $(-1)^2 = +1$，是正的。

由於 π 介子的自旋（本徵角動量）等於零，τ 粒子與 θ 粒子的自旋也是等於零。這兩種粒子的質量，都大約為電子質量的968倍，其平均壽命為 1.2×10^{-8} 秒左右，在實驗誤差範圍內，

這些數值相當一致。在基本粒子的世界中，質量是區別基本粒子的最基本物理量，質量不同的粒子，可以認為屬於不同的粒子。相反地，質量相同的粒子，應該屬於同一種粒子。τ 粒子與 θ 粒子，其質量、壽命，自旋都是相同，只是宇稱不同，因此，不得不認為它們是不同的兩種粒子。這是非常令人困惑的問題。宇稱相反，質量相同的兩種粒子，有許多篇論文根據理論導出這種粒子的存在，可惜都是缺乏說服力。

七、李楊理論

於是，李政道與楊振寧懷疑宇稱守恒定律的正確性。他們認為弱交互作用現象中，宇稱守恒定律不再成立。結果，他們假定，同一個K粒子（K^+，宇稱是負的）有時分裂成為三個 π 介子，有時分裂成為兩個 π 介子，因而我們看來有時是 τ 粒子，有時是 θ 粒子。這是1956年夏天的事。

在這種假定之下，有關弱交互作用的現象，宇稱都不守恒，因此，對於空間反轉的非對稱性或左右非對稱性，應該可以觀測得到。李政道與楊振寧預言，原子核的 β 衰變，μ 介子與 Λ 粒子的自然衰變，左右均不對稱，而實驗觀察的結果，證實了他們的這項預言。

八、宇稱不守恒的發現

首先發現宇稱不守恒所導致之左右非對稱性的，是哥倫比亞大學的吳健雄女士所領導的研究小組。吳健雄在聞名全世界的低溫技術研究人員安布勒（E. Ambler）（美國中央標準局服務）的協助之下，將鈷60冷却到0.01°K，令原子核自旋方向齊向一方，與這方向成 θ 角度的方向放出之 β 射線（電子），其角分布可以簡寫如下：

$$W(\theta) = 1 + A\cos\theta \tag{6}$$

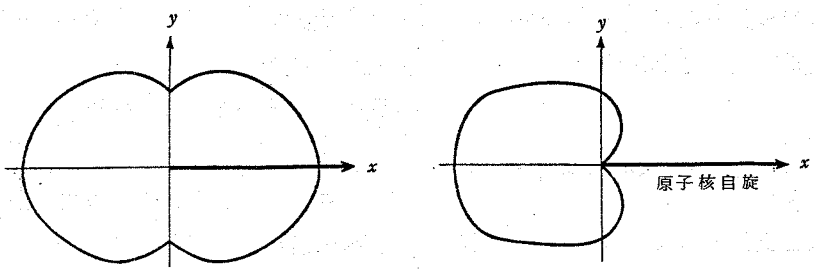
實驗結果得到 $A \simeq -1$。由於空間反轉會把 θ 變成 $\pi-\theta$，所以 $\cos\theta$ 的符號改變而成為

$$W(\theta) = 1 - A\cos\theta \tag{7}$$

亦即，角分布改變，而物理定律在這個世界與鏡中世界，各具不同形式。

簡單而言，β 射線放出的方向，應該與原子核的自旋方向相反。以原子核自旋方向當 x 軸，將(6)式畫出，即得圖2(b)。圖中，y 軸與原子核自旋成垂直，沿 y 軸摺起來，左右並不重疊，左右確實不對稱。反之，γ 射線的角分布，如圖2(a)所示，沒有 $\cos\theta$ 項，而有 $\cos^2\theta$ 項，左右對稱。這就證明，引起 γ 衰變的電磁交互作用，滿足對於空間反轉的對稱性。吳健雄等人根據李楊理論所做的實驗，推翻了支配微觀世界的左右對稱性，令當時的物理學家感到震驚。

九、左右對稱與非對稱



(a) 左右對稱的 γ 射線角分布　　(b) 左右非對稱的 β 射線角分布

圖2

β 射線是新生的電子。原子核或基本粒子作 β 衰變時，β 射線與反微中子一起出現。前面已經說過，這種新生的電子，其角分布是左右不對稱的。另外一個特徵是，其自旋的特別性質。一般而言，電子以其進行方向爲軸而自轉，但是這種轉動一共有兩種方式（參閱圖 3 ）。本來是點狀的電子，假設它是小球，且在球上作一個記號。當電子一面右旋一面前進時，這記號的軌跡成爲右旋螺線狀，而當電子一面左旋一面前進時，成爲左旋螺線狀，分別叫做右旋電子與左旋電子。

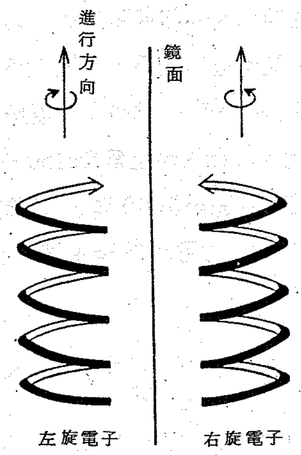


圖 3

在金屬內運動的自由電子，已知右旋與左旋狀態各佔 50%。然而，β 衰變時放出來的新生（負）電子，左旋電子幾乎佔 100%。將鏡子立在圖 3 的中心線，則左旋電子與右旋電子互相對換。因此，右旋左旋各佔 50 %時是左右對稱的。但是，β 射線的電子幾乎都是左旋的，所以左右不對稱。此外，實驗觀察顯示，β 衰變時放出來的新生正電子，幾乎 100%都是右旋的。反之，微中子是 100%左旋的，反微中子是 100%右旋的。

圖 3 所示的螺線狀物體，其中一例是藻類植物。英國海洋研究所的瓦斯拜（walsby）說，由於種屬的不同，藻類有左旋的與右旋兩種。生物界中，構成生物的物質，無論是動物抑或植物，均由 l 型氨基酸與 d 型蛋白質而成,並且具備左右非對稱性。人造物質中，l 型與 d 型的螺線狀各佔 50 %。鑛物可能亦有 l 型與 d 型。原始狀態的地球上，首先產生螺線狀有機物質，再由某種過程逐漸引進非對稱性，慢慢累積起來，終於驅逐 d 型氨基酸，因而發生生命，這是一種學說，生命的起源，會不會也跟宇稱不守恒有關係？□

（取材自「數理科學」1981 年 5 月號）