

雙重魔方陣

國立清華大學物理系 林克瀛

魔方陣的定義是把由 1 到 n^2 的整數排成一個方陣(稱為 n 階)使得每一行每一列及兩條對角線上 n 個數字之和都是 $n(n^2 + 1)/2$ 。若將一個魔方陣中每一個數字用它的平方來代替,所得的新方陣中每行每列及對角線上 n 個數字之和均相同(等於 $n(n^2 + 1)(2n^2 + 1)/6$),則原來的魔方陣稱為雙重魔方陣(bimagic 或 doubly-magic square)。若一個雙重魔方陣中每一個數字用它的立方來代替,所得的新方陣中每行每列及對角線上 n 個數字之和都是 $n^3(n^2 + 1)^2/4$,則原來的魔方陣稱為三重魔方陣(trimagic 或 trebly-magic square)。

有人證明過雙重魔方陣的階數至少是八。一個八階雙重魔方陣每行每列及對角線上八個數之和是 260,平方後之和是 11180。下面舉三個例子。圖一抄自十四版大英百科全書,這個例子很有趣,是由十六個二階方陣拼成,每一小方陣四個數之和都數 130。圖二抄自 W. Ball :

7	53	41	27	2	52	48	30
12	58	38	24	13	63	35	17
51	1	29	47	54	8	28	42
64	14	18	36	57	11	23	37
25	43	55	5	32	46	50	4
22	40	60	10	19	33	61	15
45	31	3	49	44	26	6	56
34	20	16	62	39	21	9	59

圖一

16	41	36	5	27	62	55	18
26	63	54	19	13	44	33	8
1	40	45	12	22	51	58	31
23	50	59	30	4	37	48	9
38	3	10	47	49	24	29	60
52	21	32	57	39	2	11	46
43	14	7	34	64	25	20	53
61	28	17	56	42	15	6	35

圖二

Mathematical Recreations and Essays, Macmillan Co., P. 212. 圖二本身是一個鬼方陣(diabolic square)又稱為泛對角線方陣(pandiagonal square),這一類方陣的特點是若將兩個相同的鬼方陣左右或上下并列,每一排和對角線平行的 n 個數字之和都相同。但圖二平方以後就不再是鬼方陣。圖三錄自 W. Benson 與 O. Jacoby 合著的 New Recreations with Magic Squares, Dover, P. 81. 圖三本身也是鬼方陣。

47	28	6	49	23	36	62	9
8	51	45	26	64	11	21	34
53	2	32	43	13	58	40	19
30	41	55	4	38	17	15	60
42	29	3	56	18	37	59	16
1	54	44	31	57	14	20	39
52	7	25	46	12	63	33	22
27	48	50	5	35	24	10	61

圖三

九階雙重魔方陣每行每列及對角線上九數之和為 369，平方後之和為 20049。下面舉兩個例子。圖四錄自上面提過 Ball 書中 P. 213，此圖本身是對稱 (Symmetrical) 方陣，即在和方陣中心呈對稱狀態的兩個數字之和均為 82。圖五錄自上述 Benson 與 Jacoby 書中 P. 82，此圖本身也是對稱方陣。

三重魔方陣很複雜，Tarry 首先排出一個 128 階的三重魔方陣，Cazalas 將他的方法改良後排出 81 及 64 階的三重魔方陣。1949 年 Benson 排出一個 32 階的三重魔方陣，這是目前所知道階數最低的三重魔方陣，這個方陣在他的書 (上面提到過) 第 86 頁有記載。□

70	75	59	15	26	1	38	49	36
11	22	9	43	48	32	69	80	55
42	53	28	65	76	63	16	21	5
57	68	79	8	10	24	31	45	47
4	18	20	30	41	52	62	64	78
35	37	51	58	72	74	3	14	25
77	61	66	19	6	17	54	29	40
27	2	13	50	34	39	73	60	71
46	33	44	81	56	67	23	7	12

圖四

80	67	57	19	18	5	51	38	34
32	46	45	61	78	65	3	26	13
11	7	24	40	30	53	72	59	73
43	33	47	66	62	76	14	1	27
22	12	8	54	41	28	74	70	60
55	81	68	6	20	16	35	49	39
9	23	10	29	52	42	58	75	71
69	56	79	17	4	21	37	36	50
48	44	31	77	64	63	25	15	2

圖五

爲何吃了蒜臭味歷久猶存

吃過像大蒜、洋葱等食物，口中會留有怪味，即使立刻刷牙漱口，怪味仍然存在，可見怪味並非來自口中的食物殘渣。怪味也非來自胃部，因為食道平常像用完的牙膏管一樣閉合着，只有偶而

才打開。

那麼這類辛辣食物所引起的口臭來自何處呢？原來是這類食物中具有怪味的分子透過胃壁進入血液流到肺部，隨著呼氣排出來。

雯華