

新嘉量與圓周率

國立台灣師範大學數學系 洪萬生

中國古代數學的發展與度量衡制度的關係至為密切，新嘉量和圓周率就是一個顯著的例證。所謂「新嘉量」是指王莽時代，劉歆用銅鑄造的一個標準量器，現在台北故宮博物院收藏了一具，是我國非常珍貴的國寶之一。

這個銅器是由五種量器組合而成，中央為一個大圓柱體，近下端處有底，底上部是稱作「斛」的量器，底部則為稱作「斗」的量器；左耳為一小圓柱體，底在下端，為稱作「升」的量器；右耳也是一個小圓柱體，底在中央，底上為稱作「合」的量器，底下為稱作「龠」的量器。斛、升、合三種量器開口均朝上，斗、龠二種量器之開口則均朝下，所以“漢志”才用「上三下二，參天兩地」來描述此一銅器的形體。而其各自之容積，也可由其各自之銘文得知：斛量可容十斗，斗量可容十升，升量可容十合，合量可容二龠，而龠量容積則為八百一十立方分。

新嘉量上之斛量刻有銘文如下：「律嘉量斛，方尺而圓其外，庀旁九釐五毫，冥（按即冪，面積也）百六十二寸（按即平方寸），深尺，積千六百二十寸（按即立方寸），容十斗。」清楚地指出斛量這個圓柱體的形式和大小。而所謂「方尺而圓其外」，並不是說其內部為正方形，實際上是先定每邊一尺正方的形狀，然後由此正方形，再畫一個外接圓，這才是真正的嘉量斛內容的

形式。至於李約瑟在其鉅著“中國之科學與文明”卷三認為：「這個標準的量器，是由銅製的圓柱體中，挖空成一個立方形的穴。」則顯然是誤解了「方尺而圓其外」的意義。這個嘉量斛是劉歆仿“周禮攷工記”中的嘉量甬制作的，兩者高度同為一尺，至就底圓半徑而言，則新嘉量斛約為7.166寸，較周禮嘉量甬多長一個庀旁九釐五毫（0.095寸）。把這些數據代入圓柱體的體積公式中，劉歆算出新嘉量斛的體積為一千六百二十立方寸。何以斛量要符合一千六百二十立方寸呢？因為古度量衡制度概以黃鍾律管為基礎，其容積稱為一龠，為八百一十立方分；二龠為一合，十合為一升，十升為一斗，十斗為一斛，也就是一斛恰為一龠的二千倍。

根據圓柱體體積公式，及已知體積、高度及底圓半徑等數據，我們可以推算劉歆的圓周率 π 值當為3.159。劉歆是怎麼算出這個圓周率的，沒有人知道，不過，根據史籍記載，他確是中國古代數學史上研求圓周率的第一人。

已知半徑長，我們就可運用圓規畫圓，但是要想計算圓面積和圓周長，就非得知道圓周率不可。圓周率是圓周長和直徑的比值，我們現在常用的圓周率值是取其小數點後兩位準確的近似值3.14，劉歆的3.159顯然已經準確到小數點後第一位數了。中國古代圓周率近似值的估計史中

，先是劉歆開了端，繼由三國時代的數學家劉徽發明一種科學方法「割圓術」——圓內接正多邊形面積逼近圓面積的方法——來計算圓周率的近似值；到了南北朝時代，再由當時的偉大科學家祖冲之（429—500）把這個近似值推進到小數點後六位數準確：3.141592（事見“隋書律曆志”），遙遙領先其他國家達一千餘年之久，是中國古代數學中極為輝煌的一項成就。

從科技史的角度來看，此項遙遙領先的成就固然值得我們驕傲，可是，更值得注意的，毋寧是數學家劉徽、祖冲之之對其相關的數學理論和方法，所做出的極富原創性的研究工作，在中國數學史上具有非常深刻的意義。倘若我們能夠客觀且理性地掌握這些史實，相信我們對中國古代數學的特質當可更深一層了解。 □

