

一則數學教學方法的討論記實

——關於低年級減法教材中求相差時 兒童列出小數減大數的算式問題——

林玉珍 | 國小數學實驗小組委員

壹、楔子

有關低年級的減法問題，所出現的情境，概略可分為兩個類型，一個是求剩餘的類型（也可說是拿走型），另一個是求相差的類型（也可說是比較型）。

由於求剩餘的類型和它的反運算——加法的關係密切（加法在低年級階段介紹了添加的類型和併加的類型），所以用它來介紹減法，兒童是能接受的，也不會感覺困難，但是當介紹到「求相差的問題」也用減法時，兒童的困難就出現了。假定問題是：甲數是7，乙數是5，問甲數比乙數多多少？兒童透過一對一對應的操作，知道甲數比乙數多2，而且能夠列出算式 $7-5=2$ 。但是如果換一個方式出題：甲數是5，乙數是7，問乙數比甲數多多少？兒童由於操作具體物，也能說出乙數比甲數多2，只是立式時却是 $5-7=2$ ，對於這個問題的指導曾困擾了不少實驗班的老師。

本文所記錄的是在一次臺北市實驗教材教學觀摩研究會裏，由王雪英老師提出來的有關減法教學的問題。為生動地表現討論的過程，筆者特將與會的實驗班老師、教授及臺北市數學科輔導員們的討論，用對答的方式寫出，以就教於各專家或實地教學的老師們，願在大家的切磋下能使我們的教學研究進入問題的核心部分。

貳、正文

時間：中華民國六十六年十一月十六日上午

地點：臺北市太平國民小學會議室

出席者：黃教授敏晃（臺大數學系教授，國民小學數學課程實驗計畫召集人）。

賴校長榮樹（臺北市太平國小校長）。

李校長訓別（臺北市永吉國小校長兼國民小學數學科輔導小組召集人）。

王雪英老師（太平國小數學科實驗班教師兼數學科輔導員）。

劉美娥老師（中山國小數學科實驗班教師兼數學科輔導員）。

楊麗鳳老師（銘傳國小數學科實驗班教師）。

張全嬌老師（東門國小數學科實驗班教師）。

林德純老師（古亭國小數學科實驗班教師）。

詹宏鈞老師（大同國小訓導主任、數學科實驗教材編輯）。

林玉珍老師（明倫國小教師、數學科實驗教材編輯兼數學科輔導員）。

王：在減法的教材裏，有關求相差的問題，兒童常常把「小的數」列在被減數的位置，而把「大的數」列在減數的位置。尤其在第一次

分段測驗裏（按第三冊），題目是把小的數先提出，再出現大的數，兒童就立出「小數減大數」的式子。有一程度很好的學生，他立出這樣的式子後發現「不能算」，我讓他再想想，他居然都沒想出把「大的數」寫在前面的方法，因此他困擾不已，最後他就亂填一個答數算了。我想請教一下，對於這種「小數減大數」的式子，如何向小朋友說明要寫成「大數減小數」呢？

珍：這個問題以前劉美娥老師也提過，我同她討論了一些方法，我們可以請劉老師談談她的經驗，或者大家一起討論看看。

劉：我上次發現這問題時，請教過林玉珍老師，她告訴我先用求剩餘的問題來指導減法，讓兒童對減法的式子熟習了，再引導到求相差的問題，我教的結果效果很好，不過仍有少部分兒童轉不過來。

黃：你所說的效果很好，是因為兒童做多了，記住了大數要寫在前面，或是兒童真的已經懂了呢？又你是如何引導到求相差的問題呢？我們可否提出「有3個橘子要給5個人，每人給一個，不夠幾個？」這樣的問題來指導呢？

王：黃教授所提的問題，大部分二年級兒童的想法會是 $3 + \square = 5$ ，而不會用 $5 - 3 = ?$ 的方法來計算的。

珍：兒童的困難不是不了解他操作的結果所表示的意思，而是他用 $3 - 5 = 2$ 的式子來表達兩者相差的數量，像這樣的問題，我們不能告訴小朋友 $3 - 5$ 不能減，因為到將來學了符號數（負數）時，它是可以減的，等於負2。我們能不能由劉美娥老師所說的先由求剩餘的方式來告訴小朋友，例如：我們無法從3個橘子裏面拿走5個，所以我們不這樣寫——「 $3 - 5$ 」，或者直接告訴兒童減法時我們把大的數寫在前面，不過這似乎還有問題，大家有什麼方法，請提出來互相研究看看。

楊：我是讓學生先把3個積木排在上面成一橫行，再把5個積木排在下面成一橫行，然後用一對一對應的方式拿走，學生知道是5個的多了2個。然後再一次把5個的積木排在上—行，把3個的積木排在下一行，讓學生知道還是5個的多2個。

黃：學生知道呀！他是知道5個比3個多2個的，只是他的表達形式是 $3 - 5 = 2$ 而已，我們的問題是如何讓學生知道把它寫成 $5 - 3 = 2$ 。

李：我想應該讓學生知道甲數比乙數多與乙數比甲數少是一體的兩面，講的是同一個事實，而且我們可以用甲數比乙數多來代替乙數比甲數少的講法，所以我們不寫 $3 - 5 = 2$ ，我們寫做 $5 - 3 = 2$ 。

黃：現在不是兒童不了解意思的問題，而是兒童翻譯的問題，兒童把它翻譯成數學語言，翻譯的形式不是我們想要的，他們用 $3 - 5 = 2$ 表達了3個和5個相差2個的事實。

珍：我們現在先確定一下兒童的困難在那裏，才能再進一步討論解決的方法。剛剛我們討論過的有下列三個類型的問題。

(1)當題目上問「甲數比乙數多多少？」時，兒童會寫成 $5 - 3 = 2$ 。

(2)當題目上問「乙有3個，再加多少才有5個？」時，兒童會寫成 $3 + \square = 5$ 。

(3)當題目上問「乙數比甲數少多少？」時，兒童會寫成 $3 - 5 = 2$ 。

現在有問題的是第(3)個類型，我們要想辦法讓兒童知道 $5 - 3 = 2$ 式子中的「2」是被減數減去減數後剩餘下來的（或說被減數比減數多出來的）。

黃：是不是在低年級我們就固定而且只問一種形式——「甲數比乙數多多少？」而不問「少多少？」

劉：我認為「求相差」這一類型的問題，從一年級開始就要多出現、多指導，只固定於一種形式就無意義了。

珍：我也是這樣想，如果不教這一種的基本類型，那我們就不能期望小朋友會做這類減法問題。如果因為它在指導上有問題就不教，那就失掉教育的意義了。

黃：根據剛才林老師說的，那就是要想辦法讓兒童了解減式的意義了。

詹：根據剛才李校長講的，我想可用「比較」的方法來指導兒童，當「甲數比乙數多」時，我們告訴他寫成 $5 - 3 = 2$ 。當「乙數比甲數多」時，若兒童寫成 $3 - 5 = ?$ 他會發覺不能算，然後才告訴他寫成 $5 - 3 = 2$ 。

楊：兒童在一年級時不會覺得 $3 - 5$ 不能算，他照樣寫成 $3 - 5 = 2$ ，剛剛王老師說他的學生會發覺不能算，那是二年級的階段，而且是好學生才會察覺有問題呀！

詹：或是當甲比乙多時，我們寫 $5 - 3 = 2$ ，當乙比甲少時，我們也寫成 $5 - 3 = 2$ ，讓兒童了解我們用一個式子表明同一事實的兩個說法。

劉：我同意詹老師所提的方法，讓兒童自己去「比較」兩者之間的異同。

珍：那就是說讓兒童了解乙比甲少就是甲比乙多，同樣的意思要用同樣的式子表示，也就是說我們用甲數比乙數多的式子就可以表示乙數比甲數少的問題，同時也要讓兒童知道 $5 - 3 = 2$ 是表示第一個數比第二個數多（大）2 的意思。

賴：為了讓兒童所學與以後的代數方法相謀合，可否讓兒童寫出 $3 - 5 = \text{少} 2$ 的式子呢？

衆：（點頭同意）。

黃：這種想法我是贊同的，但往往我們的問題是教師們能否接受的問題，因為這表現的形式與教師們自己過去所學的不同，就要造成很多的誤解與困擾。

李：那就在開始也寫出 $5 - 3 = \text{多} 2$ ，以與 $3 - 5 = \text{少} 2$ 相對照。

黃：我想「多」的部分不必寫了，只寫 $5 - 3 = 2$ 即可。

珍：我想我們的問題已經相當清楚了，再來需要的是各位老師回去的實際教學了，否則我們談論的也只是紙上談兵的方法而已，我們今天的收穫很大，雖然沒有解決要如何指導的問題，但我們把問題的癥結找出來了，我們就能對症尋找藥方或作預防了。

叁、感想

事後筆者將當時的討論內容告訴了邱教授守榕（按：教育學院科教系教授，國民小學數學科課程實驗研究委員），她提出了她的看法：如果我們寫出了 $3 - 5 = \text{少} 2$ ，當然可以表達所要表達的意思，但是這個意思要是用正式的算式來寫，就必須是 $3 - 5 = -2$ ，而對這個算式，現階段還是碰不得的，因為容易給人誤會，以為我們是要講有號數（負數）了，事實上我們最初的問題只是要比較 3 與 5 的大小而已，所以我們應該馬上告訴兒童說 $3 - 5 = \text{少} 2$ ，應該寫成 $5 - 3 = 2$ ，因為前者只是過渡階段的一種說法，不能看成算式。這樣，才能與我們的日常習慣用法相符，而且使我們真正享受到學習算式的好處——算式一方面是簡單而明確的語句，一方面又能把日常生活中表面不同但具有同樣內容的事象，用同一個式子表現出來。

筆者以為兒童在 $3 - 5 = 2$ 的式子中所表現的就是二數相差的絕對值，我們沒有指導正、負號的不同却又在表現形式上作了限制，兒童不懂便是理所當然的事。過去低年級教師們教學，在應用問題的指導上常覺得「甲數比乙數多多少？」或「乙數比甲數少多少？」的指導很困難，事實上檢討起來是我們沒有向兒童清楚地交代過「減式的意義」（不管求剩餘或求相差的問題都一樣）。

筆者回想過去指導小朋友做有關「乙數比甲數少多少？」的問題時，總是要兒童先就題目裏的說明，看看「誰比較多？」「誰比較少？」「是誰比誰多？」然後才要兒童立式，當時只是直覺這樣的方法可以幫助兒童立式，事實上就是在