

住腳的。因為，如果 P_k 中有一個為假，那麼包含一切自然數 n 而言。 P_n 為假的集合 M 必不是空集合。根據整序性的性質， M 必包含一個最小元素 m ，由於 (i)， $m > 1$ 。故 P_m 必假，而 P_{m-1} 真。這就與 (ii) 相矛盾。

6. 數學歸納法的幾種形式：

(a) $\forall n \in N$ ，有一敘述 $P(n)$ ，若滿足下列二條件：

(i) $P(1)$ 為真

(ii) $P(k)$ 為真 $\Rightarrow P(k+1)$ 為真

則 $\forall n \in N$ ， $P(n)$ 恒為真。

(b) $\forall n \in N$ ， $n \geq k$ ，有一敘述 $P(n)$ ，若滿足下列二條件：

(i) $P(k)$ 為真

(ii) $P(m)$ 為真 $\Rightarrow P(m+1)$ 為真， $m \geq k$

則 $\forall n \geq k$ ， $P(n)$ 恒為真。

(c) $\forall n \in N$ ，有一敘述 $P(n)$ ，若能滿足下列二條件：

(i) $P(1), P(2)$ 為真

(ii) $P(k), P(k+1)$ 為真 $\Rightarrow P(k+2)$ 為真。

則 $\forall n \in N$ ， $P(n)$ 恒為真。

例 ① $\forall n \in N \Rightarrow \frac{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n}{2^n \sqrt{5}} \in N$

② $\forall n \in N \Rightarrow \frac{(3+\sqrt{13})^n - (3-\sqrt{13})^n}{2^n \sqrt{13}} \in N$

讀者自證。

(d) $\forall n \in N$ ，有一敘述 $P(n)$ ，若能滿足下列二條件：

(i) $P(1)$ 為真。

(ii) 設 $P(1), P(2), P(3), \dots, P(k)$ 為真 $\Rightarrow P(k+1)$ 為真

則 $\forall n \in N$ ， $P(n)$ 恒為真。 □

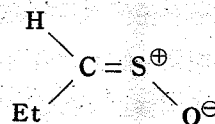
參考資料：

- (一) 基礎數學 (第一冊) 師大科教中心編印
- (二) 教學指引 (第一冊) "
- (三) 數學與逼真推理 田成俠譯
- (四) What is Mathematics ? 吳定遠譯

眼淚的化學

冠儒

切洋蔥時，常常會使人落淚，到底是洋蔥的成分中，那一種會引起流淚的呢？在美國化學協會的期刊 [Journal of American Chemical Society, Vol 101, Page 2200 (1979)] 中曾証明 (Z) — Propanethial S-oxide 即：



是使洋蔥帶來眼淚的原因。 □