

已有淡江大學在實施電腦輔助教學。

目前國內外都已有能發聲的電路發展出來，若將此技術與電腦輔助教學配合，使電腦教學人格化，可幫助學生加強學習效果，如在重要的地方以加強語氣加深學生的印像等。

另外，電腦也可幫助在職人員的進修，由於科學不斷的進步，在職人員須要進修才不致於落

伍，但是由於時間的不方便，無法再回到學校學習，而如果有家用電腦的話，就可以利用各種設計好的課程自行在家學習，方便且沒有時間限制。

以上所舉的是一些電腦在教學上的應用，理論上只要能設計出程式，並配合必要的週邊設備，則電腦可做任何我們要它做的事，而如何在教學上發揮其最大的功能，則有待教師們的努力了。

□

## 獲勝的策略

勇清

桌上有三堆棋子，分別為  $a$  粒， $b$  粒， $c$  粒。甲乙兩人約定：兩人輪流取走一些棋子，但每人每次只能自其中任一堆取走任意數量的棋子而且最少需取走一粒，同時，約定取走最後一粒者獲勝。你知道要怎麼做才能獲勝嗎？

這個遊戲是我國古代傳下來的，它可以利用數學來說明。將  $a$ ， $b$ ， $c$  三個整數都以二進位表示如下：

$$a = a_0 2^s + a_1 2^{s-1} + \dots + a_s, a_0, a_1, \dots, a_s = 0 \text{ 或 } 1,$$

$$b = b_0 2^s + b_1 2^{s-1} + \dots + b_s, b_0, b_1, \dots, b_s = 0 \text{ 或 } 1,$$

$$c = c_0 2^s + c_1 2^{s-1} + \dots + c_s, c_0, c_1, \dots, c_s = 0 \text{ 或 } 1,$$

則這個遊戲的策略是這樣的：

(1) 若每個  $a_i + b_i + c_i$ ， $i = 0, 1, \dots, s$ ，都是偶數，則後取者必可獲勝。

(2) 若有一個  $a_i + b_i + c_i$  是一個奇數，則先取者必可獲勝。

這個策略的根據是：當你每次取走一些棋子後，都能保持每個  $a_i + b_i + c_i$  是偶數，則你必可獲勝，因為當每個  $a_i + b_i + c_i$  都是 0 時，這個遊戲就分勝負了。

那麼要怎樣做，才能保持每個  $a_i + b_i + c_i$  都是偶數呢？假設  $a_{i_1} + b_{i_1} + c_{i_1}$ ， $j = 1, 2, \dots, k$ ，為奇數，其中  $i_1 < i_2 < \dots < i_k$ ，而其他的  $a_i + b_i + c_i$  都是偶數。因為  $a_{i_1} + b_{i_1} + c_{i_1}$  不等於 0，故  $a_{i_1}$ ， $b_{i_1}$ ， $c_{i_1}$  中至少有一不為 0，設  $a_{i_1} \neq 0$ ，令

$$A_1 = \{ i \mid a_i + b_i + c_i \text{ 是奇數且 } a_i \neq 0 \},$$

$$A_2 = \{ i \mid a_i + b_i + c_i \text{ 是奇數且 } a_i = 0 \},$$

則只要你取走

$$\sum_{i \in A_1} 2^i - \sum_{i \in A_2} 2^i$$

粒棋子就可以了。

例如，如果輪到你取棋子時，三堆棋子分別是 10，17，5 粒，

$$10 = 8 + 2,$$

$$17 = 16 + 1,$$

$$5 = 4 + 1,$$

因為  $a_i + b_i + c_i$  是奇數的共有  $i = 0, 1, 2, 3$ ，而  $b_0 \neq 0$ ，因此你可以從 17 粒那堆棋子中取走  $16 - 8 - 4 - 2 = 2$  粒即可。