

男女性同胞。這樣的教育將不僅對絕大多數非科學畢業生，且對極少數繼續成為科學家的學生也具有價值，正是因為科學家在我們的社會裏能佔住一個有力的地位，所以他們對社會就必須先有一個精確的了解。

在第二次世界大戰後不久，韋納 (Nobert

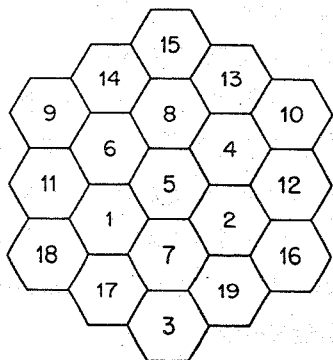
Wiener) 在「原子科學家期刊」中寫了「科學家的地位已從一個獨立的工作者及思想家降落到一個科學工廠中的道德上不負責任的助手」。假如科學家們要免於這個命運，他們也必須受一個更好的教育。 ❧

〔譯自 Physics Education Nov.1978〕

魔術六邊形

勇清

下面這個圖形，是由十九個全等的正六邊形拼合而成的，在這些正六邊形中，適當地填進了由 1 至 19 等正整數，而這些正整數構成了十五個相等的和，這些和是



$$\begin{aligned} 15+13+10 &= 14+8+4+12 = \cdots = 18+17+3 \\ &= 15+14+9 = 13+8+6+11 = \cdots = 16+19+3 \\ &= 9+11+18 = 14+6+1+17 = \cdots = 10+12+16 \\ &= 38, \end{aligned}$$

這個圖形稱為三階魔術六邊形。

1910 年，一位美國的鐵路職員 Clifford Adams，開始進行構建三階魔術六邊形，花了四十七年的時間，他只作出了上面這個，而又不幸把所作的原稿遺失了，只好努力去重拾記憶，幸好在五年後，他找到了遺失的原稿，乃將它寄給 Scientific American 雜誌 Mathematical Games 欄的編輯 Mr. Martin Gardner，Gardner 乃將這份稿件寄給 C.W.Trigg，後

者根據這份原稿而證明了一個令人意外的結果：魔術六邊形必是三階，而三階魔術六邊形只有這一個（此處，我們不考慮一階魔術六邊形，而將這個魔術六邊形旋轉或鏡射所得的魔術六邊形，都視為相同）。

設有一個 n 階魔術六邊形，則拼合這個魔術六邊形所需的正六邊形共有

$$n + (n+1) + \cdots + (2n-1) + \cdots + (n+1) + n = 3n^2 - 3n + 1$$

個。將這些正六邊形填進 $1, 2, \dots, 3n^2 - 3n + 1$ 等 $3n^2 - 3n + 1$ 個數，則有 $3(2n-1)$ 個和相等，這個共同的和 r 等於

$$r = \frac{(3n^2 - 3n + 1)(3n^2 - 3n + 2)}{2(2n-1)}$$

這個不定方程式只有兩組解： $n=1, r=1$ ，以及 $n=3, r=38$ 。後者正是說明魔術六邊形必為三階，而共同的和是 38。至於上述不定方程式之解可求之如下：

$$\begin{aligned} 32r &= \frac{144n^4 - 288n^3 + 288n^2 - 144n + 32}{2n-1} \\ &= 72n^3 - 108n^2 + 90n - 27 + \frac{5}{2n-1}, \end{aligned}$$

因為 $32r$ 及 $72n^3 - 108n^2 + 90n - 27$ 都是整數

，故 $\frac{5}{2n-1}$ 也是整數，因此， $2n-1=1$ 或 5 ，即 $n=1$ 或 3 。 ❧