

優選法簡介(中)

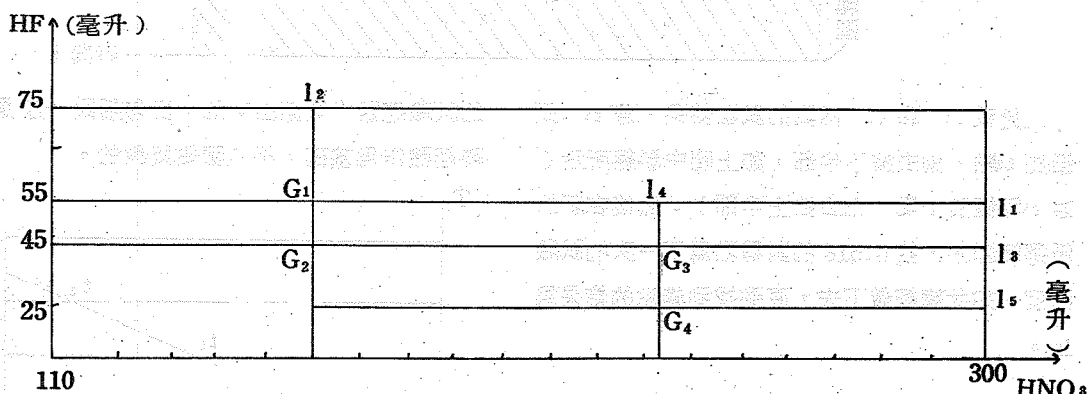
黃敏晃

三、雙因素優選法

(1) 因素輪換法

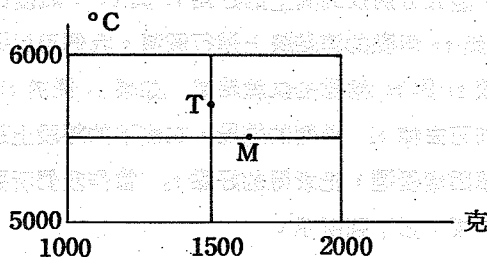
處理雙因素問題，可以先固定一個因素，用單因素優選法找出第二個因素的好點，然後不斷從一個因素的好點出發，繼續尋找另一因素的好點，直到達到要求為止。下面介紹幾種方法。

例1 假定用硝酸與氫氟酸配製一種酸洗液，初步決定硝酸的優選範圍是110到300毫升，氫氟酸的優選範圍是25到75毫升，如下圖所示：



我們可以先將氫氟酸含量固定在範圍25到75之間的0.618處，即55毫升處，然後按單因素的優選法對硝酸含量進行優選，選出好點 G_1 在160毫升處。於是把硝酸含量固定在160毫升，再用單因素優選法對氫氟酸含量進行優選，找到好點 G_2 在45毫升處。 G_2 必然比 G_1 好，所以直線 l_1 以上的部分可去掉。接着又在通過 G_2 的橫線 l_3 上找到好點 G_3 ， G_3 又比 G_2 好，這樣又可以去掉直線 l_2 的左邊部分。如此繼續下去，一直到滿足預定的指標為止。

例2 如下圖所示，假定一個因素是某種物質的含量，其優選範圍為1000到2000克，另一因素是加熱溫度，其優選範圍在5000°C到6000°C。



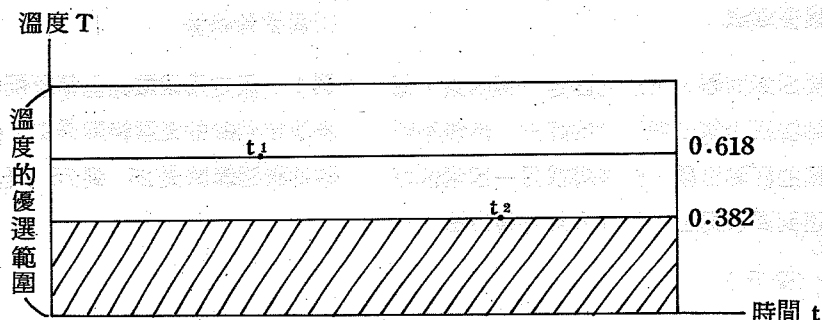
我們可以先把此物質含量固定在其優選範圍

的中點 1500 克處，用單因素優選法求出其好點 T。然後把溫度固定在優選範圍的中點 5500° C 處，用單因素優選法找出好點 M。

比較 M 與 T 兩處的試驗結果，如果 T 點優於 M 點，則去掉下半部（如果 M 點優於 T 點，則去掉上半部），再在剩下的下半部用上法繼續做下去。如此繼續做，直到達到指標為止。

(2) 平行線法

有時我們會碰到，兩個因素中有一個難調，



比較 t_1 和 t_2 兩點的試驗結果，若 t_1 點優於 t_2 點，則去掉下半部，如上圖中斜線所示（若 t_2 點優於 t_1 點，則去掉上半部）。然後在新的優選範圍中，找 0.618 的對稱點為下一次的試驗溫度。如此繼續做下去，直到找到滿意的結果為止。

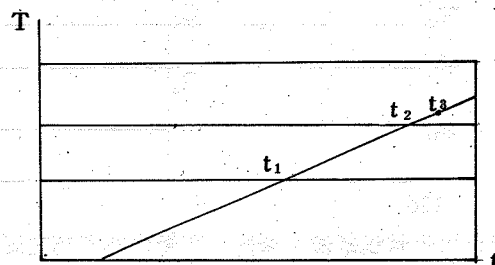
(3) 平行切線法

平行切線法是平行線法的發展，作兩條平行線，並且分別找到其上的好點 t_1 與 t_2 。然後在 t_1 與 t_2 兩點的連結線上進行優選。我們可以選比較 t_1 與 t_2 兩點的試驗結果，如果 t_2 優於 t_1 ，則可去掉 t_1 外側的線段，在剩下的線段上進行單因素優選，把求得的好點 t_3 當作我們所要的結果，如下圖所示。

這裡隱約的假定，此兩因素在有線性關係的配合下，有較好的結果。這種假設，都是由以往

而另一個易調，我們就應採用平行線法。假定兩個因素中，一個是爐溫 T，另一個是時間 t，大家都知道爐溫很難調整，而時間則很容易控制。採用平行線法，我們可以先把溫度固定在其優選範圍的 0.816 處（即把溫度的優選範圍當做由 0 到 1，採用上期中所使用的方法，找出 0.618 點），然後用單因素優選法找出時間的好點 t_1 。再把爐溫固定在其優選範圍的 0.382 處，同樣用單因素優選法找出時間的好點 t_2 ，如下圖所示。

的試驗經驗中覺察出來的，換句話說，還是以實踐經驗作為基礎，不是隨便假設的。



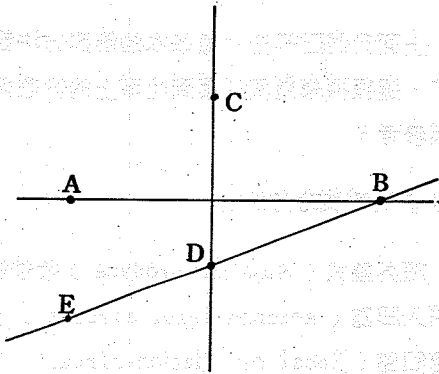
(4) 陡度法

陡度法是從實踐中總結出來的方法，從已有的試驗數據中可以發現，最陡的方向正是尋找最優方案的方向。在這個方向上做試驗能找到最滿意的點。

假定在 A 點做試驗得到的數據是 a，在 B 點做試驗所得的數據是 b，而 $a > b$ ，則由 B 點到 A 點，數據上升的陡度是

$a - b$
(B與A兩點的距離)

如下圖所示，我們在橫線上A、B兩點做了試驗之後，再轉到豎線上C、D兩點做試驗。比較結果後，發現D點特別好，B點特別差。在這種情形下，我們就不在橫豎兩線上再做試驗，而在B點與D點的連結線上，往D點外的方向做試驗，就可找到最滿意的點。



由此可見，對特殊的問題，必須用特殊的方法來解決，用一般方法雖然也能處理這些問題，但沒有特殊方法那樣省時省力。

四、多因素優選法

事情是複雜的，是由各方面的因素決定的，因此多因素的問題才是生活中最常碰到的問題。隨着因素的增多，試驗次數也迅速倍增，為了加快速度，節約人力物力，減少試驗次數，我們應該採取的原則是，集中精力採住主要的，必不可少的，起決定性的因素來進行研究，而暫時放棄那些影響不大的因素。

上文中提到，用酸洗液來腐蝕合金表面的氧化膜的例子，就是一個多因素的問題：硝酸要加多少？氫氟酸加多少？水加多少？什麼溫度？多長時間？要不要攪拌？有6個因素，假定把每個因素的選擇範圍分為10個等級，用普通方法就要做 10^6 次試驗，即一百萬次，即使優選法快得

多，只要千分之一的工作量，也得做上一千次。

假若我們善於抓主要因素，則上述的問題只有兩個因素，即硝酸和氫氟酸，其他因素都可暫時不加考慮。如此，問題就轉化為雙因素的問題了。由此看來，處理多因素的問題時，抓主要因素是不可或缺的手段。

有時，主要的因素不止兩個，而是三個或更多時，怎麼辦呢？我們介紹下面幾種方法。

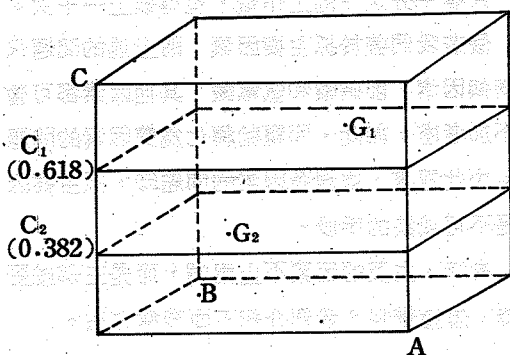
(1) 因素輪換法

解決雙因素的問題時，我們曾經用過這個方法，現在把它用來解決多因素的問題。我們可以把所考慮的因素，編排成先後順序，重要的因素排在前面。用單因素優選法，先對第一因素進行優選，其他因素暫時固定。選出最優點後，就把第一因素固定在優選出來的點上，然後對第二因素進行優選，其他因素仍然保持固定。如此繼續做下去，直到所有因素都優選過為止。

如果所有因素輪完一遍後，結果還不能令人滿意，則可繼續從頭再輪起（此時，第二個以後的因素，都固定在前一遍優選出來的優點上），直到求得滿意的結果為止。

(2) 平行線法

我們曾用平行線法解決雙因素問題，現在把它加以推廣，來解決多因素問題：假定三個因素A、B與C中，C是最難調整的，則我們可以先把因素C固定於 C_1 點（一般都固定於因素C的優選範圍的0.618處，參看上文），然後對因素A與B進行雙因素的優選工作，得到一個好點 G_1 ，於過 C_1 點，而平行於底面的平面上，如下圖所示。再把因素C固定於 C_2 的對稱點（通常是因素C的優選範圍的0.382處），對因素A與B進行雙因素優選，得到一個好點 G_2 ，於過 C_2 點而平行於底面的平面上，如下圖所示。比較 G_1 點與 G_2 點



的試驗結果，如果 G_1 優於 G_2 ，則去掉上圖中長方體的下半部（若 G_2 優於 G_1 ，則去掉上半部），以縮小優選的範圍。

對於更多因素的問題，我們也可以用類似方法來加以處理，但已經不能用幾何圖形表示了。

(3) 盲人爬山法

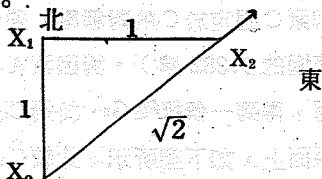
假設有個盲人在山上某點，想要爬到山頂，於是從立足點，用明杖向前、後、左、右試探，那個地方高就往那個地方走，如果不高就退回來，換個方向再走。總之，高了就走一步，如此一步步的走，就能爬上山頂。做試驗時，那個方向繪出的效果高，就往那個方向繼續做試驗，這樣的方法叫做盲人爬山法。

有時，我們可以把此法與陡度法結合起來，如下圖所示，經過向北走一步，再向東走一步之後，我們得到三個數據 X_0 、 X_1 與 X_2 ，於是可求出

由 X_0 到 X_1 的陡度是 $X_1 - X_0 = a_1$

由 X_2 到 X_0 的陡度是 $\frac{X_2 - X_0}{\sqrt{2}} = a_2$

如果 $a_2 > a_1$ ，則我們可以在 $\overrightarrow{X_0 X_2}$ 的方向上走上一段（若 $a_2 < a_1$ ，則往 $\overrightarrow{X_0 X_1}$ 的方向），看看結果如何。



盲人爬山法適用於生產正在進行，因此不宜於作大幅度調整因素的情況。

多因素優選法由於因素多，同時涉及的問題也比較複雜，目前世界上流行着各種各樣的處理方法，名堂很多，可以說是五花八門，使人看起來眼花撩亂。其實，有許多方法雖名堂不同，實質却是一樣。因此，我們必須加以分析、研討。

五、優選法實例

上面我們已經把幾種基本的優選方法都介紹過了，這裡再舉幾個應用到生產上的實際例子，以供參考。

(1) 收音機統調點的優選

超外差式 (Superheterodyne) 收音機的天線輸入回路 (antenna input circuit) 與本機振盪回路 (local oscillation circuit) 的調試，一般都採取三點統調 (tracking)，或叫做三點跟踪，對中波段來說是在 600, 1000, 1500 千赫 (KHz) 這三點。其中 600KHz 的同步主要靠調整磁性天線 (ferrite rod antenna) 線圈，1500KHz 的同步主要靠調整輸入回路的補償電容器 (trimmer capacitor)。在流水作業式的大批生產中，由於元件的誤差不一致，另外振盪回路的墊整電容器 (padding capacitor) 一般都採用固定不可調的，所以雖經上述調整之後，1000KHz 處往往未必同步。因此在生產上，對收音機的統調有下列兩種實際調法：

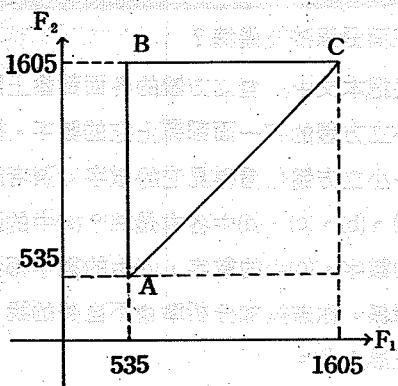
甲、三點統調法 (600, 1000, 1500KHz)：調整輸入回路的補償電容器，用來保證 1000KHz 的同步，從而保證該點的選擇性 (selectivity)，若碰到 1500KHz 處失諧而靈敏度 (sensitivity) 變劣時，就採取犧牲 600KHz 同步的方式，來遷就 1500KHz，以求得高低靈敏度相對的均勻，但這樣往往要來回調試兩三次才能完成，工

作效率甚低。

乙、兩點統調法 (600, 1000KHz) : 此法可一次調準, 效率是提高了, 靈敏度也能滿足要求 (不劣於 1 MV/M), 但 1200KHz 以上的高端靈敏度較低, 使整個覆蓋範圍內的靈敏度不均勻。

按照理論上的計算應該是三點統調, 但生產上往往採取兩點統調法, 這樣就有必要對兩點統調的統調點重新選擇, 我們通過優選法來選擇最佳的統調點。

假設要選取的兩個統調頻率為 F_1 和 F_2 , 並且 $535\text{KHz} \leq F_1 < F_2 \leq 1605\text{KHz}$, 這是一個雙因素的問題。如下圖所示, 由於 $F_1 < F_2$, 優選範圍應為 $\triangle ABC$ (不包含 AC)。



試驗時, 以靈敏度為主要的鑒別指標, 也就是測 600, 700, …… 1600KHz (每隔 100KHz 抽測一個頻率) 等處的收音機靈敏度以及同步, 或失調的情況, 作為鑒別指標。

先固定 $F_1 = 600\text{KHz}$, 對 F_2 進行單因素優選, 在 $\triangle ABC$ 中, 當 $F_1 = 600\text{KHz}$ 時, F_2 的變化範圍是 600 ~ 1605KHz ($F_1 < F_2$), 故第一個試驗頻率為:

$$600 + (1605 - 600) \times 0.618 \\ \approx 1200\text{KHz} \text{ (略去尾數)}$$

第二個試驗頻率為

$$600 + 1605 - 1200 \approx 1000\text{KHz}$$

比較 (600, 1200) 和 (600, 1000), 按收音機的實測效果, 前者比後者好, 因此捨去 1000KHz 以下的頻率, 再找 F_2 的第三個試驗頻率:

$$1000 + 1605 - 1200 \approx 1400\text{KHz}$$

比較 (600, 1400) 和 (600, 1200), 還是後者好。 F_2 的優選就可暫時到此停止。

下一步固定 $F_2 = 1200\text{KHz}$, 對 F_1 進行優選。在 $\triangle ABC$ 中, 當 $F_2 = 1200$ 時, F_1 的變化範圍是 535 ~ 1200KHz ($F_1 < F_2$), F_1 的第一個試驗頻率

$$535 + (1200 - 535) \times 0.618 = 945\text{KHz}$$

但 945 和 1200 太接近了, 顯然不好, 不用試驗就可去掉。 F_1 的第二個試驗頻率為

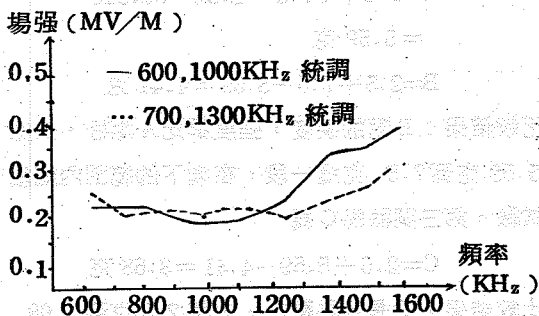
$$535 + 1200 - 945 \approx 800\text{KHz}$$

比較統調點 (800, 1200) 和 (600, 1200), 結果前者較好。

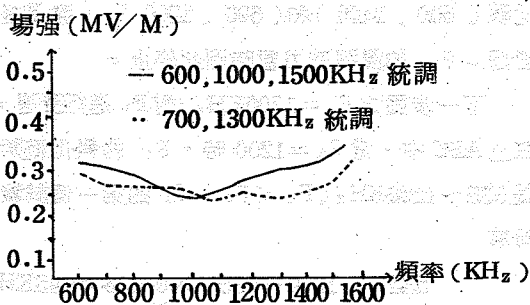
為了獲得更好的統調點, 在 $F_1 = 800\text{KHz}$, $F_2 = 1200\text{KHz}$ 附近來回變動 100KHz, 看看是否還能提高。於是又做了下列各統調點的試驗

(800, 1100), (700, 1200), (700, 1300), 結果以 (700, 1300) 為最好。於是我們就選定了這點為統調點。

後來在數量較多的收音機上, 分別按原來的統調點 (600, 1000) 和優選統調點 (700, 1300) 進行比較, 對比的指標除原來的整個覆蓋範圍內靈敏度的均勻性外, 還加上 1000KHz 處的選擇性的對比, 靈敏度曲線如下圖所示。



後來再對一批收音機，分別按兩點統調（用優選的統調點和三點統調（過去認為較好的統調法）進行比較，對比的指標如上段所述，得到靈敏度曲線如下圖所示



以上結果表明，使用優選的兩點統調比原來的統調法有所改進，頻率高端 1200 ~ 1600 KHz 一段的靈敏度更有大幅度的提高。

(2) 粉末冶金滾珠軸承配方的優選

粉末冶金壓製軸承具有許多優點，如工藝簡單，少切削，材料利用率高，耐磨性能好，節省鋼材，成本低等。原配方用八種原料：硼鐵、銅粉、錳鐵、稀土合金、二硫化鉬、石墨、機油和鐵粉。我們採用優選法改進配方。

由於因素多，所以必須找出主要因素，經過分析研究，認為硼鐵是起決定作用的。於是對硼鐵進行單因素的優選。僅試驗五次，就找到硼鐵的較好用量，優選過程如下（以混合料 500 克計算）硼鐵用量範圍為 2.5 ~ 7.5 克，第一試驗點 A 與第二試驗點 B 為

$$A = 2.5 + (7.5 - 2.5) \times 0.618 \\ = 5.59 \text{ 克}$$

$$B = 2.5 + 7.5 - 5.59 = 4.41 \text{ 克}$$

比較結果：B 點的硬度，強度都比 A 點好，去掉 5.59 克到 7.5 克這一段，在剩下的範圍內繼續試驗。第三試驗點 C 為

$$C = 2.5 + 5.59 - 4.41 = 3.68 \text{ 克}$$

比較結果，還是 B 點較好，去掉 2.5 克到 3.68

克這一段；繼續試驗。第四試驗點 D 為

$$D = 3.68 + 5.59 - 4.41 \\ = 4.86 \text{ 克}$$

比較結果，D 點比 B 點好。去掉 3.68 克到 4.41 克這一段。第五試驗點 E 為

$$E = 4.41 + 5.59 - 4.86 = 5.14 \text{ 克}$$

比較結果，E 點比 D 點好，壓製出來的軸承符合要求，定為好點。

在這個基礎上，又對石墨用量進行優選，經過四次試驗，選定石墨用量為 1.3 % 最好。用這個配比壓製的滾珠軸承，機械性能（硬度及壓潰負荷）都有顯著的提高。

（下期續完）

（上接第 44 頁）

(d) 三面是黑的有幾塊？

如果把本文中的魔立方體的各面都塗上黑色，而各小立方體的每一面都標上它的數字，換言之，每一小立方體仍看得見它的數字。讀者試加計算，(a)、(b)、(c)、(d) 中各有幾塊？(a) 中的數字，(b) 中的數字，(c) 中的數字，(d) 中的數字都各與 14 有點關係，你若試加分析準會不自覺的說“嗨！真有意思！”。

“魔立方體”中問題之答案：

(a) 一塊；(b) 六塊；(c) 十二塊；(d) 八塊。

(a) 14。

(b) 1、27；21、7；25、3；六個數之和是

$$84 = 6 \times 14。$$

(c) 17、24、11、4；15、26、13、2；5、12、23、16；

這十二個數依其相關位置分為三組，每組中四數之和都是 $56 = 4 \times 14$ ，而每組中又各有二數之和為 28。

(d) 19、9；8、20；10、18；6、22；

這八個數分成對角的四組，每組中二數之和都是 $28 = 2 \times 14$ 。