㈤座位問題

設某俱樂部共有九位會員，每天他們聚在一個圓桌上共吃午餐。他們決定座位每天更換，使得每天每人坐在相隣座位的人均不再重複相隣而坐，則這種坐法最多可以實行多少天？

本問題可用圖形來表示，將九位會員以九個點表示，若二人相隣而坐，則將此對應之二頂點以線連接。如圖27，即表示其中的一種坐法。利用圖形學的理論，可以計算出來這種相異的坐法共有四種，即1 2 3 4 5 6 7 8 9 1，1 3 5 2 7 4 9 6 8 1，1 5 7 3 9 2 8 4 6 1與1 7 9 5 8 3 6 2 4 1。一般而言，若有 $n$ 個人時，則

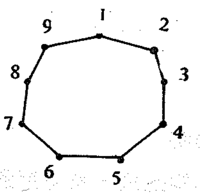


圖 27

此種相異的坐法有 $\frac{n-1}{2}$ 種（當 $n$ 爲奇數時）或 $\frac{n}{2}$ 種（當 $n$ 爲偶數時）。

## 4. 圖形學簡史

Euler 在1736年證明Königsberg 橋樑問題的論文，乃是圖形學的第一篇論文。此後100年，全是一片空白。在1847年，G.R. Kirchhoff 發現了樹的特性，並應用到電機網路上。10年後，A. Cayley爲了研究飽和炭氫化合物 $C_nH_{2n+2}$ 的同分異構物之個數，而發現了計算樹的個數的公式。大約在此時期，圖形學上另外二個重要的里程碑是四色問題和W.R. Hamilton的環遊世界一週問題。在1936年，D. König 將前人及他本人的結果，彙編成書出版，這是圖形學的第一本書。最近 30 年，乃是圖形學大放光彩的時期，尤其是最近10年，有關圖形學的書相繼問世，目前圖形學上的領導人物有C. Berge（法國），P. Erdös（匈牙利），W. Tutte（加拿大）與F. Harary（美國）等等

# 電燈開關的數學

勇清

樓梯間的電燈，通常都是在樓上、樓下各裝一個雙連開關，這樣，在樓下開燈照亮了樓梯，走到樓上後可以把燈關掉，同樣，也可以在樓上開燈，而在樓下關燈。這種開關的裝法是這樣的：樓上與樓下的開關都有上點與下點，兩個上點用電線接起來，稱爲上線；兩個下點也用電線接起來，稱爲下線。

當兩個開關都扳上時，電流從上線通過，電燈就亮了。兩個開關都扳下時，電流從下線通過，電燈也會亮。如果兩個開關一個扳上一個扳下，則不論上線或下線，電流都不通，電燈自然是不亮了。

因此，當電燈不亮時，兩個開關必是一個扳上一個扳下，這時，不論在樓上或樓下扳一下，兩個開關就變成同上或同下，電燈就亮了。再扳一下，兩個開關又變成一上一下，電燈又不亮了。因此，兩個開關就像一個開關那麼方便。

如果我們以 $x=1$ 表示樓上開關扳上，$x=0$ 表示樓上開關扳下；$y=1$ 表示樓下開關扳上，$y=0$ 表示樓下開關扳下；$z=1$ 表示電燈亮，$z=0$ 表示電燈不亮。那麼，$x$，$y$，$z$ 三個變數就會滿足下面這個關係式：

$$z = 2xy - x - y + 1$$
$$= xy + (1-x)(1-y)。$$