

百分位數和百分名次

——一個自學的循序教材(下)

蔣德勉

—— 本文上接第 25 期第 23 頁 ——

85. 現在我們要更進一步，來討論稱為 C 班的我國國中二年級學生的國文期考成績。請翻開第 28 頁，跟以前一樣，用一張有橫線的練習紙將 C 班的成績抄錄下來，並予以系統化的整理和組織。

85. 請翻開第 28 頁的 C 班次數統計表以自行核對。

86. 但是我國國中每班學生的人數，一般都在 50 名左右，計算起來顯得多了一點。因此，我們必須採用分組的辦法予以簡化。分組的基本公式為：

86. 多

$$\text{組數} = \frac{\text{全距}}{\text{組距}} \quad (\text{全距} = \text{最高} - \text{最低} + 1)$$

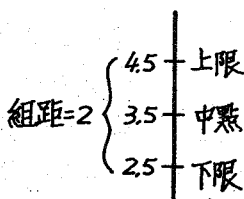
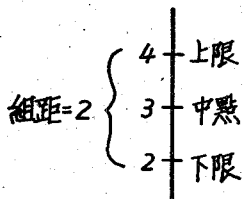
因此組距愈小，則組數愈（多 / 少）。

87. 反之，組距愈大，則組數愈少。可是組距的大小，又應根據全距的大小而作考慮。全距大則組距宜大，全距小則組距宜（大 / 小）

87. 小

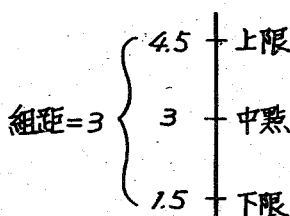
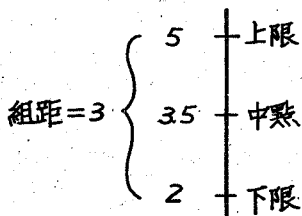
88. 除了上述的因素之外，我們為了方便起見。更要考慮到組距中點的位置和數值。請看下圖，組距採用偶數，則中點就跟上限與下限同為 _____ 或同為 _____。

88. 整數
小數



89. 請看下圖，組距若採用奇數：

89. 小數
整數



設上限和下限為整數，則中點為 _____。

設上限和下限為小數，則中點為 _____。

90. 一般的上限和下限都採用 0.5 的小數，如果組距採用奇數，則其中點即為整數，故在計算和觀察的時候較為方便。在可能的情況下，組距的決定宜先考慮（奇數 / 偶數）。

90. 奇

91. 在 C 班的數據中，最高分數為 96，最低分數為 61。

91. 36

∴ 全距 = _____

(96 - 61 + 1)

92. 分組的組數，通常以 10 至 20 為宜，請看下表的計算結果。

92. 3

組 距	全距 ÷ 組距	組 數
2	36 ÷ 2	18
3	36 ÷ 3	12
4	36 ÷ 4	9

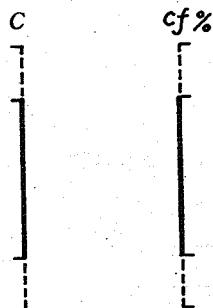
您認為我們應該採用的組距是 _____。

93. 現在請按照組距為 3，將 C 班的數據予以分組，並計算其 x_i 、 f 、 cf 及 $cf\%$ 等四個項目，在 x_i 欄中，並註出其上限和下限。

93. 見第 28 頁的 C 班分組統計表以自行核對。

94. 現在讓我們來計算 C 班中百分位數 25（即 C_{25} ）的數值。因為百分位數的基本觀念與百分累積次數相同，我們可以直接在 $cf\%$ 欄中尋找 25 的一組，但是沒有剛好為 25 的一組，只有稍低而為 24 的一組。請完成下面的圖解。

94. 見第 28 頁的 C_{25} 的比例圖解以自行核對。



如果您已甚少記憶，
請自第 77 序目複習。

95. 根據上圖，可得如下的比例式。

95. 0.75

$$3 : x = 4 : 1 \\ \therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$$

96. 故得 $C_{25} =$ _____

97. 上述的演算亦可濃縮成如下的公式：

$$C_R = l_L + \frac{R - cf\%_L}{cf\%_u - cf\%_L} \cdot i$$

C_R ：C 表示百分位數，（C = Centile，即 Percentile 的簡寫）；R 乃註明其之百分名次，（R = Rank，即 Percentile rank 的簡寫）；在上例中，即 C_{25} 。

l_L ：l 表示所在一組的界限（l = Limit），L 乃註明其為下限（L = Lower）。

R：即前述之百分名次。

$cf\%$ ：即所在組之百分累積次數。L 乃註明其為下限，u 乃註明其為上限（U = Upper）。

i：表示組距（i = Interval）。

試以上例 C 班之 C_{25} 的數據填答下表各值：

l_L	$cf\%_L$	R	$cf\%_u$	i

98. 請將數據代入上述公式，并予計算：

$$C_{25} = 72.5 + \frac{25 - 24}{28 - 24} \cdot 3 = 72.5 + \frac{1}{4} \cdot 3$$

$$= 72.5 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

99. 這與第 96 序目所得的結果是否一樣？

事實上，公式中 $\frac{R - cf\%_L}{cf\%_u - cf\%_L} \cdot i$ 的值，就是第 95 序目中的 _____ 值。

100. 現在請利用公式來計算 C 班的 C_{50} ，首先我們需要求得下表中的各值。

l_L	$cf\%_L$	R	$cf\%_u$	i
		50		3

$$101. \text{故得 } C_{50} = 78.5 + \frac{50 - 40}{52 - 40} \cdot 3$$

$$= 78.5 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

96. 73.25

97. $l_L = 72.5$

$cf\%_L = 24$

$R = 25$

$cf\%_u = 28$

$i = 3$

98. 0.75

73.25

99. 一樣

x

100. $l_L = 78.5$

$cf\%_L = 40$

$cf\%_u = 52$

101. 2.5

81

102. 現在請計算 C 班的 C_{75} ，首先我們需要求得下表的各值。

l_L	$cf\%_L$	R	$cf\%_u$	i
		75		3

103. 故得 $C_{75} = 84.5 + \frac{75 - 64}{84 - 64} \cdot 3$
 $= 84.5 + \underline{\hspace{2cm}}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$

104. 事實上，我們利用數學的等量公理（亦即移項方法），也可將求百分位數的公式，轉變為求百分名次的公式，首先是由原公式：

$$C_R = l_L + \frac{R - cf\%_L}{cf\%_u - cf\%_L} \cdot i$$

轉變為： $C_R - l_L = \frac{R - cf\%_L}{cf\%_u - cf\%_L} \cdot i$

105. 再轉變為： $(C_R - l_L) \underline{\hspace{2cm}} = (R - cf\%_L) \cdot i$

106. 然後變為： $\frac{(C_R - l_L)(cf\%_u - cf\%_L)}{i} = \underline{\hspace{2cm}}$

107. 最後得： $R = \frac{(C_R - l_L)(cf\%_u - cf\%_L)}{i} \underline{\hspace{2cm}}$

108. 百分名次的計算公式為：

$$R = \frac{(C_R - l_L)(cf\%_u - cf\%_L)}{i} + cf\%_L$$

現在試利用公式計算在 C 班中獲得 90 分的林文雄的百分名次，首先必須求得下表的各值：

l_L	$cf\%_L$	$cf\%_u$	i	C_R

102. $l_L = 84.5$

$cf\%_L = 64$

$cf\%_u = 84$

103. 1.65

86.15

104. $- l_L$

105. $(cf\%_u - cf\%_L)$

106. $R - cf\%_L$

107. $+ cf\%_L$

108. $l_L = 87.5$

$cf\%_L = 84$

$cf\%_u = 96$

$i = 3$

$C_R = 90$

109. 代入公式，故得：

$$R = \frac{(90 - 87.5)(96 - 84)}{3} + 84$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

109. 94

110. 現在試計算得80分之林忠勇的百分名次，仍然必須先求得下表的各值。

l_L	$cf\%_L$	$cf\%_u$	i	C_R
			3	80

110. $l_L = 78.5$

$cf\%_L = 40$

$cf\%_u = 52$

111. 故得 $R = \underline{\hspace{2cm}}$

111. 46

112. 請自行計算70分的百分名次是多少？

112. 15.66

113. 在我們以100分爲滿分的分數觀念中，60分是及格的標準，請計算60分的百分名次是多少？

113. 你的答案
應該是零。

114. 上一序目的答案或許會引起你的大惑不解。怎麼會是零呢？現在請看第28頁的C班次數統計表，它的最低分數是____（多少）分。60分的百分名次當然是零。這樣的解釋可能仍然無法使你了解其中的含義。

114. 61

115. 爲了領悟其中的含義，我們必須解釋描述統計學的哲學基礎。所謂描述統計學是針對著一個小團體，並且根據這個小團體所具有的數據，而進行統計學的處理工作。在C班的學習成就評量中，最後一名的成績是____（多少）分。

115. 61

116. 因爲61分已經是最後一名，所以60分在C班中的百分名次就成爲_____。

116. 零

117. 在本文開頭時，我們再三強調某一分數所具有的意義是來自該分數對於整個團體的相對位置，所謂好或差的意義也是建立在這相對位置的度量上。在本文的討論中，所謂相對位置的度量是指什麼而言？

117. 百分名次

118. 在C班的成績考查資料中，61分已經是最差勁的了，60分當然是無以再差的差勁分數了。換言之，61分在C班中已經是「恭陪末座」；60分在C班中佔（得到 / 不到）座位。這就是它的百分名次爲零的含義。

118. 不到

119. 描述統計學是針對著團體而進行統計學的描述。不屬於團體中的數值當然也（不具 / 具有）該團體中的意義。

119. 不具

120. 因此，我們可以為這60分做出下述的結論。(一)對60分本身而言，60分可以具有絕對的意義，(二)對C班而言，60分就_____任何相對的意義。	120. 不具
121. 描述統計學是以一個小團體所具有的數據為基礎，而進行對該小團體作一番統計學的描述。在教學的過程中，一個班級就當做一個小團體。雖然同一班級的學生之間，仍然存有智愚賢不肖的個別差異，但是在哲學的基礎上，我們仍然將他們一視同仁，至少認為他們是接受（同樣 / 不同）的教學。	121. 同樣
122. 接受同樣的教學，並不保證產生同樣的成就。 成就測驗 （Achievement test）的設立，就是為了評定學習後的成就程度（即分數）。影響成就程度的原因非常複雜，可是分數一經評定後，成就程度本身的意義就必須根據它在團體中的_____而決定。這就是本文所討論的統計科學之另一個重要的哲學基礎。	122. 相對位置
123. 根據上一序目所述之描述統計學的哲學基礎，分數所具有的意義是來自該分數在團體中的_____，至於「好」、「壞」、「差勁」、「要得」等等都是心理學上所衍發出來的，在統計科學上，並不具甚麼特別的意義。	123. 相對位置
124. 現在我們可以來比較在A班中得15分的約翰，在B班中得15分的強森和在C班中得80分的林忠勇等三人的學習成就了。請先求出下列各值： 約翰的百分名次 = _____（見第55序目） 強森的百分名次 = _____（見第55序目） 林忠勇的百分名次 = _____（見第111序目）	124. 67.5 90 46
125. 根據上一序目的數據，學習成就最高的是_____，最低的是_____。	125. 強森 林忠勇
126. 我們的結論是建立在「分數的意義是_____」的哲學基礎上。	126. 來自該分數在團體中的相對位置
127. 在約翰、強森和林忠勇等三人中，那一位的百分名次在統計學上具有較堅強的基礎？	127. 林忠勇

128. 因為林忠勇是來自共有50名的團體，而約翰與強森則是來自只有20名的團體。
 上一序目的結論是建立在「團體的 _____ 」
 的哲學基礎上。

128. 人數愈多
 ，名次的
 意義就愈
 趨增強。

129. 本文採用循序教學方式撰寫，殊費篇幅，深感遺憾，但願有助於讀者諸君的領
 悟，并得引用於日常教學的評量工作上最後要說： _____
 [作者現職：彰化省立教育學院科學教育系講師]

129. 敬祝
 愉快健康。

參考資料

A. 85

F. 114

C班次數統計表

c	f
96	1
91	1
90	1
89	3
88	2
87	2
86	6
85	2
84	2
83	1
82	3
81	2
80	2
79	2
78	3
77	2
76	1
75	1
73	1
72	2
70	3
69	1
68	3
67	1
62	1
61	1

F. 85

C班成績表

72	62
96	87
89	85
84	86
78	86
88	61
68	86
78	91
82	78
76	84
70	80
86	68
85	87
88	86
70	70
79	79
75	90
89	67
73	80
86	69
72	77
68	81
82	77
89	83
81	
82	

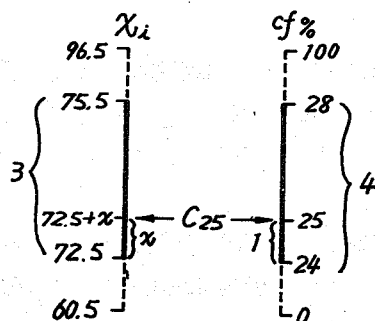
A. 93

C班分組統計表

l	x_i	f	cf	cf%
96.5	95	1	50	100
93.5	92	1	49	98
90.5	89	6	48	96
87.5	86	10	42	84
84.5	83	6	32	64
81.5	80	6	26	52
78.5	77	6	20	40
75.5	74	2	14	28
72.5	71	5	12	24
69.5	68	5	7	14
66.5	65	0	2	4
63.5	62	2	2	4
60.5				

A. 94

C₂₅的比例圖解



國立臺灣科學教育館主辦大眾科學講座

主講人：徐賢修博士
 (行政院國家科學委員會主任委員)

講題：科學家的風範與創新

時間：六十八年四月十五日(星期日)
 下午三時

地點：實踐堂(臺北市延平南路182號)