黑洞的故事

林文隆

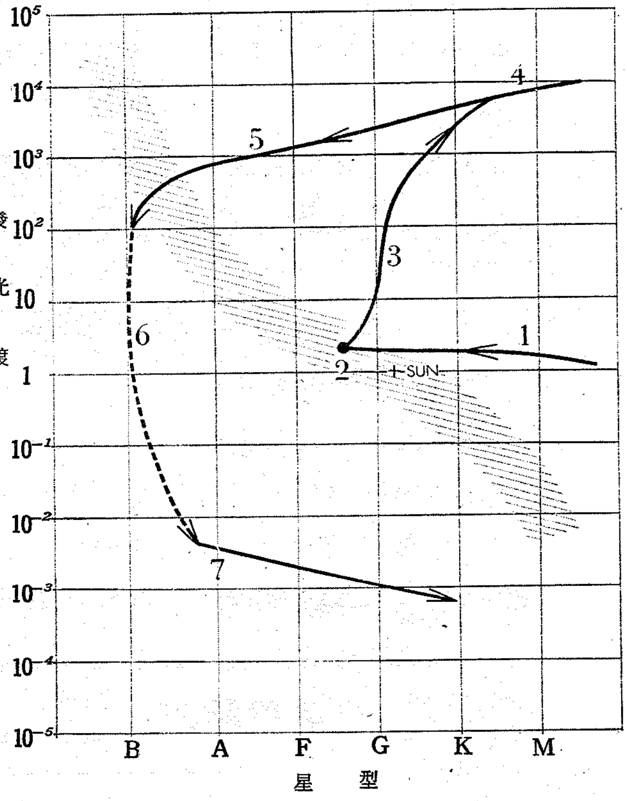
一、前　言

根據理論物理，在這宇宙或自然界之中有許多神奇的物體存在，例如夸克（quark）、黑洞（black hole）、磁單極（magnetic monopole）和迅子（tachyon）等，它們的性質都非常的奇特，遠超乎一般人的想像力。證實或否定這些奇特東西的存在，可以說是當今實驗物理學家夢寐以求之事。自然界是否有單獨而穩定的夸克或磁單極等存在，仍是個未解之謎。然而由於科學家們過去十多年來努力的結果，似乎證實了宇宙之中有黑洞的存在。本文旨在為各位介紹黑洞的性質以及它可能存在的證據。

二、星球的演化及結局

根據星球結構的理論，它們並非永恆不變地在空中閃爍著，它們有誕生的時刻，也有死亡的時刻。星球的生老病死，在天文學上很生動地由其演化的路徑表現出來。圖一是質量為太陽 1.2 倍的星球，它在赫羅圖（H－R diagram）上演化的路徑，圖中的數目字代表星球演化的各個階段。星球的誕生(1)是由於星塵因重力收縮而凝結為星球，這個階段大約要一千萬年。然後進入主系星帶（mian sequence stars）在那兒(2)停留約幾十億年。然後經膨脹(3)而形成紅巨星(4)，這期間大約為一億年，然後它的發光度做有規則地脈動(5)，約數千年之後它會經過新星（nova）(6)的階段，最後因重力場的收縮而形成白矮星（white dwarf）(7)。

再以我們的太陽為例，由於內部熱核反應（thermal nuclear reaction）不斷地燃燒氫，約



圖一　質量為太陽 1.2 倍的星球演化的路徑。縱座標為發光度（luminosity），橫座標為星型（spectral type）。畫斜線部分為主系星帶。圖中數目字代表星球演化的各個階段。

五十億年之後，太陽將把半數以上的氫消耗掉而演化成紅巨星。變成紅巨星時的半徑將比現在的半徑大兩百五十倍，而其密度僅為空氣密度的十分之一。當它繼續不斷地消耗其核燃料時（此時的燃料為氦、重元素及剩下的氫），太陽會從紅巨星收縮直到其半徑約為目前太陽半徑的百分之一，此時由於包立不共容原理，電子所形成的壓力跟重力相抗衡，它不再繼續收縮而形成穩定的

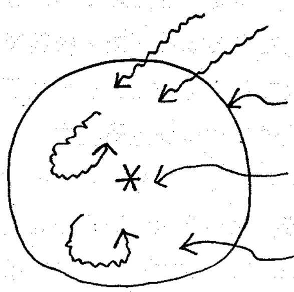
白矮星。著名的天文物理學家錢氏（Chandrasekhar）在1931年發現，穩定的白矮星其質量必須低於太陽質量的1.4倍，該質量的上限就叫做錢氏極限。

但是我們知道天空中有許多星球，其質量大過錢氏極限，因而這些星球的結局不可能像太陽一樣形成白矮星而後從天空中悄悄地消失，那麼它們最終的命運究竟如何？假想有一星球其質量爲太陽的兩倍。就像太陽一樣當它消耗掉大部份的氫燃料時，首先它會膨脹。可是當它繼續不斷地消耗氦、重元素及氫燃料之後，它又重新收縮。由於質量大於錢氏極限，電子的壓力不足以和重力收縮相抗衡，所以不會形成白矮星，而繼續收縮。由於溫度和密度不斷地增高終至不可收拾而引起爆炸。這時的星球叫做超新星（supernova）。有數天之久，它的亮度幾乎和整個銀河系的亮度一樣。絕大部份的物質，於爆炸中被抛出，而形成一種氣體狀態的雲霧繼續往外膨脹，在中心處，由於重力場的壓力極大，使得大部份的電子和質子發生作用而變成中子*，稱爲中子星（neutron star）。它遠比白矮星小，半徑約爲十公里，即白矮星半徑的七百分之一。因而密度極高，約與原子核的密度相當。雖然早在1938年歐本海默（Oppenheimer）等人就已提出有關中子星的理論，直到1967年天文的觀測始證實它的存在。例如著名的蟹狀星雲（Crab Nebula）中心有一波霎（pulsar）存在，吾人相信它就是旋轉中的中子星。穩定的中子星，其質量也有限制，根據最近的研究結果，此極限約爲太陽的三倍。

然而整個宇宙之中有許多的星球它們的質量大於太陽質量的三倍，它們的最終命運又是如何呢？假若此種星球收縮時能把大部份的物質抛出，使得剩下的質量低於上述兩種極限時，即可形成白矮星或中子星。然而總有一部份星球在它們收縮而把物質抛出之後，其剩下的質量仍大於上述的極限，它們會有什麼樣的結局呢？其理論首先由歐本海默和史奈德（Snyder）根據廣義相對論來解釋。此時根據包立不共容原理所產生的電子和中子的簡併壓力，皆不足以和巨大的重力收縮相抗衡，所以星球會不斷地收縮崩潰下去而形成黑洞。

三、黑　洞

當質量大於太陽質量三倍以上的星球，由於重力收縮不斷地崩潰下去時，最後會在空間中形成一個區域，叫做黑洞（見圖二）。此區域的周



圖二　古典的黑洞

圍界面叫做事件界面（event horizon），在事件界面上，一個物體的逃脫速度（escape velocity）等於光速，所以在事件界面內所發出的任何信號（包括光在內），皆無法到達事件界面外的觀察者。黑洞的大小，由事件界面的半徑而定。根據廣義相對論，界面半徑和黑洞的質量成正比，若黑洞的質量爲m，則其界面半徑爲 $2mG/c^2$，c爲光速，G爲萬有引力常數。這半徑稱爲史瓦濟半徑（Schwarzschild radius）。例如一個星球，若其質量爲太陽的十倍，則其史瓦濟半徑爲三十公里。至於原先的物質，繼續不斷地崩潰下去，最後在黑洞的中心形成密度無限大的特異點（singularity）。假想有一物體掉入黑洞，當它越接近其中心時，所受的潮汐力（tidal force）也越大，最後大到把整個物體分解成分子，然後分子分解成原子，原子分解成原子核和電子，原子核分解成基本粒子，最後連基本粒子都不存在。這過程和宇宙的形成正好相反，根據霹靂說（big bang theory），宇宙是由時空的特異點爆炸而形成。有關史瓦濟解，請參看本文附錄。

四、尋找黑洞

究竟宇宙之中是否有黑洞存在？若黑洞眞的存在，人們要如何去觀測和尋找黑洞呢？直到1964年科學家們才認眞從事於黑洞的尋找工作。最早是由天文物理學家熱魯多維茲（Zel'dovich）和古雪諾夫（Guseynov）提議從雙星系統中尋找，因爲從光譜線的都卜勒位移，我們很容易獲知雙星系統它們互相之間的環繞運動。如果其中一個是黑洞，一個是普通的星球，則星球的氣體會被黑洞強大的重力場拉過去，由於摩擦的關係，被吸的氣體在掉進黑洞之前會因熱而發出X－光。所以當我們偵測到雙星系統之中，有一個看不到的伴星而且又是X－光光源時，它可能就是黑洞。當然若伴星不是黑洞而是白矮星或中子星的話，也可能由於距離太遠，或者主星的光蓋過伴星，或者伴星的光被星際塵及大氣吸收，所以看不見。我們如何確定看不見的伴星就是黑洞呢？這主要是由質量來決定。若伴星的質量大於太陽質量的三倍以上時，它便不可能是白矮星或中子星，此時唯一的可能就是黑洞。爲了要偵測氣體物質被吸入黑洞之前所發出的X－光，美國和意大利合作於1970年 12 月 12 日發射一枚烏魯人造衞星（Uhuru），並在其上放置一個X－光望遠鏡。到了1972年它總共收集了 125 個X－光光源，其中有 6 個屬於雙星系統，在這 6 個雙星系統當中有一個伴星它的質量約爲太陽的八倍，此項發現引起許多天文物理學家們的興奮，因爲他們認爲有百分之九十以上的把握這個伴星（叫做天鵝座$X-1$）就是黑洞。

除了上面所說一般的黑洞（即由質量爲太陽的三倍至太陽的六十倍之間的星球崩潰所形成的黑洞）之外，尙有其它大小不同的黑洞，例如超重黑洞（supermassive black hole）和迷你黑洞（mini black hole）。我們知道有些銀河系的核心有猛烈爆炸的現象，顯示出由氣體和大量星球所構成的核心，其密度極大，最後它們會因重力崩潰而形成超重黑洞，它的質量可以大到太陽的一億倍甚至一百億倍。根據最近美國天文學家研究的結果，橢圓銀河系M 87的核心極可能有一巨大的黑洞。有一些科學家認爲詭雲（quasar）之所以能夠發出巨大的能量，可能和超重黑洞有關。至於迷你黑洞，請見下節所述。

五、黑洞的新面貌

由於黑洞事件界面外的物體可以掉進黑洞，但是界面內任何物體（包括光在內）却無法跑出來，因而我們稱它爲“黑”洞，這是1970年以前大多數物理學家所相信的古典理論，這理論只考慮廣義相對論，並未把量子力學考慮進去。自1970年以來由於物理學家努力的研究，結合了廣義相對論、熱力學和量子力學，使得有關黑洞的性質出現了一個新的面貌。英國物理學家霍京（Stephen Hawking）在這方面的貢獻最大。他現爲英國劍橋大學教授，才35歲已經是當今理論物理學界的領導人物之一。不幸這樣一位優秀的物理學家竟是一位殘障者，整日坐在輪椅上而且無法用手寫字。病魔纏身而有此卓越成就尤令人敬佩。他在21歲時經醫師診斷係患了肌肉萎縮症，此後逐漸惡化，結婚時走路要撐拐杖，現在則坐輪椅上下班。儘管如此，他的研究結果仍不斷地發表。

在1970年，霍京發現由於黑洞周圍的物質及輻射不斷地掉入黑洞，所以事件界面的表面積永遠在增加而不會減少。而且當兩個黑洞碰撞而合成一個新的黑洞時，其界面的表面積大於原來兩個黑洞界面面積的和，這性質和熵（entropy）的性質相類似，根據熱力學第二定律，熵永遠隨時間而增加。隨後，巴廸恩（Bardeen）、卡特（Carter）及霍京三人把這種類似的關係推廣至熱力學其它定律，其結果如下：

第零定律——黑洞界面的表面重力（surface gravity）K在界面各點，其值均相等（表面重力相當於溫度）。

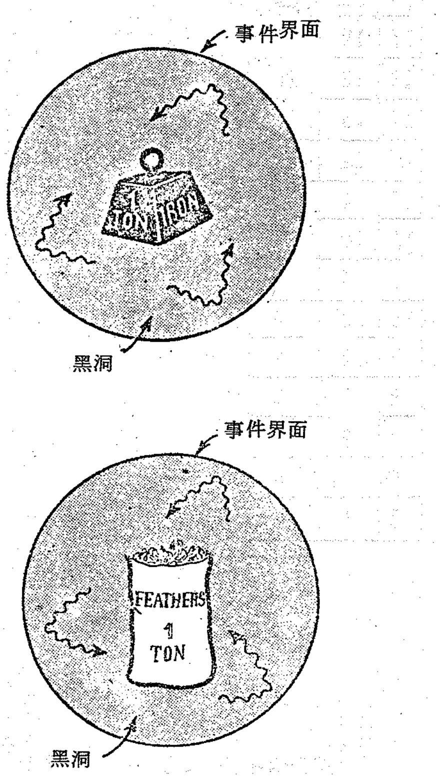
第一定律——黑洞質量M，界面面積A及角動量J的改變滿足下列關係式

$$dMc^2 = \frac{Kc^2}{8\pi G}\,dA + \Omega\,dJ$$

（上式相當於 $dU = T\,dS - P\,dV$）

第二定律——黑洞界面的面積A永遠不會減少（界面面積相當於熵）。

根據上述我們似乎可以定義黑洞的熵，其值和黑洞的界面面積成正比。究竟黑洞的熵眞正的意義爲何？這問題首先由當時普林斯頓大學的一位研究生貝肯斯坦（Bekenstein）根據黑洞無毛定理（No hair theorem of black hole）提出正確的解釋。所謂黑洞無毛定理是說一個黑洞的性質完全由其質量、電荷及角動量而定。換言之，若有兩個黑洞不管它們原先的物質是什麼，只要其質量、電荷及角動量相同，則其性質完全相同（見圖三）。因而當物質崩潰而形成黑洞時，



圖三　根據黑洞無毛定理，一噸的鐵和一噸的羽毛所形成的黑洞，對於外面的觀察者而言，並無任何不同。

有許多資訊（information）也跟著消失，貝肯斯坦指出黑洞的熵，即表示所失去資訊多寡的度量。這是一個很好的解釋，但却有一個漏洞：如果黑洞的熵其值是有限的話，則由上述第一定律，黑洞的溫度（與表面重力成正比）不爲零。如此一來黑洞便有可能和熱輻射處於平衡狀態，這和黑洞古典的理論相矛盾，因爲古典的理論告訴我們任何熱輻射只能掉進黑洞，而黑洞則不能放出任何東西，所以不可能和熱輻射處於平衡狀態。這問題在1974年才由霍京解決。當時他根據量子力學研究在黑洞附近物質的現象獲得觀念上的突破，即黑洞是熱的，所以能夠放出粒子或電磁輻射。黑洞的溫度與界面重力成正比，但與質量成反比。所以質量越小的黑洞放出粒子的速度越快。一般由星球崩潰所形成的黑洞，其溫度約爲 10^{-5} °K，所以很難偵測到它所放出的輻射。但是根據霍京的計算，宇宙誕生時所產生的迷你黑洞（mini black hole），其大小和一個質子差不多，目前正放出 100MeV左右的 γ －射線。這是很有趣的理論，不過迷你黑洞是否存在，尚待天文學家們的證實。

六、附錄（史瓦濟解與黑洞）

各位讀者若想對黑洞有更進一步的瞭解，則非知道史瓦濟解不可。在此附錄中，謹爲各位做一簡單的介紹。根據愛恩斯坦的理論，如果我們所考慮的空間沒有物質存在（例如星球外面的地方）則　$R_{\mu\nu} = 0$

式中 $R_{\mu\nu}$ 係雷奇張量（Ricci tensor）。由於愛恩斯坦方程式係非線性（nonlinear），所以通常很難得到正確解，唯一的例外是當我們考慮的空間，其重力場具有球形對稱而又滿足靜態條件時，則可求得其正確解。令光速 c = 1，萬有引力常數G = 1，則其解爲

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2 - r^2\,d\theta^2 - r^2\sin^2\theta\,d\phi^2$$

此解稱爲史瓦濟解。在星球外面的空間，運用此解，可以得到相當好的結果。此解從表面上看起來，會誤以爲質量爲m的星球，其半徑不得低於$r = 2m$，因爲當$r = 2m$時，$g_{00} = 1 - \frac{2m}{r} = 0$，$g_{11} = (1 - \frac{2m}{r})^{-1} = \infty$。事實上並非如此，因爲經由座標轉換$\tau = t + f(r)$，$\rho = t + g(r)$則史瓦濟解變成

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{2m}{\mu(\rho-\tau)^{2/3}} d\rho^2 - \mu^2(\rho-\tau)^{4/3}(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\phi^2)$$

上式中$\mu = (\frac{3}{2}\sqrt{2m})^{2/3}$。當$r = 2m$時，$\rho - \tau = 4m/3$，可見在$r = 2m$時，仍有解存在。經由解析連續（analytic continuation）得知當$r < 2m$時亦有解。不過$r < 2m$的區域無法把訊息傳遞至$r > 2m$的區域，因爲任何訊號要穿越$r = 2m$界面時需要無限長的時間，所以在界面外的觀察者無法直接觀察到$r < 2m$區域內所發生的事情，此區域叫做黑洞，因爲物體只能掉入黑洞，但却無法從黑洞跑出來（本附錄所述係古典的理論，有關黑洞的量子理論參考本文第五節）。

主要參考資料

1. R. Penrose; Scientific American, May, 1972.
2. S. W. Hawking; Scientific American, January, 1977.

〔作者現職：國立臺灣師範大學物理系教授〕

（上接13頁，戴爾的經驗塔（上）——教學資源運用的原則）

〔註釋〕

註1：Edgar Dale, Audio-visual Methods in Teaching, New York: The Dryden press, 1954.

註2：方炳林，普通教學法，教育文物出版社，民國63年2月，P. 265.

註3：Shannon, C. E. and W. Weaver, The Mathematical Theory of Communication, Urbana: University of Illinois Press, 1963

註4：楊榮祥，思想傳播的模式，科學教育月刊第二十二期，師大科教中心，民國67年10月，P. 12－13.

註5：楊榮祥，探討式教學模式分析，科學教育月刊第二十三期，師大科教中心，民國67年11月，P. 17－26.

〔作者現職：國立臺灣師範大學生物系副教授〕

（上接23頁，百分位數和百分名次———個自學的循序教材（中））

A. 42

累積次數表

x_i	$cf_{(A)}$	$cf_{(B)}$
18	20	20
17	19	20
16	18	20
15	15	19
14	12	17
13	11	14
12	10	8
11	4	6
10	3	4
9	2	2
8	2	0
7	2	0
6	1	0
5	1	0

A. 75

B班各組的上限與下限

	B
16.5	
	16
15.5	
	15
14.5	
	14
13.5	
	13
12.5	
	12
11.5	
	11
10.5	
	10
9.5	
	9
8.5	
	8

A. 76

B班百分累積次數表

B	cf%
16	100
15	95
14	85
13	70
12	40
11	30
10	20
9	10
8	0

A. 81