

由一個設定的教案格式探討中等學校 數學教育正常化的途徑

註 1

國立臺灣教育學院數學系

王振瀛

第一篇：前言

鑑於六十六與六十七學年度，從事「國中數學教學正常化」兩年的研究經驗，筆者深深地體會到一個事實，就是無論教科書編者，教材教法研究工作者，教師們和學生們，都在一股“升學考試”的漩渦中愈陷愈深，其扭曲所謂「正常教學觀念」的力量之大，幾乎有難以抵禦之勢。雖然造成這一股強力漩渦的因素很多，筆者能力有限，不可能全面兼顧，故僅把握其兩個重點試作探討，其一為考試制度的研究，將另文討論，不在此贅述，其二為如何使教師們在教學時把握一個正確的原則，使用一系列正確的方法，而能在此強大漩渦中屹立不移，不致隨波逐流迷失方向。六十八年秋，筆者懷着一大堆的疑團踏上英倫，在豐富的資料庫中摸索了一年，帶着一線曙光與一大疊書返回國內。如今一年匆匆地過去，雜務繁忙，瑣事耽擱，僅在「教案」一項工作上，找到一條似為可行的探討途徑，依筆者樂觀估計，教師們如把握「教案」本身的原則與精神，力求發揮其隱含的功能，應可使教師們在此濤濤濁流中先站穩腳步，迎接繼來的艱苦奮戰。

在千頭萬緒的教學問題中，何以單選「教案」為研究工作的起點，其理由可分為國內的現狀與現行一些世界性教育思潮的發展兩方面來說。

壹、國內的一些現狀

一、國內現職教師對其教育工作所採的立場與方式，在原則上雖值得商榷之處頗多，但究其根本的原因，似在採取較合理而正常的教學方式後，還缺乏一條正確顯現並肯定其成效的途徑，更何況再加上“升學率”強烈扭曲其成效價值的不良影響。

二、教師對於教材編輯精神的發揮，尚未能充分把握，究其根本原因似有兩點：(一)教材推出前的意見交換，似尚不足或可謂推出前的宣導工作面不夠廣，時間也不夠充裕。(二)與教材同時推出之配合資料，未能將有關的教學理論基礎，教學情境分析與教學方法的使用等作較切合實際的介紹，使教師能確實把握正確的方向加以發揮。

三、學校中種種配合教學的措施，在有形與無形中迎合“升學至上”的想法進行，迫使稟執着正確教育認識的教師難以適應或放棄努力。例如：(一)能力分班在國中的暗流。(二)學習障礙問題的探討與補救，在中等學校被忽視或誤導。(三)資優學生的學習在“進度”與“考試範圍”的陰影下，化為“機械式”的學習等。

四、社會與學校，由於對教育成效的正確評估資料不足情況下，“急功近利”的想法，成為相互推波助瀾的基礎，針對此現象，筆者所知的唯一改善途徑就是將教育工作的全面正確成效，透過學生學習成就的能力評估，系統化地呈現出來，讓所謂的“升學率”退回到教育成效評估上應有的地位。如此，則真正的“機會均等的教育政策”才能在三民主義的理想中實現。

五、將學術研究工作與決策工作之間，透過“可行性的研究”來加以結合的工作推展程序。目前教育行政主管單位，似有未能充分把握之處，致使“談歸談、做歸做”的現象持續了許多年，而未有所突破。

貳、一些重要的教學理論的發展

本段內容在拙著「談七十年代中等學校數學教育發展的方向」（國立教育資料館主編國民教育科教育資料叢書第92號），曾做較詳細的敘述，茲簡列以下三點說明之：

一、在數學教育方面，“解決問題式（Problem-solving）”與“啟發式”的教學理論興起，促使學習數學的途徑在16歲以下階段強調學生參予學習活動中的重要性。同時，其自學活動的價值和輔導工作也予以肯定與加強。

二、配合兒童認知發展理論的茁壯與充實，教育界將綜合教育（Comprehensive Education）中以下學校應有的教學模式，以混合能力編班（mixed-ability class）作為最理想的組織型態，而以工作卡系統（work card system）作為教材運用的基本方式，進一步定下義務教育階段的教育目標，應以社會型態的學習情境，來達成現代國民常識水平。

三、在教育功效客觀的評估方面，由於必須交代的對象有三方面：（一）社會大眾對教育方面投資報酬率的確實瞭解，以掌握政府的政策目標與意義。（二）教育工作者對於自己所作的努力，如何在一個合理的評估架構中顯現正確的成效，而不致造成價值的偏差。（三）學生們在屬於“儘可能為全部能力範圍”（approximative whole ability range）內，獲致其性向與學習成就的資料，除給予其升學與就業一個明確的導向外，同時也給予政府在人力資源配當的政策上，有一個全面性的參考資料。因此，能力評估系統（Assessment System）在教育流程中獨立起來，且發揮其系統化的功能，成為一項非常重要的課題，相信國內在此項工作的合理推展下，“升學率”就會自然地退回到其應有的價值地位上去。

鑑於上述具代表性的理由，筆者所能想到的第一個步驟，就是從教師們的觀念與日常的教學工作上着手，有如投石於水的功能，其影響似應像波紋向四方輻射擴散至全面。至於着手的工作落點何在？筆者盡己所知，將「教案」與上列理由之間的相關性，列述於一個自行設計的格式之後，期能從而推斷落點在「教案」工作上似較為合理的結論。如有任何推斷不詳，邏輯矛盾或可行性不高之處，尚乞方家惠予指正，實感激不盡。

第二篇：格式的試擬與項目分析

壹、格式試擬 註2

數學科教案表格設計初稿（本教案原則上以一章的內容作為一個單元）

A	科目		班級	
	教師		預計總時間	
	單元	“大小不定，標本設計的篇幅擬以100分~150分為準”	教材來源	
B	單元教學目標			
	教材內容簡述	教學活動流程	時間預計	教學疑難分析
C	(列出大要即可)	(另行設計本流程圖所應遵行的重點)		(注意在內容上教師說明與分析時所可能遭遇的困難，同時預估學生在學習過程可能會遇到困擾的地方，皆加以摘要列出)
	活動流程細部階段的預期學習目標	教學資源與參考資料	配合預期細部學習目標的測驗問題和方式設計	隨堂測驗結果記要
D	(配合教學媒體、參考資料與評量細節的設計，將細部目標列出)	(注意教學媒體的設計，以及參考資料的收集與介紹)	(利用口試，板試與口頭討論分析學生的學習行為與態度，這些預先設計的問題，可先行寫在TP片上教學時隨時取用之)	(摘要記下學生的特殊反應)
E	單元評量要點與方式設計			
	(力求對於單元目標的涉及有普及性，同時應在難度分配上力求均勻，使用多種型的問題，筆試時間約在50分鐘左右)			
	單元評量結果分析	(列出同學成績，抽出高群與低群，並設法分析其優劣點，配合分析結果作出下列之兩項設計)		
F	補救教學重點與方式設計		資優輔導重點與方式設計	
	(着重改變教學方式，多利用具體操作或教學媒體，嘗試一些較直觀的教學方式)		(着重參考資料的介紹，力求在興趣激發上着手，多在導引思考上使學生能深入問題，並提昇知識的層面拓展問題的視野等)	

貳、項目與前言中所列理由的相關性初步分析

一、由一位教師的教學準備工作觀之，其研判教材內容，安排講授層次，設計配合性的教學媒體，分析在教與學的過程中，師生兩方面可能產生的疑難與障礙，以及如何在教學過程中迅速地掌握學生的學習反應，又如何在單元教學完畢之時，將學生學習成就作有效的評定，進一步完成評量回饋的工作等，整個工作流程是需要一個手邊的實錄。因此教案的存在是屬教學工作中必然的現象。

二、鑑於國外許多優良教材，有工作卡系統的設計，而國內目前教材之編寫，由於人力物力的問題，使許多理想中工作難以推展。但是由一個最經濟的角度觀之，配合教本一起推出的教師指引，如能再加以充實，教師在接受其幫助之餘，可能比較樂以配合教材編者的精神，循着既定的程序予以施教。「教師指引」的內容，又以何種方式設計較為理想？筆者冒昧地假設，如果能將目前所設計的教案中各項內容，由編者依每個單元先行設計，提供可選擇的參考資料，未嘗不是一條可行的路程。至於，細部的重點應如何？是否有一些樣本可資批判？此乃筆者目前正在努力的工作，有興趣的同仁，如能同時進行，將是筆者深為感激與慶幸之事。

三、此項教案格式中的B部份，筆者覺得，如果能再深入分析，詳列可能產生各層次的學習效果，一定可以將編者的精神清晰地提供給教師們。如此教師們在教學過程中必能循着正常的途徑，以達成教學的目標。

四、C部份，筆者認為教師在教學過程中，隨時留在手邊參閱的資料，其對於教材內容處理層次的把握，以及提醒教師隨着內容的推演，可能隱含的一些教與學的內在障礙，當可使教師更靈活掌握教學的整個情境。

五、D部份仍可視為教師在教學過程中，隨時留在手邊參閱的資料，其設計的主要目的，其一在使教師充分地體會該單元的目標，透過評量的配合設計，達到靈活運用教材的目的。其二在使媒體資料與參考資料的介紹能更形具體化。如此，教師可以在教學過程中，嚴密地控制每一步驟的效果，同時使所收集的回饋資料較能契合實際的狀態。

六、E部份的重要性，乃在於配合能力評估系統建立後，能提供具體而翔實的資料，且進一步使補救教學工作与資優輔導工作順利而確實地推展，至於本部份所涉及的基本統計分析概念，將另撰寫專文介紹，並以實例的處理，說明其應注意的各項重點。

七、F部份是整個教學流程中極為重要的回饋處理部份，是目前國內在校教師教學上比較欠缺的一部份，也是在「校外學習」方面，已經出現嚴重扭曲正常教學的部份。因為當涉及“課餘補習問題”時，在許多家長與教師們的觀念中，一些亟待澄清與匡正的問題，期能透過這條途徑，作隱定而透澈的改善。筆者認為，“消除盲目升學”的現象，最佳一項利器，也將是“正常化教學”。其然否？尚乞指正！

綜合以上，吾人實看不出進一步具體的事實，以肯定前言中所敘之理由可以消除的跡象，筆者也深知其缺失，不過本着多年來盡力“觀察、收集、研判”已有的資料結果，初步探討出一個目前應該可行的途徑，即透過新編教材的推出，配合教師指引的加強編寫，提供學習成就評量資料，相信必能收到預期的功效。誠如本文“註一”所提及，自第三篇至第八篇再加上附錄一、二兩段的內容，筆者

期能進一步作細節設計的嘗試，同時在配合本系四年級學生下學期的四週校外試教，能夠作一些具體的實驗工作，所得資料亦將列入分析。筆者在此再度誠懇的呼籲，有興趣的中等學校教師們，願依此途徑作一些實驗工作，無任歡迎，若能當面切磋心得，將更為感激。 □

註一：本題所欲研究的範圍，筆者計畫以八篇內容及二個附錄完成之，其標題如下：

第一篇：前言

第二篇：格式的試擬與項目分析

第三篇：目標與教學流程

第四篇：教材中的教學疑難分析

第五篇：目標與學習評量

第六篇：教具篇

第七篇：補救教學與資優輔導的探討

第八篇：總論

附錄一：由高中實驗本數學教材中試擬的一份教案

附錄二：由國中實驗本數學教材中試擬的一份教案

註二：本格式共分六個部份，每一部份亦含一些項目，其排列之方式A、B、C部份與現行的格式大致雷同，而D、E、F三部份有值得特別強調之處，將於後文詳述，但由於項目次序安排方面，恐有見仁見智之處，尚乞方家惠賜意見。

——好大的數——勇清——

只利用三個數字（可以重覆），你所能寫出來的全部整數中，最大的一個是什麼？如果我們限定在這個數的表示法中，不加進任何一個運算記號，那麼，這個數是 9^{9^9} 。不過，如果容許加進某些運算記號，那就無法寫出最大的了。因為把上面那個數中，每一個數字9都換成9!，那麼這個數就增大許多，再換成 $(9!)!$ ，則又增大了許多。

這個很容易寫出但值很大的數，在過去的大半個世紀以來，吸引了不少數學家的興趣。自從1906年以來，就有人開始計算這個整數的位數，這個問題的答案是： 9^{9^9} 共有369693100位。要求出這個數值，可以借用常用對數： $9^9 = 387420489$ ，

$$0.954242509 < \log_{10} 9 < 0.954242510,$$

$$387420489 \times 0.954242509 = 369693099.461366901,$$

$$387420489 \times 0.954242510 = 369693099.848787390,$$

故 9^{9^9} 有369693100位。你知道這個數有多大嗎？如果我們把 9^{9^9} 寫出來，每一公分長寫四個數字，那麼，這個數需要一條924.23275公里長的紙條才能寫完，這個長度約為台灣島從南到北全長的兩倍。

這個數是什麼形式呢？Fred Gruenberger曾計算了這個數的後2000位及前1200位，我們把它的前10位及後10位列出如下：

$$9^{9^9} = 4281247731 \cdots 2627177289。$$