

中學階段的運動定律教學新法

蘇賢錫

一、前言

各級學校物理教學中，運動定律與力學方面的基本概念，諸如質量、力等，均根據幾種邏輯系統而予以介紹。慣性坐標只在較高年級始予教授。力等概念的定義與運動定律的敘述，均以慣性坐標作為參考坐標。

今天，這種教學法仍然具有意義。這種教學法，特別注重運動的相對性，在運動學中，學生已經學習，一個物體的運動，在不同的坐標中各有不同的敘述，而且運動的方向、速度、以及加速等，皆為相對概念。換言之，皆視參考坐標的選擇而定。因此，除非知道我們是在何種參考坐標內觀察運動，否則，僅說任何物體正在運動，這是沒有意義的。

開始學習力學後不久，學生就明瞭，當一個物體不受其他物體的影響時，或其他物體的效應可以抵消時，必須選擇物體能夠保持等速度運動的這種坐標參考最為方便。

牛頓第一運動定律證實這種參考坐標（稱為慣性坐標）的存在。

一如往常，最困難的問題發生在處理牛頓第二定律時，亦即在介紹質量與力時。連接質量與力的概念之牛頓第二定律，其處理方法應視介紹這些概念的次序而定。

假如我們先介紹力的概念，則在下面一個步驟，我們能夠建立加速度與力之間的關係： $a \propto F$ 。就特定的物體而言，我們能夠獲得一項事實：比值 $F/a = m$ 為常數，因而順利介紹質量的概念。

如此，我們可以得到牛頓第二定律，其形式為

$$\vec{a} = \vec{F}/m \text{ 或 } \vec{F} = m\vec{a}$$

這公式表示，任何一個物體的加速度，其方向與該物體所受的力之方向相同，其大小與所受之力成正比，而與該物體的質量成反比。

在這種教學法中，運動第二定律的要點，亦即加速度隨力的變化情形，在介紹質量的概念之前就已經很明顯。因為早就由實驗觀察得知加速度與力之間的關係，所以質量開始具有意義。如此，牛頓第二定律的精華在於「加速度與力成正比」這項敘述。同時，這定律也可以用來對質量下定義。

依照上述的次序來研究力與質量的概念，這是十八世紀後半期奧伊勒所採用的方式。後來，馬克士威以及其他科學家也徹底研究並且改進這種方式。直到最近為止，這是高中與大學教科書中，介紹力與質量的「標準」方法。

按照這一系列的質量與加速度的觀念，我們現在介紹牛頓第二定律之前，必須先介紹力的概念。因此，在邏輯上，我們不可能使用動力學的方法來測力，而必需利用靜力學方面的測力方法。實際上，為此目的，我們有各種器材可以運用，包括伸長的彈簧，或刻度好的彈簧秤。

利用這種方法，先對力的概念下定義以後，再根據實驗觀察，發現任何物體的加速度 a 與作用力 F 成正比，亦即 $a \propto F$ ，因而導出牛頓第二定律。這件工作非常容易做到，因為我們能夠分別測量加速度 a 與力 F 。同時，由牛頓第二定律可以得到質量的定義。

採用這種方法來探討力學上的基本定律—牛頓第二定律，其邏輯依據，曾在物理教學法的文獻中廣泛討論過。雖然如此，這種邏輯不是沒有缺點。例如，在靜力學方面的測力法中，我們假設力是可以相加，兩個相同的彈簧所產生的力之效果，等於一個彈簧的兩倍。這項敘述需要我們

另外再設立一個假設。然而，我們不能認為這個假設對於學生是不證自明的。例如，兩個相同的彈簧，如果不是並聯，而是串聯來拉，則並不產生雙倍的力。除此而外，在這種方法中，我們必須採用另外一種單位制度，而力的單位在這種單位制度中必須為基本單位。因此，我們的方法與一般所接受的單位制度（國際單位）互相抵觸，因為在國際單位中，質量是基本單位，而力的單位是導出單位。

另外必須指出的一點是，靜力學方面的測力法，不能使我們測量作用在加速運動中的物體之力。這是利用牛頓第二定律如能辦到的。因此，我們無法從原因來推及結果，證明用靜力學測量的力，與用動力學測量的力，兩者相同。這項事實必須另外加以證明。

由於介紹力與質量的概念時，上述方法具有這些缺點，我們必須設計其他方法，以便順利引進這些概念。

假使我們由動力學的測力法開始，亦即先從牛頓第二定律（ $F = ma$ ）導出力的概念，則不必另外藉助於其他的輔助假設，一樣能夠介紹力的概念。然則，我們必須利用其他方法來介紹質量的概念與運動第二定律。最近蘇聯國民學校八年級（相當於國中二年級）學生接受這種教學法，首先瞭解質量的概念，然後根據實驗來導出牛頓第二定律。其詳細辦法如下。

二、物體的質量

爲了要在介紹力與牛頓第二定律之前，先引進質量的概念，我們需要一種任何種類的物體（無論是基本粒子抑或天體）在任何條件之下（縱使在無重量狀態）均能普遍應用的方法。這就要利用物體之間發生交互作用時所引起的現象。

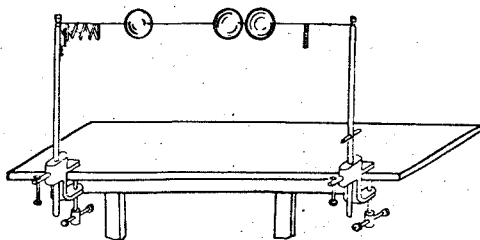
衆已週知，因兩個物體之間的交互作用（例如碰撞）而產生的加速度，隨其交互作用的條件而改變。例如，起初兩個物體均以相同速度朝同一方向運動，以致互相之間的相對速度爲零，或兩

個物體均以任意速度互相接近。在這種情形之下，這些物體可能獲得各種不同速度。然而，實驗結果顯示，就特定的兩個物體而言，其加速度絕對值的比值，總是等於一個常數，並且僅由這兩個物體來決定。換言之，這些物體具有某一種特性，而這些物體因互相交互作用而獲得的加速度，隨這特性而變。這特性就是物體的慣性。

由是，現在可用 $a_1/a_2 = m_2/m_1$ 的關係來介紹質量的概念。互相發生交互作用的兩個物體，其加速度的絕對值與這兩個物體的質量成反比。

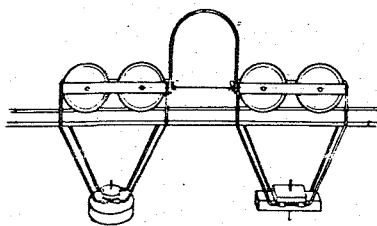
這種質量的介紹方法，其優點是普遍性。由上列敘述中能夠清晰地看出，這種方法可以應用在任何條件之下，甚至在不能利用重量對質量下定義時。

爲了證明上述關係，我們可以在實驗裝置中運用幾個相同的球及一個彈簧。這彈簧能夠沿著水平金屬絲滑動，而且，彈簧與金屬絲之間幾乎沒有摩擦（圖一）。然後彈簧與球發生碰撞。當



圖一

碰撞發生後，彈簧與球（可能是一個或相連的幾個球）立刻分開。（另外一種實驗裝置包括容易運動的兩個小車，各車攜帶彈簧或磁鐵，如圖二所示）假使能夠確定這些物體發生碰撞所獲得的



圖二

加速度 a_1 與 a_2 ，即能證明，就兩個特定的物體

而言，其加速度的比值是一個常數而不受實驗條件的影響。

因此，物體發生交互作用時所獲得的加速度，必須予以測定。一般而言，計算加速度時，都是根據物體碰撞後的運動速度。在這項裝置中，摩擦可以忽略不計，而且物體沿著金屬絲的運動可以視作等速率運動。雖然如此，這裏必須強調，用這種方法測得的加速度並不是瞬時加速度，而是平均加速度。

學生在這項實驗中究竟學到多少？教師可能發現一件事情，即許多學生不懂，為什麼能夠從交互作用後的速度來計算交互作用中的速度？假使利用物體在交互作用時獲得向心加速度的情形，就能夠避免這種困難。為此目的，可用圖三所示的離心裝置。如果用線把兩個物體連接，如圖

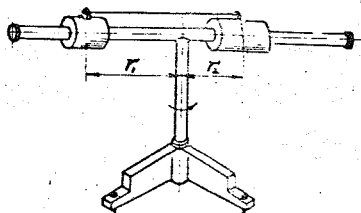


圖 三

所示，它們將作圓周運動，其半徑分別為各物體離開轉軸的距離。各物體所受的加速度，分別與各物體的圓形軌道半徑成正比：

$$a_1 = \omega^2 r_1; a_2 = \omega^2 r_2$$

於是，加速度的比值等於半徑的比值：

$$a_1 / a_2 = r_1 / r_2 = \text{常數}$$

我們能夠改變條件（例如，增加或減少線的長度，或改變角速度等），以證明這些比值與交互作用的種類無關。根據這種實驗，即可介紹質量的概念。同時，可以指出任何質量與標準質量的比較法。由於這種處理方法，即可得到質量的定義：一個物體的質量是一種物理量，這物理量代表這物體與標準質量發生交互作用時的慣性。這物體的質量可以決定這物體與標準質量的加速度之比值。

我們又可以向學生指出質量這個物理量的另外一個重要特性：相加性。為此目的，我們可以利用介紹質量概念時所用的實驗。當相連的兩個相同物體（兩個相同的球或兩輛相同的車子）與一個參考物體發生交互作用時，參考物體的加速度與相連物體的加速度之比值等於單獨一個物體時的兩倍；亦即，兩個相連物體的質量等於單獨一個物體的兩倍。這種相加性的特性，能使我們利用質量來比較均勻物體內的物質多寡。

三、力與牛頓第二定律

力的概念與牛頓第二定律的介紹方法如下。只有一個物體與其他物體發生交互作用時，其速度才會改變。由這項事實出發，我們能夠開始測量產生這種變化的原因——力。為此目的，必須

(1) 辨別同一個力作用在兩個不同物體時的情況。

(2) 利用實驗，找出一個量，當這個量作用在兩個物體時，雖然這兩個物體產生不同的速度，但是這個量對這兩個物體而言，仍然是同一個量，這一個量將代表力的量度。

顯然，為了測定這個量，我們必需運用幾個（至少兩個）物體。假使只是許多力作用在同一個物體，則我們只能辨別這些力是否相等而已。只有同一個力作用在不同的物體時，我們才能測定這個力的大小。

如何設計實驗，使得同一個力作用在質量不同的物體？符合這個要求的力，自然界顯然只有一種，那就是彈力。例如彈簧的張力，萬有引力與摩擦力都不適合在不同的物體產生相同的效果，因為前者隨著參加交互作用的物體之質量而改變，後者也隨著參加交互作用的物體之性質而改變。我們不必詳細討論這個問題，只要讓學生知道，利用變形的彈簧可以在不同物體上產生相同的效應即可。學生很容易明白這個道理：因為他們瞭解，沒有變形的彈簧連接一個物體時，不能使物體產生加速度，但是變了形的彈簧，確實能使物體產生加速度。變形量一定的彈簧，始終對

物體作用相同的力。如此，解決問題的第一個步驟，已經完成了。

第二個步驟是要找出一個量，對於受到同一個力的一切物體，這個量必須保持不變。這個量只能在實驗中找到。要設計一個實驗，讓變了形的彈簧使一個物體作等加速度直線運動，這是非常困難的。因為我們必須讓彈簧作等加速度運動，才能達到這個效果。然而，假使利用圓周運動的物體，則加速度的測定就容易多了。圖四所示的是適合這個目的的簡單裝置。圖中，1表示能

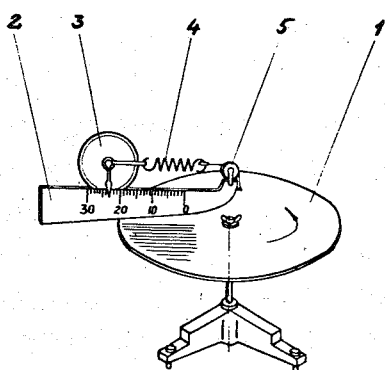


圖 四

在水平面上自由轉動的圓盤；3是沿著軌道2滾動的輪子；4是連結輪子與支架5的軟彈簧，而支架固定在軌道上。另外必要質量200克與/或500克的兩個輪子。首先分別把不同的輪子繫在彈簧，用手轉動圓盤，就能使彈簧每次保持相同的變形量（伸長）。在此情形之下，輪子分別以 a_1 與 a_2 的加速度作圓周運動（加速度可由輪子的角速度 ω 與圓形軌道的半徑 r 求得）。物體（輪子）在受到彈簧相同的力（相同的伸長）作用之下，獲得加速度 a_1 與 a_2 。由此實驗得知

$$a_1/a_2 = m_2/m_1 \text{ 或 } m_1 a_1 = m_2 a_2$$

如此，我們終於找到，在同一個力的作用之下，被加速的物體所得的共同量。因此，我們獲得一個結論： $m a$ 就是力的效應之量度：

$$F = m a$$

我們在每一次實驗中觀察到，作用在輪子的力，其效應總是沿著彈簧軸的方向，輪子的向心

加速度也是始終沿著彈簧軸的方向（沿徑加速度）。因此，我們可以把方程式寫成大家最熟悉的形式： $\vec{F} = m \vec{a}$ ，這就是牛頓第二定律最常見的形式。

其次，又能進一步證明，質量與加速度的乘積不但能夠用以測量彈力，而且能夠用以測量他種力（例如，重力或摩擦力）。就以重力為例，我們可以採用下列方法。首先，在鉛直彈簧下，懸掛一個物體。因為這物體的加速度等於零，所以我們認為彈簧的張力與重力的大小相等，而其方向相反。

$$\vec{F}(\text{彈力}) = -\vec{F}(\text{重力})$$

這時，彈簧的張力所產生的加速度等於重力所產生的加速度（加速度的方向當然是相反）， $\vec{a} = -\vec{g}$ ，因為在前面已經證明過， $F(\text{彈力}) = m a$ ，所以

$$\vec{F}(\text{彈力}) = -m \vec{g}$$

$$\text{又因 } \vec{F}(\text{重力}) = -\vec{F}(\text{彈力})$$

$$\text{故 } \vec{F}(\text{重力}) = m \vec{g}$$

由上述牛頓第二定律的介紹方法，也很容易建立第三定律，在物體交互作用的觀察中，已知 $m a_1 = m a_2$ 又在前面已經證明過， $m a$ 這乘積就是力的量度（ $F = m a$ ），所以兩個物體互相作用的力是大小相等而方向相反。

如此，這項實驗的結果，同時可以獲得牛頓第二及第三定律。

〔取材自歐洲科學教育期刊1979年第1卷，作者現職：國立臺灣師範大學物理系教授〕

（上接48頁，調和平均數）

何意義之後，對於調和平均數現在聽起來應該覺得親切多了。這個比較小以致於幾乎被我們所忽視，遺忘了的平均數，讀者諸君看過本文之後，希望需要時，它能湧現於我們的腦際，再度扮演它的解題工具的身分。

〔作者現職：國立臺灣師範大學數學系副教授〕