

行為目標與數學教學

——一個仔細完整的解釋

甯自強

一、引言

教學目標如：

培養學生對「函數」「空間」的直觀概念。

是以往數學教師撰寫教學目標的一般形式，目前仍然有很多人沿用此一方法。憑心而論，此種敘寫方式仍然可以成為教學上的一種指引。但以現在講求績效（accountability）的社會而言，很容易的產生了一個問題：到底學生被培養了「空間」「函數」的直觀概念沒有？答案顯而易見的是「不知道！」。其次，「函數」和「空間」的直觀概念很難說到什麼層次才算完全具有，究竟要培養學生到什麼層次才算是已經培養了呢？「也是不知道！」。再者，我們可以發現所謂的「培養」此一動詞，很不容易說是學生培養自己，一般而言都是老師培養學生，很容易變成是老師在學，不是學生在學！而且，「培養」這個字眼是什麼呢？是老師在台上唸經？或是丟本書給學生，考不出來就打？這個字眼是個只能意會，並不具體的動詞。

由於有上述疑問的產生，1950年美國史肯納（Skinner）等行為主義派的教育人士也提出所謂「行為目標」來代替傳統的教學目標，最先提出敘寫方法的是梅格（Mager）博士，當時一時蔚為風氣，編出了很多編序教材（Programmed Curriculum），都是採用行為目標的。一般敘寫行為目標大多參考布魯姆（Bloom）等所編的教育目標分類學（Taxonomy of Educational Objectives）。教育目標分類學分為三大領域：

(1)認知領域（Cognitive Domain），(2)情意領域（Affective Domain），(3)技能領域（Psychomotor Domain）。由於數學教學多屬知識方面的結果，故本文談論及舉例均以認知領域部份為限。

二、敘寫行為目標

一則教學行為目標所出現的字句第一個字一定是「能」，這個「能」字是「使學生能」的縮寫；緊接著「能」的一定是一個「行為動詞」（Behavior Verb）（所謂行為，就是具體可見的）；在「行為動詞」之後的則是一項「學習結果」。如：

能演算解答一元二次方程式的應用問題。中的「演算」便是一個行為動詞，「解答一元二次方程式的應用問題」便是一項學習結果。有時一則教學行為目標為了更詳細具體的說明教學目標也可寫成：

能應用公式法解答一元二次方程式的應用問題。

這則行為目標的行為動詞仍然是「應用」，而「用公式法解答一元二次方程式的應用問題」則為一學習結果；對於整則行為目標而言，並未脫離其原則，只是更詳細些。

為了更簡便起見，有些人把「能」字也省略掉了，這對行為目標而言並沒有什麼妨礙，只要教師們能記住在行為目標的第一項原則是以學生為中心就可以了。

假設在教一元二次方程式的根與係數關係時，你看到了兩個教案上面的教學目標各如下列，

請你判別何者為行為目標：

- (1) 了解根與係數的關係。
- (2) 說明根與係數的關係。

在上面(2)是正確的。如果你選了(1)，請你仔細的判斷究竟「了解」是否為一行為動詞，「了解」通常是一種內省的行為，並非具體可見的。而「說出」却是可以聽到的，十分具體。下面我們再舉一例，請你再選擇。

- (1) 認識一元二次方程式的各項係數。
- (2) 指出一元二次方程式的各項係數。

正確的答案是(2)。這上面強調的是要以「行為動詞」敘寫教學目標。

敘寫教學行為目標由上面的例子而言，可知敘寫的都是教學結果。一般而言，每一則目標只寫一種教學結果，盡量避免多種較好。如果結果較多，可以將其分列成數則行為目標。

這樣的說明，也許有的人會認為照此種行為目標的敘寫方式而言，豈不違背了「基本概念的了解」此一數學教學原則了嗎？(註一)此外平時常接觸教案的教師們也會提出另一個疑問：如果行為目標的敘寫法既是如此，那麼教案上為什麼又要分一般目標和具體目標呢？我們將在下面回答此一問題。

一般目標和具體目標的差異如同集合和它的子集合一樣，將一般目標予以分割後就是具體目標，將具體目標予以合併後可成一個一般目標。欲證實一般目標的達成，必須透過具體目標來完成。通常一般目標可以比較籠統些，稍不具體些，但若寫出稍不具體之一般目標，必須再將其分成一些具體目標來加以補充。一般目標在教學上而言，是那種學生大多只能達成部份的目標，而具體目標在教學上被視為最低條件，即要求學生全體均須能達成者。在敘寫行為目標時，一般把「基本概念的了解」寫在一般目標內，而用具體目標來檢驗。例如：

1. 能使用根與係數概念解答相關問題。
 - 1.1 能使用根與係數關係辨別所求之根是否正確。

- 1.2 能使用根與係數關係及已知之二根造出原一元二次方程式。
- 1.3 能由一元二次方程式求出其判別式之值。
- 1.4 能由判別式判斷一元二次方程式根的性質。

由上面的例子首先可以看出所謂的一般目標，其範圍較大，同時亦非每一個學生均能達成的；而且也代表了所謂的基本概念。再比較 1.1 到 1.4 可以知道每一項都是了解根與係數概念的證驗行為。一般而言我們在條列一般目標後，把用來證驗的具體目標都加上與其相關的標號。如一個具體目標之標號為 2.3 則此具體目標就是用來證驗第 2 個一般目標的第 3 個具體目標。

在敘寫教案時，教師把教材研讀之後提出教材大綱來，由此大綱先寫成一般目標。再根據一般目標敘寫出具體行為目標，再依照具體行為目標擬定教學活動。往往寫成教學活動之後有時會發現原本的一般目標及具體目標不能涵蓋全部教學活動，此時可將一般目標及具體目標加以補充或修正。在選擇一般目標時除了須注意其目的是在列出一些較大的目標，而不是一些細節上的具體目標外，亦須注意下列各點：

1. 每一目標由一行為動詞開始。
2. 以學生表現的行為來敘寫每一目標。
3. 一項只包含一個學習結果。
4. 敘寫時的廣泛程度要視教材份量及教學時間而異。

在說明一般目標和具體目標的敘寫方法之後，我們將提出如何選擇合適的目標？在選擇目標時，我們通常考慮下列問題：

- (1) 目標是否符合所教教材的重點？
- (2) 目標是否學生能夠達成？
- (3) 目標是否合乎課程標準的總目標？
- (4) 目標是否合乎基本的教學原理？

上述的第一個問題通常由現用教材加以逐課研讀後就可以掌握了。第二個問題須視教師對自己本班學生的瞭解程度和對一般學生的認知方式的知

識底瞭解程度才能很正確的加以判斷。第三個問題只要把課程標準看一看就可以了。第四個問題則須視教學的八大原則底應用是否熟練。

一些行為目標的舉例，由於數學教學目標，多為認知領域，行為動詞的舉例方便起見，我們將略述何謂認知領域，所謂認知領域主要包含六個層次：(1)知識 (Knowledge)，(2)了解 (Comprehension)，(3)應用 (Application)，(4)分析 (Analysis)，(5)綜合 (Synthesis)，(6)評鑑 (Evaluation)。這六個層次中「知識」是指記憶學過的教材而言。「了解」是能把握學過的材料的意義，此類行為一般表現於解釋方面的行為。「應用」是能將已學習過的材料應用於新的情境，此類行為包含定理、概念的應用。「分析」是指能將已學習的材料分解成相互統屬的系統而言，此類行為為將全體細分為部份並指出其各部份的關係；具體言之指出一項定理證明推理上的謬誤即為一種分析能力。「綜合」是將部份能拼湊成全體。此項能力側重於創造性行為及歸納材料。「評鑑」指在特定標準下評斷所學材料的價值。此類行為在數學教學上多表現在對問題解法的比較能力及正確性的判斷上。

依照上述的各層次的意義，下面是一些可供參考的一般目標及行為動詞的舉例，這些例子並不代表全部，讀者可以自行發現更多。

表一 認知領域各層次一般目標及行為動詞舉例表

層次	一般目標	具體目標 (動詞)
知識	知道……方法 知道……定理 知道……名詞	說明、指出、指明 標出、選擇、寫出
了解	解釋……做法 解釋……定理 預測……	區分、舉例說明、說明、解釋、辨別、估計
應用	解答……應用問題 應用……方法計算 製作……圖表	計算、解答、使用 運用、預估、換算
分析	指出……關係 指出……正誤	圖示、細例、舉例說明、猜測、選擇、檢

	分析……要素	查
綜合	提出……重點 歸納……方法 整理……提出報告	證明、結論、歸納 組合、整理成表、 說出
評鑑	判斷……正確性 比較……優劣 驗證……	比較、結論、檢討 證明、闡釋、總結

上面所舉的例子中行為動詞多有重覆，其原因在於雖然動詞是相同的，但是所表現的學習結果層次不盡相同，故而雖重覆，亦不矛盾。

最後再特別強調的是，高層次的目標可能難以列出具體目標，唯一可行的方式是多方列出可能的具體學習結果，再觀察反應，自行修訂。

三、根據行為目標敘寫教案

行為目標的精神除了是以具體的行為檢查教學結果外，最重要的是以學生為中心，筆者看過很多教案，特別是使用行為目標寫的。從目標本身的敘寫而言，絲毫沒有話說；可是再就教學活動而言，却發現大多數的教案是以教師為中心的教學活動，這種教案敘寫方式根本就失去了以行為目標協助教學的意義，正是所謂的換湯不換藥。筆者特別要指出的，就是基於此一原因，所以大多數的數學老師甚至一般其他各科老師認為沒有必要使用行為目標敘寫教案。

通常一項教學設計，大多包含兩種不同層次的教學目標，一種是要求全班每個人都能做到的，這種屬於進一步學習的基礎部份稱之為最低要頂層次 (Minimum essentials level)。另一種則是希望某些有發展性的學生能盡量發展的目標，稱之為發展層次 (Development level)。一個稱職的數學教師對這兩種層次的目標均不應該偏廢。對前者而言的目標多屬認知領域中的知識、了解及應用三部份，後者多屬於分析、綜合和評鑑部份。這兩種層次的教學重心、目標與教學的關係、目標與評量的關係以及學生成就行為的標準均不相同。

在最低要項層次之中，行為目標、教學和評量所成的關係是一對一的。這個部份的教學是以每一個具體目標為基準，作具體行為的教學，教學之後依據具體目標在課堂上作立即評量（formative evaluation），全班評量皆通過後才再進行下一目標的教學（有時全班無法均通過，教師須視實際狀況重教或竟是把一小部份同學暫時捨棄，逕行進行下一目標教學，等待下課後再個別輔導這一部份同學）。由於目標層次較具體，所以學生成就行為表現的標準在此一層次易於用主觀具體規定。像這種方式就是編序教學（Programmed instruction）所採用的方法。

由於發展層次中較允許「教」與「學」的開放性試探，係屬於較高層次的概念教學，學生限於天賦無法人人均達成此類目標。所以教學時當以一般目標為基準向全班學生施教。又由於一般目標的廣泛性，所以評量時需以細列的具體目標作為代表來檢驗，此種評量沒有必要作立即評量，同時評量的結果亦只為相對性的成就而已，其最高成就（Maximum Achievement）較難訂定。

為更明白的指出兩種層次的不同，我們將其列成如下的表二：

表二 最低要求層次，發展層次差異比較表

	最低要求層次	發展層次
教學要求	每個人都要會	鼓勵學生儘量發展
施教基準	具體行為目標	一般行為目標
評 量	①與目標教學為一對一。 ②立即評量，如果失敗立即重教。	①以具體目標代表評量，多對一。 ②不須立即評量。
成就行為	主觀、具體、有最低標準。	相對的，無最高成就的明顯界定。

四、一個以行為目標設計的教學活動的例子

- (一) 單元名稱：一元二次方程式的根的公式。
- (二) 教材來源：國中數學課本第四冊，頁70至73。
- (三) 教學時間：35分鐘。
- (四) 教學方法：講述、問答。
- (五) 單元目標：

1. 能用公式法解一元二次方程式。
 - 1.1 能說出一元二次方程式的一般形式。
 - 1.2 能舉例說明一元二次方程式一般形式的各項係數。
 - 1.3 能寫出一元二次方程式一般形式的根的公式。
 - 1.4 能應用一元二次方程式的根的公式求出一元二次方程式的根。
2. 能證驗一元二次方程式的根的公式。
 - 2.1 能使用配方法證明一元二次方程式的根。

(六) 教學活動：

O：目標。 T：教師。 S：學生。 E：評量
~~~~~開 始~~~~~

T：各位同學，前些日子我們已經討論過一元二次方程式的解法，那一位能告訴我，我們已經學會了那兩種？

S：一種因式分解法，一種配方法。

T：很好！今天我們將討論第三種方法，一種更快更容易的方法，它的名字叫做公式法，相信大家都能輕而易舉的學會它。注意！我們立刻就要開始了。

#### 0-1.1，1.2

T：那一位舉一個二次方程式的例子給我們好嗎？

S： $3x^2 - 2x + 7 = 0$ （T在黑板上寫下！）

T：很好！請問！它的二次項係數是什麼？

S：3

T：是不是已知的？

S：是！

T：一次項係數呢？是不是已知的呢？

S：-2，也是已知的。

T：常數項呢？

S：7，也是已知的。

T：很好！有一個問題，已知的係數用文字數代替的話，我們通常使用那些？

S： $a, b, c$ 。

T：這方程式的三個係數都不一樣，所以我們代替的文字數應該也不一樣是不是呢？

S：是的。

(T在黑板上對齊 $3x^2 - 2x + 7 = 0$ 寫下 $ax^2 + bx + c = 0$ )

T：這時我的 $a$ 是什麼？ $b$ 是什麼？ $c$ 是什麼？

S： $a = 3, b = -2, c = 7$

(T在黑板上對齊 $ax^2 + bx + c = 0$ ，寫下 $5x^2 + 6x - 4 = 0$ )

T：如果 $ax^2 + bx + c = 0$ 代替 $5x^2 + 6x - 4 = 0$ 可不可以？

S：可以。

T：這時的 $a, b, c$ 各是什麼呢？

S： $a = 5, b = 6, c = -4$

T：很好！(T再舉一例說明 $a$ 可永遠大於0)  
<此處略>

T：現在我們就把 $ax^2 + bx + c = 0$ 當做所有的一元二次方程式吧！這一種就叫做一般形式！我們做一些問題。

(T在黑板上寫下數道類題，請數位同學上黑板演習，此時T巡視行間，指正S的錯誤E-1.2，E-1.1)

(T在黑板上檢討作法。)

(以上約10分鐘。)

## 0-2

(T在黑板上使用配方法解 $ax^2 + bx + c = 0$ 之二根，同時說明每一步驟。)

(以上約5分鐘。)

## 0-1.3

T：所以 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 及

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ 就是 } ax^2 + bx + c =$$

0的二根， $a$ 是 $x^2$ 項的係數， $b$ 是 $x$ 項的係數， $c$ 是常數項的係數。現在讓我們把這兩個根唸一遍！

(S跟T唸……)。

T：現在我們閉上眼睛唸一遍！(S：……)

T：默唸一遍！(T在黑板上將兩根擦掉！)

T：現在我們把它們默寫出來！

(T巡視行間，查看學生默寫的情形，E-1.3)

(T在黑板上請S唸出兩根的公式。)

(以上5分鐘)

## 0-1.4

T： $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 是 $ax^2 + bx + c = 0$ 的

二根，此時 $a, b, c$ 各是 $x^2, x$ ，及常數項的係數，因為一個一元二次方程式都可用 $ax^2 + bx + c = 0$ 來代替，我們既然求出它的一般解，便可以利用它來解所有的一元二次方程式。現在我們舉一個例子來看。

(T在黑板上演算例1，說明寫解法的步驟！)

(T在黑板上演算例2時，一邊詢問如何寫，一邊算！)

(T在黑板上演算例3時，請同學指揮他寫！)

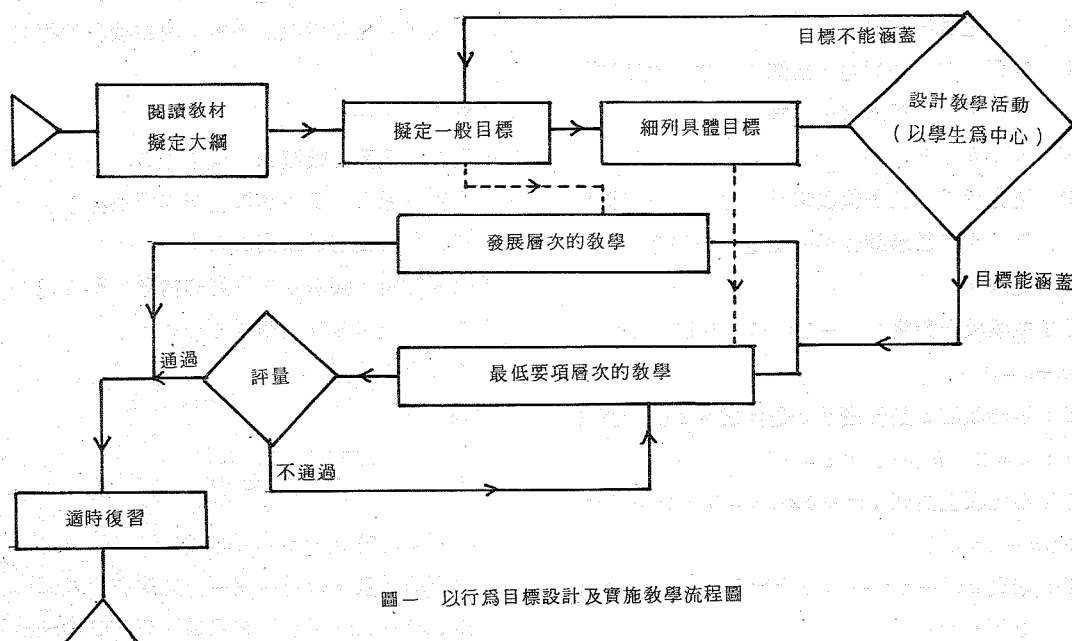
T：好！如果沒有疑問，我請兩位同學上台做题，請其餘同學在自己的簿子上做！

(T指定問題和演習的同學後，巡視行間，看S的做法，適時加以指正。E-1.4)

(T在黑板上檢討所做之解答！)(約15分鐘)

~~~~~完！~~~~~

在上面這個短教案的例子中要說明的是(0-1.1, 1.2, 1.3, 1.4 均為最低要項層次，所以立刻有E-1.1, 1.2, 1.3, 1.4。而0-2是發展層次的目標，所以以一般目標直接向全班教學，同時亦沒有在課堂上評量。這個短教案的另一優點則是全部教學活動是以學生為中心，即使在0-2部份亦強調學生的了解，並未失去行為目標的本意。再使讀者更清晰的瞭解以行為目



圖一 以行為目標設計及實施教學流程圖

標設計教學活動，我們看圖一。

五、以行為目標處理作業

作業除了可以使學生熟練所學的教材之外，另外一項功能是教師可自批改作業中發現教學的得失，以便採取補救教學。使用行為目標處理作業的方式，分成下列幾個步驟：(1)區分教科書中各習題所屬之目標。(2)調整作業比較各目標之重要程度和教科書中提供之作業份量，如係最低要項層次部份而份量不足的，應予增列，太多的則予刪減發展層次部份亦同。有目標而無作業則須補充。(此亦為避免坊間參考書作祟之一良方)。(3)提示作業，交學生習作。(4)批改作業，統計各題作業的正誤率，尋出教學未完成之目標。(5)就未完成之目標實施補救教學：如係最低要項層次則須再行提示作業，如為發展層次，視實際教學時間而定。上述各步驟可繪成流程圖如圖二。

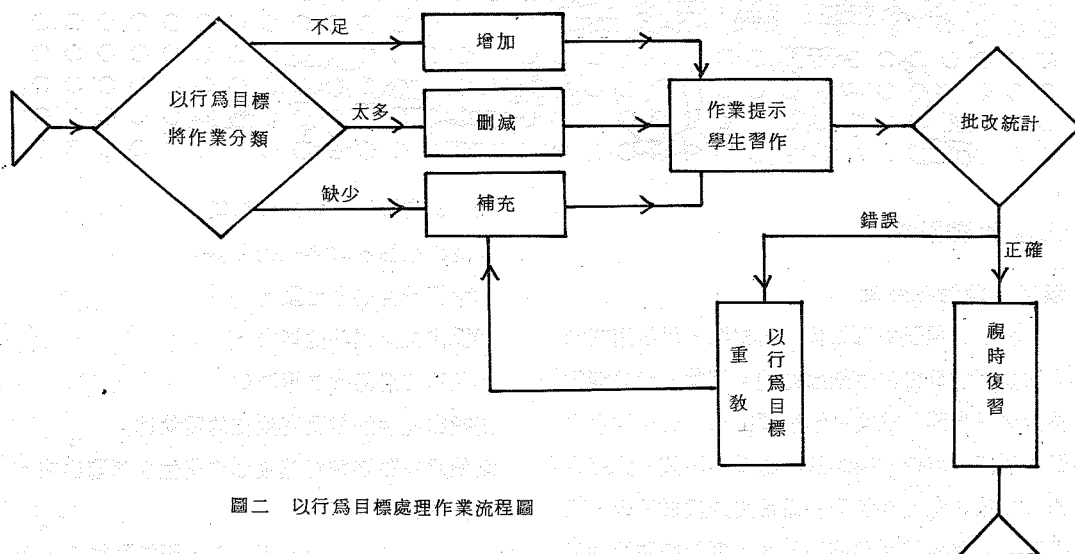
由於此流程圖可以看出如果使用行為目標來處理作業，一方面可以避免學生不必要的負擔，

再方面亦可以補正教科書在習題處理上的缺失，同時對於須要重教的部份可以很準確的找出，避免浪費教師的心力，此為使用舊式教學目標敘寫法所遠不能及的優點。

六、以行為目標編製測驗

測驗與評量不同於測驗多具有表面形式，目前各學校常使用的測驗多為教師自編測驗。測驗一方面是探求學生的學習成就，另一方面亦為改進教學之依據。通常教師自編測驗常容易失之過偏（大學聯招常因此而挨罵！），未必能代表教學之重點，為避免此一缺失，使用行為目標為基準編製測驗為一可行之方式。

用行為目標編製測驗，首先須列出教材大綱。其次利用此一大綱中的一般目標及命題數量擬定一表格。此一編製表（稱為命題雙向表），亦代表數學重點所在，目標較重的部分，題目就多分配一些。下面例子是以國中數學第四冊第三章為範圍所做的一個編製表。



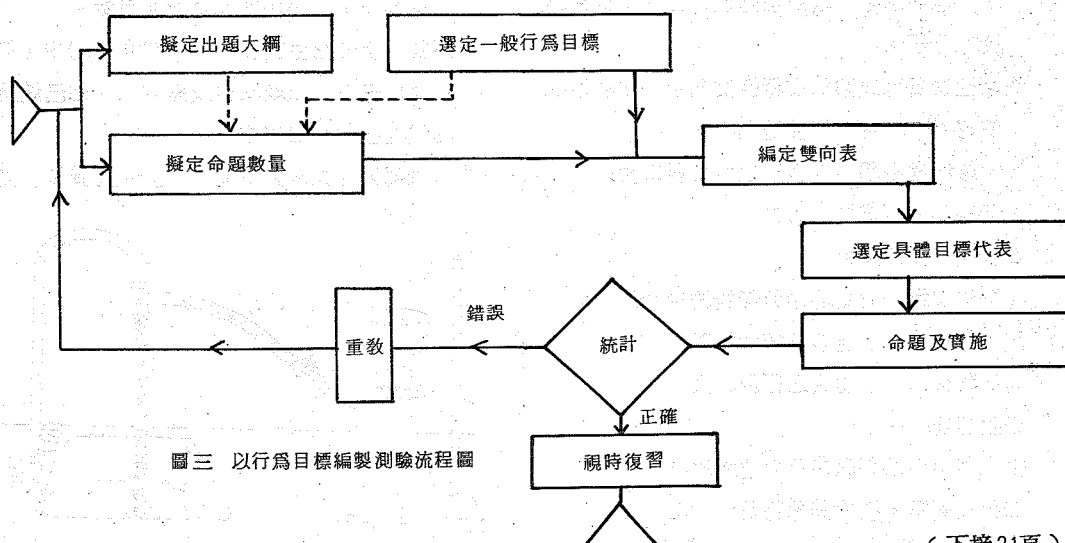
圖二 以行為目標處理作業流程圖

表三 命題雙方表例：

| | ①
選擇 | ②
填充 | ③
計算 | ④
應用題 |
|----------------------|---------|---------|---------|----------|
| 1. 能用配方法解一元二次方程式的根 | 1 | 1 | 1 | |
| 2. 能計算實數的平方根 | 1 | 1 | 1 | |
| 3. 能說出複數的一般形式 | 1 | 1 | | |
| 4. 能應用公式法解一元二次方程式的根 | 1 | 1 | 1 | |
| 5. 能利用判別式判別一元二次方程式的根 | | 1 | 1 | |
| 6. 能使用一元二次方程式概念解應用問題 | 1 | 1 | | 1 |
| 總題數 | 5 | 6 | 4 | 1 |

左列表表中，假定每一個選擇 3 分，填充 5 分，計算 10 分，應用題 15 分，則各目標依次所佔的分數比例為 18 : 18 : 8 : 18 : 15 : 23。就分數的分配而言可見此教師側重於解應用問題此一目標。複數的一般形式和判別式的使用由於在三年級教材尚有，所以目前不予加重。由全表可知問題的分佈相當均勻。

在分配好命題數之後，可就此一般目標擇一具體目標為代表，再就此一具體目標擇一主題草擬題目，草擬題目時的難易程度則視其所屬題類和目標層次決定之。同時此題目亦必須能明白顯



圖三 以行為目標編製測驗流程圖

(下接31頁)

| 第一堆 | 第二堆 | 第三堆 |
|-----|-----|-----|
| 2 | 2 | ? |
| 2 | 3 | ? |
| 2 | 4 | ? |
| 2 | 5 | ? |

這樣得到的一大堆的資料，可以放在下列的大表中（只要填對角線之上，為什麼？），以資查看

第二堆的棋子數

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | |
| 1 | | 1 | 3 | 2 | | | | | |
| 2 | | | 0 | 1 | | | | | |
| 3 | | | | 0 | | | | | |
| 4 | | | | | 0 | | | | |
| 5 | | | | | | 0 | | | |
| 6 | | | | | | | 0 | | |
| 7 | | | | | | | | 0 | |
| 8 | | | | | | | | | 0 |

在上面的表格中，橫列對應第一堆的棋子數，直行則對應於第二堆的棋子數。譬如說，若第一堆的棋子數為2，第二堆的棋子數為3，第三堆的棋子數應為多少才是必勝型態？則可查第三列第四行，所以第三堆的棋子數應為1。

填滿上表之後，他們就可以看出許多規律，這些規律又可幫助他們研究進一步的結果（如四堆棋子數目都不為0的情形，或更一般的結果）。

這些結果當然不是新的，這種幼兒式的研究的目的也不是要教學生如何於特定的遊戲中取勝。譬如說，把勝負的規定變成「取最後第四個棋子的人勝」，上述的結果就沒用了。

重要的事情是，透過這些活動這些過程，學生學到如何解決問題的原理原則，學到如何學習。尤其是在義務教育中，我們希望學生不是被強迫來上學，而是高高興興的來學習。

如果學生學到了這些，不管他幾年後需要什麼新的知識，他都有辦法學到，甚至於把新知識創造出來！

我認為這就是數學教育的要義，也是人類所有教育的終極目標。〔全文完〕

〔譯者現職：國立臺灣大學數學系教授〕

（上接41頁，行為目標與數學教學～一個仔細完整的解釋～）

示出預期完成的學習結果。

測驗編製完成後，加以實施及批改，批改後教師仍可統計錯誤的比率，並就此比率衡量教學的結果決定是否重教，藉以補救教學的缺失，實施教學時直接利用行為目標，講解試題指示其中的一種方式而已。為清楚起見我們擬出一流程圖藉供參考。

七、結 論

以行為目標協助數學教學除了具有教學的導向性外，最重要的是講究以學生活動為中心，講究

具體實效。對教師而言使用行為目標教學可以節省教學時間，有效計劃作業編製測驗及補救教學，為一實際之工具，雖然有人批評其未必有效，但檢討其原因實非其本身理論之過錯，應為推廣時執行之偏差，筆者僅就個人所知對其加以註釋，尚請不吝指教。

〈註一〉：教育部：國民中學課程標準

正中書局 61,10 頁94

〔作者現為國立臺灣師範大學數學研究所學生〕