

教育部112學年度中小學科學教育專案【期末報告大綱】

計畫名稱：MAC 數學增能課程與教材研發

主持人：高晟鈞

E-mail：chenchung@ycsh.tp.edu.tw

共同主持人：無

執行學校：臺北市立永春高級中學

一、計畫執行摘要

1.是否為延續性計畫？☐是 ☒否

2.執行重點項目：

- ☐ 環境科學教育推廣活動
- ☐ 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- ☒ 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- ☐ 鄉土性科學教材之研發及推廣
- ☐ 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3.辦理活動或研習會等名稱：

高一、二數學增能課程。

4.辦理活動或研習會對象：

高一、二數學增能課程：高一課程授課對象為高一學生，自由報名。高二課程授課對象分為上、下學期；上學期課程為微積分拾級課程，高二、三學生皆可自由報名；下學期課程授課對象為高二學生。

5.參加活動或研習會人數：

高一、二數學增能課程：本學年度高一上、下學期參加的學生人數為 36 人；高二上學期參加的學生人數為 32 人；高一下學期參加的學生人數為 11 人。

6.參加執行計畫人數：4 人

7.辦理/執行成效：

經過一個學年的努力，本計畫執行至今已累積很龐大的成果。在學科能力競賽試題的彙編部份，已完整的將近三年的筆試(二)試題彙編完畢，其中包含了逐題撰寫詳解、試題進行分類，及將每一道試題對應到新課綱的各小節(知識點)。校內數學增能課程部份，高一、二都在上、下學期順利開課，尤其在高二的課程內容，藉由本計畫執行的成果，新增最新的試題編入上課的講義中，使學生在學習增能課程中，更能掌握新課綱上路後的學科競賽試題。微積分拾級課程推廣的環節，經過一年的努力，也確定在下一個學年度將新增臺北市陽明高中與臺北市

中正高中兩校加入本課程，擴大服務學生基數，提供給學生多一項自主學習的選擇。

二、計畫目的

(一) 學科能力競賽彙編與教材撰寫

每年舉辦的教育部普通型高級中學學校數理及資訊學科能力競賽數學科計畫宗旨為：加強輔導公私立普通型高級中等學校推動數學、自然學科及資訊教育，以提高學生對基礎科學及資訊研究之興趣，並藉以鼓勵學生參與校際間相互觀摩，提升科學教育品質。該競賽的命題範圍雖以高中數學科教材範圍為原則，但試題難度較課綱課程內容深且廣，學生在沒有培養或沒有足夠的知識素養前提下，大多難以應付，在本團隊的了解下，各高中學校在培訓教育部學科能力競賽時，大多沒有一套系統性教材支持，多數是採考古題解題的授課形式執行培訓，且各校皆有培訓時間不足或沒有培訓經費來源的窘境。本校的 MAC 課程雖部分解決了培訓時間不足的問題，但培訓與教材研發的經費同樣面臨不足的狀況。臺師大數學系許志農教授透過「非想非非想數學網 (<http://pisa.math.ntnu.edu.tw/>)」並結合「龍騰數亦優」整理了 104 年以前的教育部學科能力競賽試題，各地區複賽與全國決賽的試題皆在網站上可以查詢，唯試題並未進行知識點的彙編，僅將各地區或全國試題的題目上傳。學科能力競賽的考題分為填充題、計算證明題、口試試題，該網站或是其他網路上搜尋到的資訊皆沒有任何一個單位或機構，進行所有問題的知識點彙編與試題詳解的書寫，對於想要賞析考古題或是有意願拿過往試題進行培訓課程的教師而言，皆只能自行備課。非想非非想數學網在 105 年以後，學科能力競賽的試題也並未持續蒐集與上傳。本計畫希望透過外部資源與經費的挹注，進行學科能力競賽完整的彙編與詳解的撰寫，針對各個知識點緊扣的高中教材章節位置進行整理，最終產出針對學科能力競賽的彙編教材，並將教材研發成果提供教師用版本，透過網路數位化的方式分享給全國願意投身於競賽培訓的高中數學教師使用。

(二) 國立中央大學微積分拾級 AP 課程的推廣

永春高中校內增能課程實施現況：

MAC 數學增能課程之全文為 Mathematics Advanced Curriculum。自 104 學年度起即已在永春高中執行，104 學年度草創時課程名稱為放大鏡課程，該年的實施對象為全校高一對數學有興趣的學生，105 學年度起擴及高二學生，即同時針對全校高一、二對數學增能有興趣的學生進行授課，課程實施時間自 104 年草創起至今，皆是利用平日晚間進行，高一上至高二下四個學期採獨立報名作業，每學期的期初報名，同學自課程報名錄取後採每週一次，每次兩小時，整學期一共十次課程。學生採自由報名，礙於授課教室場地有限，如報名人數過多時，啟動成績篩選機制決定錄取同學。106 學年度起更名為 MAC 課程後，於 107 學年度下學期起，試辦與國立中央大學數學系單維彰教授合作試辦「微積分拾級」的大學 AP 課程成效良好，自 108 學年度起，將微積分拾級 AP 課程透過本校 MAC 課程計畫，開設實體面授課程與國立中央大學數學系正式合作，並擴大服務對象至高三學生，且固定開設時間為每學年上學期，面授課程共計 14 次。

MAC 課程受眾乃針對熱愛數學，對學習數學有高度熱忱，期待自己能多學一些與數學相關的內容，為提升素養，精進邏輯推理、思考創新及問題解決能力而設計。在教材的編撰上，幾年來都是本校數學科教師透過社群共備共同研發。高一上、下學期的主要課程目標乃針對坊間指標性競賽，如美國 AMC、澳洲 AMC、TRML、TMT 等競賽試題進行搜集與彙編。高二上學期結合國立中央大學微積分拾級 AP 課程（開放高二、高三報名）。高二下學期則針對教育部學科能力競賽進行培養。每學期進行彙編試題所花費相當程度的人力與時間，在苦無經費支持情況下，教師意願逐步降低，且因課程難度較高，願意參與的教師也逐步變少。近年搜集校內同科教師的意見後發現，教師皆期盼針對 MAC 課程的教材能有更有系統的編撰，一直以來本校執行 MAC 課程都是僅止於學生版本，教師沒有足夠的時間與心力編撰教師用教材，使得教師在授課前的備課時間勞心勞力，教師皆期待能在研發教材層面上梳理出教師版本提供給授課教師，減少其備課時間，並將其推廣至友校。

如前所述，自 107 學年度下學期於永春高中試辦，108 學年度起正式與國立中央大學數學系合作開設微積分拾級課程至今，校內學生收穫豐富反應良好。微積分拾級的課程採 Moodle 系統進行網路授課，由國立中央大學數學系單維彰教授預錄課程並在 Moodle 系統上開課，透過中央大學課務組將高中端有意修課的高中生，

利用「社會人士暨高中生修讀辦法」，由中央大學行政端協助建立高中生個人 Moodle 課程帳號，高中端教師每周規劃、安排參與學生的課程進度外，每周在高中端與學生碰面一次解決前一周的學習問題與重點提點，並透過形成性評量檢核學生的學習狀況，一學期共計 14 次的面授實體課程，最終由單維彰教授命題之總結性評量，核定參與學生整學期的學習表現，課程參與者皆由中央大學發予成績單，課程成績及格者由中央大學發予學分抵免證書。此一執行方式於 109 學年度已擴及臺北市大直高中，110 學年度擴及臺北市大同高中，皆能有效仿照本校已有之經驗傳承進行課程實施。盼能透過本計畫將此一課程執行方式推廣出去，擴及臺北市、甚至更多縣市的友校知悉，讓一個好的課程執行計畫能發揮更大的影響力。

三、研究方法

(一) 學科能力競賽彙編與教材撰寫

具體做法	實施步驟
考古題搜集、試題重述與圖形重繪	各分區複賽試題計有： 臺北市、新北市、北一區(花東區)、北二區(桃竹苗)、中投區、嘉義區、臺南區、高雄市、南區(屏東區) 備註：後簡稱為 9 個分區。 以上 9 個分區近三年(110 學年度至 112 學年度)複賽試題的搜集彙編、試題重述與圖形重繪。
試題分類、知識點與章節位置整理	針對 9 個分區的近三年複賽試題，包含填充題、計算證明題、口試試題，進行知識點的分類，各個試題的知識能力(先備知識)應對應的高中課綱內能力素養分類。預計分類有：多項式、函數方程、不等式、數論、幾何、離散(排列組合)、極值問題、數列級數...等
試題分析與各詳解撰寫	透過同儕教師共備，討論每一道試題之解法，將試題詳解編撰成教師用的講義版本，以期減少教師未來培訓執行的備課時間。
近三年全國決賽試題	在進行完 9 個分區近三年的試題編撰後，著手進行全國決賽的

討論與超綱試題之討論及編撰	試題編撰與詳解共備。今針對所有計三年 9 個分區與全國決賽試題，超過課綱的部分進行討論，彙整所有超綱內容的知識點，並針對該知識點進行教材的研發共備。 例如：幾何領域的 Pascal Theorem、西瓦定理。數論領域的中國剩餘定理、同餘 (Modulo) 模運算.....。
---------------	---

(二) 國立中央大學微積分拾級 AP 課程的推廣

具體做法	實施步驟
整理現有實施、執行經驗	本校團隊對於執行國立中央大學數學系微積分拾級 AP 課程已有一定經驗。從學生報名、聯繫中央大學課務組建置高中生 Moodle 系統帳號，高中端教師實體面授課程內容，指引、解決學習各章節內容的疑惑，以及形成性評量與平時成績的評量方式，皆有成熟的執行方式。透過這段時間將其經驗轉化為文字，完成「高中端與中央大學數學系合作微積分拾級 AP 課程之工作流程手冊」。
定期辦理跨校研習，推廣友校知悉並期待友校參與	預計一學期辦理 1~2 場跨校研習、公開觀課或工作坊，推廣本校執行的方式與細節，盼能讓更多友校教師知悉此一大學合作的先修課程計畫，因應 108 課綱的自主學習，提供給學生不一樣的選擇。

四、研究成果

目前完成的工作：目前完成百分比為 80 %

(一) 近三年全國 9 個分區學科能力競賽複賽、全國決賽試題的搜集、題目重述與圖形重繪。

期中報告時提及試題搜集出現一點難處，當時網路上並未找到完整的試題。感謝洪友情教授的幫忙，讓本團隊完整蒐集到缺漏的試題，也因為蒐集到最新的試題，因此將原先的「近三年」從 109 ~ 111 年改為 110 ~ 112 年，本團隊也針對近三年已搜集到的題目重述與圖形重繪皆已完成。

(二) 9 個分區的筆試試題所應習得的知識點及課綱內章節對應彙編全數完成。對於知識點的對應彙編，目前是試題詳解編撰完畢時即刻將知識點對應彙編。由於檔案較大，連結為：

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1WlwSiGOIOAFM3RFicm7fBeod5-B3GprW/edit?usp=sharing&ouid=107284322246924738260&rtpof=true&sd=true>

(三) 近三年 9 個分區的筆試試題詳解全數完成，並繕打形成教師用教材。

目前針對全國 9 個分區的複賽試題已接近完成，由於檔案較大，請見以下連結：
<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1WlwSiGOIOAFM3RFicm7fBeod5-B3GprW/edit?usp=sharing&ouid=107284322246924738260&rtpof=true&sd=true>

110年省二(二)第七題

【解】 奇妙的 $n = 8k + 7, k = 1, 2, \dots$

故 所求 $= \sum_{k=1}^{30} (8k + 7) = \frac{(7 + 239) \times 30}{2} = 3690$

9. 設 a 為實數，若坐標平面上滿足 $|x - y| + |x + y| \leq 2$ 與 $|x - 2y| + |2x + y - 5| \leq a$ 的區域面積為 1，求 a 值。(110 年省三區(一)題)

【解】 坐標平面上滿足 $|x - y| + |x + y| \leq 2$ 的區域為中心 $(0, 0)$ ，一頂點的正方形。 $|x - 2y| + |2x + y - 5| \leq a$ 的區域則是對角線為 $x - 2y = 0$ 及 $2x + y = 5$ 的正方形，其中 a 控制其大小。由於 $x - 2y = 0$ 過 $|x - y| + |x + y| \leq 2$ 的中心，且重疊部分為 1， $|x - 2y| + |2x + y - 5| \leq a$ ， $(0, 0)$ 。

故 $a = 5$

10. 設 $P(x)$ 為實係數多項式，其次數為 2019 次，且對於 $k = 1, 2, \dots, 2015$ $(k + 1)P(k + 1) - kP(k) = 1$ ，求 $P(2021)$ 。(110 年省三區(二)第六題)

(四) 完成本校與國立中央大學微積分拾級課程配合之工作流程手冊。

目前已接近完成：<https://shann.idv.tw/calculus/ap.html>

(五) 每學期辦理 1~2 場跨校研習、公開觀課及工作坊。廣邀有意參與的友校教師共備與觀摩。

目前已有執行 1 場，但經費尚未執行。



五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

由於經費始終未能撥付學校，原先規劃的跨校研習與講座，實在礙於經費問題無法執行，對於經費未撥付的執行方式，在與本校多次討論協商後，本年度學校同意以學校經費代墊支付，但同時學校也相當為難，無法保證來年還能繼續用代墊的方式讓本計畫得以順利執行。

六、參考資料

- [1] 林良惠，吳永怡 (96 年)。影響數理資優者生涯發展相關因素之探究。九十六年度特殊教育研討會論文集。
- [2] 教育部國民及學前教育署 (107 年 6 月)。十二年國民基本教育課程綱要－國民中小學暨普通型高級中等學校－數學領域。
- [3] 傅銘東 (76 年)。如何在高中實施資優教育。資優教育季刊。