

法放風箏，如果他們用跑步方式施放風箏並讓風箏在上昇氣流的上空（例如：柏油路、屋頂上的氣流往往是上昇的）飛翔時，雖然沒有風，亦可放風箏。假使風太大而風箏在空中滾轉時，可設法加長風箏的尾巴，即可穩住。如此，以學生自己的智慧及科學方法的技巧來改善環境的影響，

適應各種不同的環境是科學教育的主要目標之一。在我們從事科學教學時，設法讓我們的學生瞭解並實踐科學過程去下最好的決定，不抱聽天由命的態度而設法控制命運，相信我們的教育成果將更豐碩。 □

用尺規可作那些正多邊形

本社

只用圓規及沒有刻度的直尺，可以作出那些正多邊形？這是一個有趣的問題。遠在希臘時期，正三角形，正方形，正五邊形，以及這些邊數的二倍、四倍、八倍，等等邊數的正多邊形之作圖，就都有正確的方法。其中正五邊形的作圖，乃是使用所謂的黃金分割法。

正七邊形的作圖法，雖然有不少人加以研究過，但是，後來已經被證明是不可能的。

十八世紀末葉時，後來與 Newton 被譽為人類有史以來最偉大的兩位數學家的年輕學生 Gauss (1777—1855)，發現了：當 n 是一個 Fermat 質數的時候，則正 n 邊形可以用尺規作圖。

若一個正整數可以表示成 $2^{2^m} + 1$ 的形式，則稱之為 Fermat 數。若一個 Fermat 數是一個質數，則稱之為 Fermat 質數。

Fermat 數中較小的幾個是：3, 5, 17, 257, 65537，這五個數都是質數。因為如此，而使得 Fermat 有過一個錯誤的臆測，他以為：每一個形如 $2^{2^m} + 1$ 的整數都是質數。這個臆測後來被 Euler 證明是錯誤的，因為 $2^{2^5} + 1$ 是 641 的倍數。事實上，依賴電子計算機的幫助，許多 Fermat 數已被探討過。

就在 Gauss 提出他的發現後不久，Richelot

與 Schwenkenheim 兩人於 1898 年作出了正 257 邊形。更有趣的是：O. Hermes 花了十年的時間，作出了正 65537 邊形，並將該圖裝進一個大盒子裏，收存在德國 Göttingen 大學。

讓我們再回到原來的問題：那些正多邊形可以用尺規作圖呢？這個問題的完整答案可以寫成一個定理：

正 n 邊形 ($n > 2$) 可以用尺規作圖的充要條件是： n 可以表示成 $n = 2^k p_1 p_2 \cdots p_r$ 之形式，其中 k 為非負整數，而 $p_1, p_2, \dots, p_r$ 為相異的 Fermat 質數。

這個定理的證明，需要利用 Galois 理論，本文中當然無法提出。

由於小於 100 的 Fermat 質數只有 3, 5, 與 17 等三個，利用上面的定理，很容易就可知道：邊數不大於 100 而可用尺規作圖的正多邊形只有下列 24 種：

4, 8, 16, 32, 64,
3, 6, 12, 24, 48, 96,
5, 10, 20, 40, 80,
17, 34, 68,
15, 30, 60,
51, 85。

□