

高中物理實驗設計一例：

由照度測定談帶靜電長導線與環狀導線所建之電場

沈青嵩 國立臺灣師範大學

一、前言

實驗在科學研究過程的重要性是每位自然科學研究者及自然科學教育者所深知的；宇宙的現象，乍眼一視似乎是錯綜複雜，漫無頭緒，可是用心觀測：四季更換，井然有序，日月運轉，有條不紊...，宇宙在混亂中似乎蘊藏著某種秩序。從事自然科學研究者即欲發現造物者控制宇宙的法則，從而了解自然，控制自然，造福人群。因此對每一項自然現象的了解與研究必然是從觀察著手，再佈置有意義的實驗，從觀察實驗所得之結論而啟發概念，晉升概念，進而提出模型；更由進一步的實驗設計去驗證模型、確定模型而獲得控制宇宙法則的定律、原理及最高層次的理論（Theory）①；科學成長的特徵本來就具有實驗性的②。

對於自然科學的學習如物理，亦莫不強調科學過程的重要性，自西元 1956 年美國大力著手科學教育之改革後世界各國對中學物理教材之編纂均起了革命性之變化，要求學生在教師輔導下，利用周遭容易取得之器材佈置實驗觀測自然現象；觀之我國現行國中高中物理教材亦復如是，如現行部頒高級中學物理科課程標準（自然組）目標之第二條「啟發學生從觀察、實驗、操作等各種活動中培養其鑑賞力、創造力與研究興趣」即是明證，教材大綱亦以美國 PSSC 為藍本，從實驗之觀測出發建立物理模型，再借助數學的引導，提高其抽象度以解釋自然現象。

受過專業訓練的物理教師莫不知道實驗教學的重要性，大家也很想確確實實的做好它；可是大家經常面臨一個共同的困難，如何利用實驗室現有的設備或周遭易取的事物去幫助學生或自行設計一個富有意義的實驗？尤其輪到輔導學生參加富有教育意義的科學展覽時，這個問題更具有迫切性和壓力感。筆者覺得除了自身平素多參閱有關參考資料及學術性刊物外，教學餘暇用心思索必有所得，一有所獲立刻自己嘗試改進，有了結果應即在國內有關刊物如科學教育月刊發表，互收啟發參考之效，畢竟個人的能力是有限的，你一點心得，我一些見解匯積起來的效果不是加成性，而是倍數性的，利人利己，何樂不為？外國就有許多學術性刊物關有專供教師發表此類心得之專欄，非常具有啟發性，教師們充分利用蔚為風氣。本文乃筆者站在這個立場上發表，希望能拋磚引玉，共同為物理教育盡一份心力。

電場對初學電磁學的學生而言是很重要的一個概念，現行高中物理教材對電場的討探及應用份量極重，部頒課程標準教材大綱中亦列有「靜電場」一節，對於不同幾何形狀的帶靜電導線所建電場之學習除了在日常生活上有其實際應用價值外，更可引導學生驗證平方反比定律之正確性，翻開現在高級中學自然組採用的物理教科書，尚有圓形導線及載流直導線所建磁場之討論③，筆者本文乃對帶靜電的上述兩種幾何形狀之導線所建電場做一理論與實驗之比較研討。唯電場的直接量度頗為不易，從電場的定義只要取一試驗

電荷 (Test charges) 量度在場電荷 (Field charges) 所建之電場空間中所受之力大小與方向即可求得；

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

然而最少有兩項困難存在：(1)場電荷與試驗電荷不易保存定量，很容易在空氣中逃逸；(2)容易受空間中其他電場的影響；換言之，孤立此系統非常不易，不是一般中學實驗室所能辦到；再說設計一項直接測量受力而靈敏度夠的實驗所費不貲，由於照度與電場在物理的定義上完全相似，對點光源與點電荷而言，兩者均遵守平方反比律④，不同幾何形狀之光源對空間中某一點之照度在數學上導引跟同種幾何形狀之帶靜電導線所建電場完全一致，而相對照度在一般實驗室是很容易測定的，蓋利用光電效應光的強度 (Intensity) 很容易用電流大小來刻度，佈置暗室亦屬輕而易舉。因此利用光相對強度測定的結果完全可套用在電場上，而解決了前述的困難。

本文目的為：(1)測定直線長光源及環狀光源之相對照度；(2)探求上述兩光源之照度與距離之函數關係；(3)比較實驗值與理論值，進而驗證平方反比定律。

二、理論

平方反比定律在物理學或其他自然科學領域中是非常重要的，如萬有引力定律及庫倫電力定律就是宇宙中兩大基本定律，許多深奧的物理定律均以該兩定律為起點而導出的。點光源的照度，嚴密的實驗中已獲得證明，它也合乎平方反比定律③。在理論上也不難了解：假設光源的發射功率保持定值，七秒後光子將均勻散佈在以點光源為圓心，半徑為 r 的球殼上，照亮的物理意義為單位時間、單位面積所接受的能量，(或單位面積所接受的功率)由於球殼的表面積為 $4\pi r^2$ ，所以照度工依據定義，可以以數學形式表之如下

$$I = k \frac{P}{4\pi r^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中 P 為點光源之發射功率， r 為測定照度點與光源之距離， k 為與光源及距離無關之比例常數。由方程式(1)明顯地可看出照度與距離的函數關係合乎平方反比律。

現在從(1)式出發分別導引直線光源與環狀光源之照度：

(1)直線光源：

為了數學上及實驗上的方便，只考慮在直線光源的垂直平分線上各點的照度，假設線光源各點發射功率均為相同，由圖 1 可知：線光源之微小部份 Δy 可視為點光源，對 P 點照度的貢獻為

$$\Delta I = C' \frac{\Delta y}{S^2}$$

C' 為常數；整條直線光源

對 P 點之照度應為

$$I = 2C' \int_0^A \frac{dy}{S^2} \cos \theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

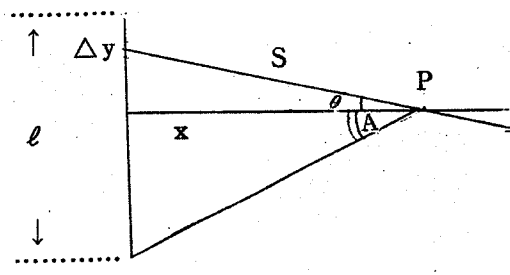


圖 1：直線光源之照度

式子右邊引進 2 是因為對稱的關係， $\cos \theta$ 則因只有垂直於記錄器的分量方能被儀器量度，角度 A 如圖 1 所示。從幾何關係很容易看出

$$Y = X \tan \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$S = X \sec \theta \quad \dots\dots\dots (4)$$

對(3)式微分後代入(2)，並由(4)式很容易將(2)式簡化成

$$\begin{aligned} I &= 2C' \frac{1}{x} \int_0^A \cos \theta d\theta \\ &= \frac{C \sin A}{X} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

X 如圖一所示，為記錄儀與光源之距離。

若 X 與光源長度 l 相比甚小時，則 $\sin A$ 接近於 1，則(5)式可改寫為

$$I = \frac{C}{X} \quad \dots\dots\dots (6)$$

即 I 與 X 成反比。

(2) 環狀光源：

如同上述之理由，只考慮圓心軸上任一點之照度；圓周上一小段光源 Δy 可視為點光源，其對 P 點照度之貢獻為

$$\Delta I = \frac{K \Delta y}{S^2}$$

P 點之總照度由圖 2 知

$$I = K \oint \frac{\cos \theta dy}{S^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

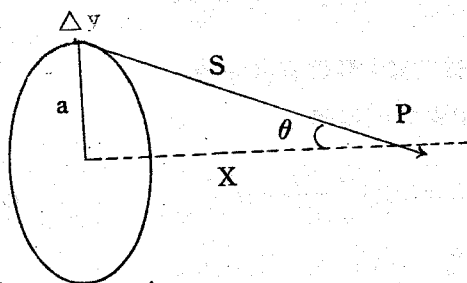


圖 2：圓形光源之照度

式中 K 為常數， S 及角度 θ 如圖 2 所示。 $\cos \theta$ 的引入是只有垂直於記錄器的分量方可由儀器查覺。從幾何關係上，我們很容易看出

$$\cos \theta = \frac{X}{(x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$S^2 = a^2 + x^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

將(8)、(9)式代入(7)式即可化簡為

$$I = \frac{KX}{(x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \oint dy = \frac{2\pi Kax}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

a 為圓環之半徑， X 為圓心與欲測照度點之距離；由於本實驗半徑 a 保持不變， $2\pi Ka$ 可用另一常數 C 來代表，即

$$I = \frac{CX}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

在特殊情況下，若測試點在軸上很遠之一點，即 $x \gg a$ ， $\frac{a}{x}$ 可視為零，則(10)可化簡成

$$I = \frac{C}{x^2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

照度與距離的平方成反比，形同點光源，蓋因從

高距離下視，環狀光源可視為點光源之故。

三、儀器裝置

本實驗所用之直線光源為長 234.5 cm 之 120V, 100W 日光燈，光管直徑為 5cm；環狀光源外徑為 20cm，內徑 17.8cm 之 120V, 60W 日光燈，平均半徑為 18.9cm；相對照度的量度是採用加瑪科學儀器公司 (GAMMA SCIENTIFIC INCORPORATED) 產品 Model G-3 之光量計 (PHOTOMETER)。

為了實驗之精確性，所有數據的求取均在暗室進行，光源的功率需維持定值，所以最好選在甲電較少的時刻進行，則電壓較為穩定，必要時可加電源穩定器，以維持固定電壓，為了確實維持光量計的偵測器 (Detector) 在軸上，可架設一高支架及鉛垂線，以茲調整。

數據分析，部份利用電腦處理，程式係自行設計，所用之電腦為 HP 3000，若限於環境亦可改用計算機代替，唯過程較為繁瑣而已。

四、結果與討論

本文所欲探討的是照度與距離的關係，所以必須測量之數據為距離與照度，照度因儀器關係所測得之數據為相對照度。直線光源之數據如表一，表一係經輸入後直接由電腦打出的結果；第一欄距離 X ，垂直平分線上與光源之距離，單位係厘米，為實測值；第二欄為相對照度，因係相對值，儀表上只有刻度 (scale) 而無單位，亦為實測值；第三欄為 $SIN A$ 之值，由圖 1 可知 $SIN A$

$$= \frac{l}{2(x^2 + \frac{l^2}{4})^{\frac{1}{2}}} \quad \text{第四欄 } C_1 \text{ 為(5)式之 } C = \frac{I \cdot X}{\sin A} \text{ 之}$$

值，第五欄 C_2 為(6)式之 $C = I \cdot X$ 之值；第三、四和五欄之值均係計算值；由第二節的討論，很明顯地， C_1 及 C_2 應為常數，觀察表一，在實驗誤差範圍內可說合乎上述的結論；為了進一步討論，做 I 對 X 的函數圖形，由方程式(6)式可知應為轉 45° 之雙曲線，圖 3 即直線光源相對照度 I 對

距離 X 的函數圖形，確為雙曲線；對方程式(6) I

$$= \frac{C}{X} \text{ 兩邊取以 } C \text{ 為底之對數得}$$

$$\ln I = \ln C - \ln X$$

做 $\ln I$ 對 $\ln X$ 的函數圖，應為斜率 -1 的直線，
圖 4 即為 $\ln I$ 對 $\ln X$ 的函數圖，更進一步利用

電腦的線性最小均方程式 (linear least squ-

ares fitting program) ⑤—⑥ 可發現此直線的
斜率為 -0.999623 非常接近理論值 -1，表二
是電腦輸出的答案，表中 X 代表距離，Y 表相對
照度 I。總之，由以上之討論，我們獲得之結論
為：直線長光源垂直平分線上的照度與距離成反
比，與(6)式之理論預測完全相符。

表一：直線長光源照度數據及分析

DISTANCE X	I (OBSERVED)	SIN A	C1 = IX / SIN A	C2 = IX
3.8	96	.841187	433.673	364.8
4	93	.841157	442.248	372
4.6	84	.841056	459.423	386.4
5.6	76	.840855	506.151	425.6
6.7	69	.84059	549.971	462.3
7.6	60	.840338	542.639	456
9.5	50	.839702	565.677	475
11.6	41	.838836	566.976	475.6
14.3	34	.837474	580.555	486.2
16.9	29.5	.835901	596.423	498.55
20.1	24.5	.833616	590.74	492.45
23.4	21	.830866	591.431	491.4
27.5	17.5	.826904	581.99	481.25
32.7	14.5	.821046	577.495	474.15
39.9	11.5	.811484	565.446	458.85
46.3	9.5	.801685	548.657	439.85
54.9	8	.78682	558.196	439.2
60.1	6	.777012	464.086	360.6
68	5.5	.761126	491.377	374
73.5	5	.749487	490.335	367.5

表二：長直線光源 $\ln I$ 對 $\ln X$ 之斜率為 -0.999623

X	Y	LN X	LN Y
4.6	84	1.52606	4.43082
4	93	1.38629	4.5326
3.8	96	1.335	4.56435
5.6	76	1.72277	4.33073
6.7	69	1.90211	4.23411
7.6	60	2.02815	4.09435
9.5	50	2.25129	3.91202
11.6	41	2.45101	3.71357
14.3	34	2.66026	3.52636
16.9	29.5	2.82731	3.38439
20.1	24.5	3.00072	3.19867
23.4	21	3.15274	3.04452
27.5	17.5	3.31419	2.8622
32.7	14.5	3.48738	2.67415
39.9	11.5	3.68638	2.44235
46.3	9.5	3.83514	2.25129
54.9	8	4.00551	2.07944
60.1	6	4.09601	1.79176
68	5.5	4.21951	1.70475
73.5	5	4.29729	1.60944

BEST SLOPE BEST INTERCEPT LN OF BEST INTERCEPT
- .999623 435.84 6.07727

DRAW THE BEST LINE THROUGH THE FOLLOWING COORDINATES

X	Y
4.6	94.8023
73.5	5.9394

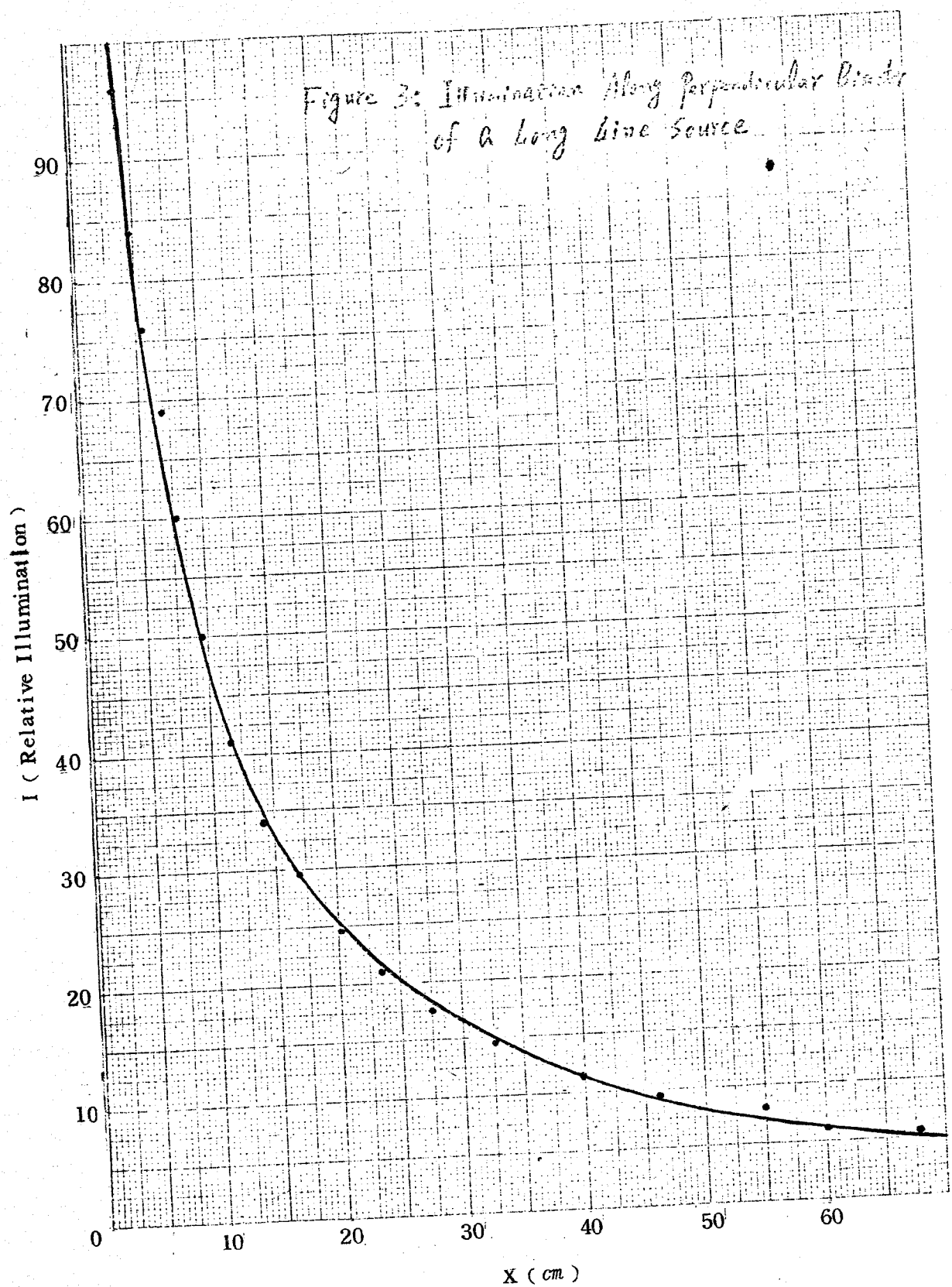


圖 3：直線光源沿垂直平分線上之照度

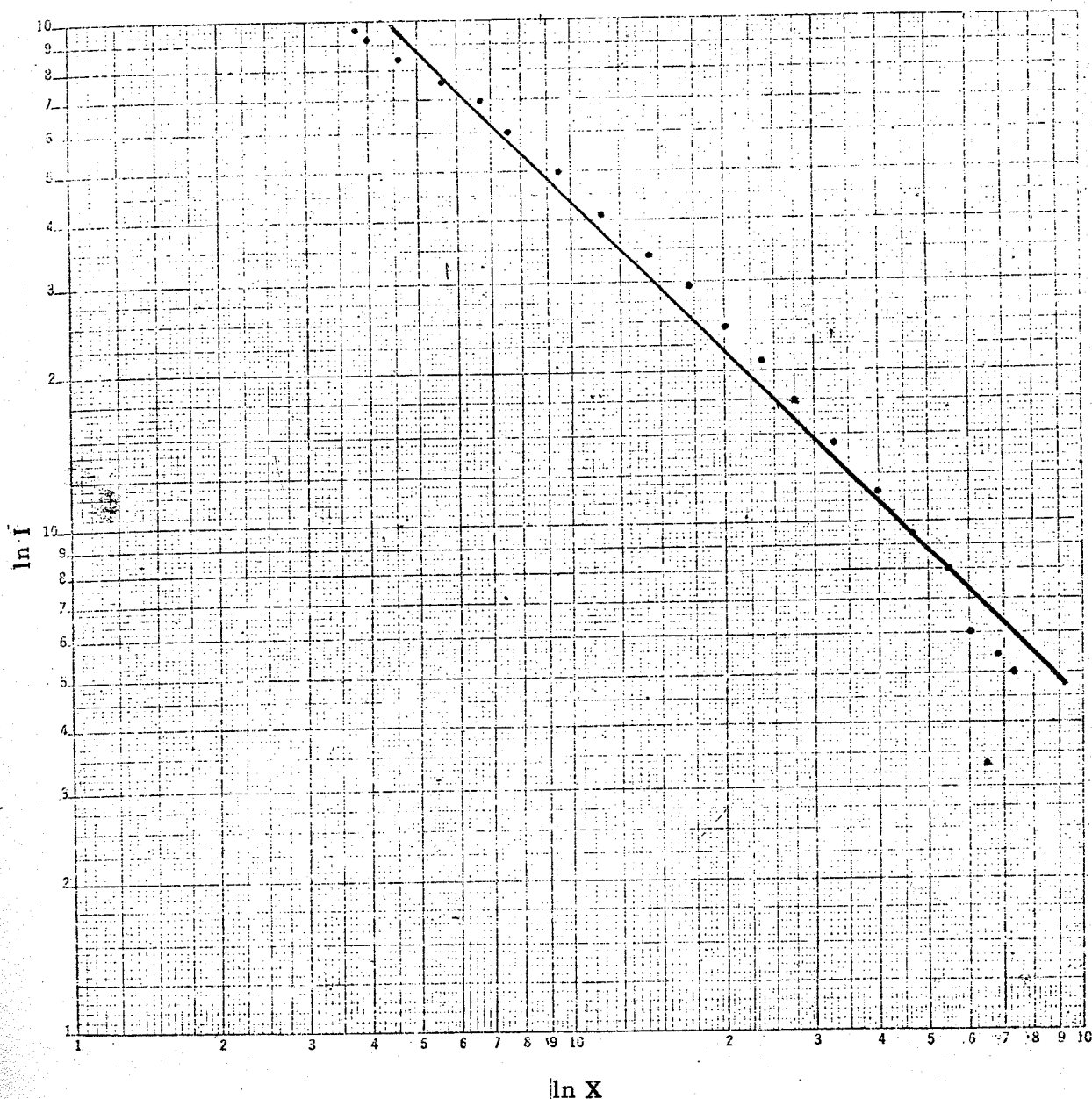


圖 4：直線光源沿垂直平分線上之照度： $\ln I$ 對 $\ln X$ 圖

環狀光源之相對照度，其數據如表三，表三第一欄為距離 X 規定如圖 2；第二欄為測得之相對照度；第三欄為由(10)式計算出來的照度理論值

但略去常數 C ，即 $I(\text{Theory}) = \frac{X}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$ ，

1.81932 E-05 即 1.81932×10^{-5} 之意；第四欄 C 值為照度測定值與理論值之比，應為常數；觀乎表三第四欄的比值 C 似乎不為常數，尤其 x 小於 70 厘米時偏差更大，這可能是理論式(10)的導來只考慮一度空間，而實際光管是三度空間的關係，所以距離越小，影響越大；另一原因可能是

Detector 很難對準軸心之故。不過在 x 大於 70 cm 情況下， C 值在實驗誤差範圍內可視為定值。相對照度 I 對距離 x 的函數圖形如圖 5。

方程式(11)是 $x \gg a$ 情況下的理論式， $I \propto x^{-2}$ ，從圖 5 我們也看出了此項趨勢， x 值越大，曲線越接近平方反比之曲率。表四是利用電腦 $\ln - \ln$ 線性最小均方程式 ($\ln - \ln$ linear least squares fitting program) 打出來的結果，也就是將(11)式對 e 取對數，

$$\ln I = \ln C - 2 \ln x$$

求 $\ln$ 對 $\ln x$ 直線之斜率，理論值為 -2。當我

們取 x 最大的 14 個數據運算時 ($x/a \geq 5$)，斜率為 -1.66 ；取最大的 10 個數據運算時 ($x/a \geq 7$) 斜率為 -1.73 ，取前 7 個數據 ($x/a \geq 8$) 斜率為 -1.77 ，直線之斜率趨近於理想值，因此我們可推論當 $x \gg a$ 時，斜率必等於 -2 ；換言之，若環之半徑遠小於 x 則環狀光源可視為點光源，而照度與距離的平方成反比。

從本實驗所獲之結論，如前所述可完全運用到電場上去，換言之，帶靜電直線長導線垂直平分線之電場與距離一次方成反比；帶靜電環狀導線軸上之電場亦如理論所示，而且當 $x \gg a$ 時，環狀帶電體可視為點電荷，其電場符合平方反比律。

表三：環狀光源之照度及分析

DISTANCE X	I(OBSERVED)	I(THEORY)	$C = I(O)/I(T)$
233.3	9.5	1.81932E-05	522172.
224.9	10	1.95630E-05	511168.
205.6	11	2.33599E-05	470892
185.2	14.1	2.87057E-05	491191.
174.4	16	3.23073E-05	495244.
164.8	17	3.61054E-05	470844.
156.9	18.5	3.97529E-05	465375.
149.7	19.9	4.35767E-05	456666.
141.5	22	4.86370E-05	452331.
132.6	24.9	5.51837E-05	451220.
124.3	27.5	6.25414E-05	439709.
115.7	31	7.18088E-05	431702.
109.7	33	7.95300E-05	414938.
94.5	40.5	1.05581E-04	383591.
85.9	46	1.26246E-04	364369.
79.5	51	1.45697E-04	350042.
72.7	57	1.71525E-04	332314.
68.5	61	1.90907E-04	319527
62	68.5	2.27682E-04	300858.
55.9	74	2.72060E-04	271999.
52.8	77	2.99360E-04	257216.
44	80.5	4.00670E-04	200913.
38.5	76	4.88006E-04	155736.
34.4	69	5.68900E-04	121287.
29.9	57	6.75570E-04	84373.2
26.9	47	7.57045E-04	62083.5
22.5	35.5	8.86787E-04	40032.2
21.2	30	9.25354E-04	32420.
7.8	12	9.12540E-04	13150.1
1	10	1.47500E-04	67796.4
17.7	24	1.01947E-03	23541.6

表四：環狀光源 $\ln I$ 對 $\ln X$ 直線斜率分析

(1) X	Y	LN X	LN Y
233.3	9.5	5.45232	2.25129
224.9	10	5.41566	2.30259
205.6	11	5.32593	2.3979
185.2	14.1	5.22144	2.64617
174.4	16	5.16135	2.77259
164.8	17	5.10473	2.83321
156.9	18.5	5.05561	2.91777
149.7	19.9	5.00863	2.99072
141.5	22	4.9523	3.09104
132.6	24.9	4.88734	3.21487
124.3	27.5	4.8227	3.31419
115.7	31	4.751	3.43399
109.7	33	4.69775	3.49651
94.5	40.5	4.5486	3.7013

BEST SLOPE BEST INTERCEPT LN OF BEST INTERCEPT
 -1.66118 81515.8 11.3086

DRAW THE BEST LINE THROUGH THE FOLLOWING COORDINATES

X	Y
233.3	9.49953
94.5	42.6273

> RUN NSPLS3.PUB

NSPLS3

THIS IS A LINEAR STRAIGHT LINE LEAST SQUARES PROGRAM

DO YOU NEED INSTRUCTIONS? TYPE YES OR NO FOLLOWED

BY CARRIAGE RETURN? NO

1, 2, OR 3? 2

NUMBER OF POINTS? 10

O.K.'S? NO

SUPER-EGO STRIKES AGAIN

NOW ENTER DATA POINTS

? 233.3, 9.5

? 224.9, 10

? 205.6, 11

? 185.2, 14.1

? 174.4, 16

? 164.8, 17

? 156.9, 18.5

? 149.7, 19.9

? 141.5, 22

? 132.6, 24.9

ALL O.K.? YES

(2)	X	Y	LN X	LN Y
	233.3	9.5	5.45232	2.25129
	224.9	10	5.41566	2.30259
	205.6	11	5.32593	2.3979
	185.2	14.1	5.22144	2.64617
	174.4	16	5.16135	2.77259
	164.8	17	5.10473	2.83321
	156.9	18.5	5.05561	2.91777
	149.7	19.9	5.00863	2.99072
	141.5	22	4.9523	3.09104
	132.6	24.9	4.88734	3.21487

BEST SLOPE BEST INTERCEPT LN OF BEST INTERCEPT
 -1.72733 114922. 11.652

DRAW THE BEST LINE THROUGH THE FOLLOWING COORDINATES

X	Y
233.3	9.33778
132.6	24.7787

(3)	X	Y	LN X	LN Y
	233.3	9.5	5.45232	2.25129
	224.9	10	5.41566	2.30259
	205.6	11	5.32593	2.3979
	185.2	14.1	5.22144	2.64617
	174.4	16	5.16135	2.77259
	164.8	17	5.10473	2.83321
	156.9	18.5	5.05561	2.91777

BEST SLOPE BEST INTERCEPT LN OF BEST INTERCEPT
 -1.74643 127316. 11.7544

DRAW THE BEST LINE THROUGH THE FOLLOWING COORDINATES

X	Y
233.3	9.32141
156.9	18.6371

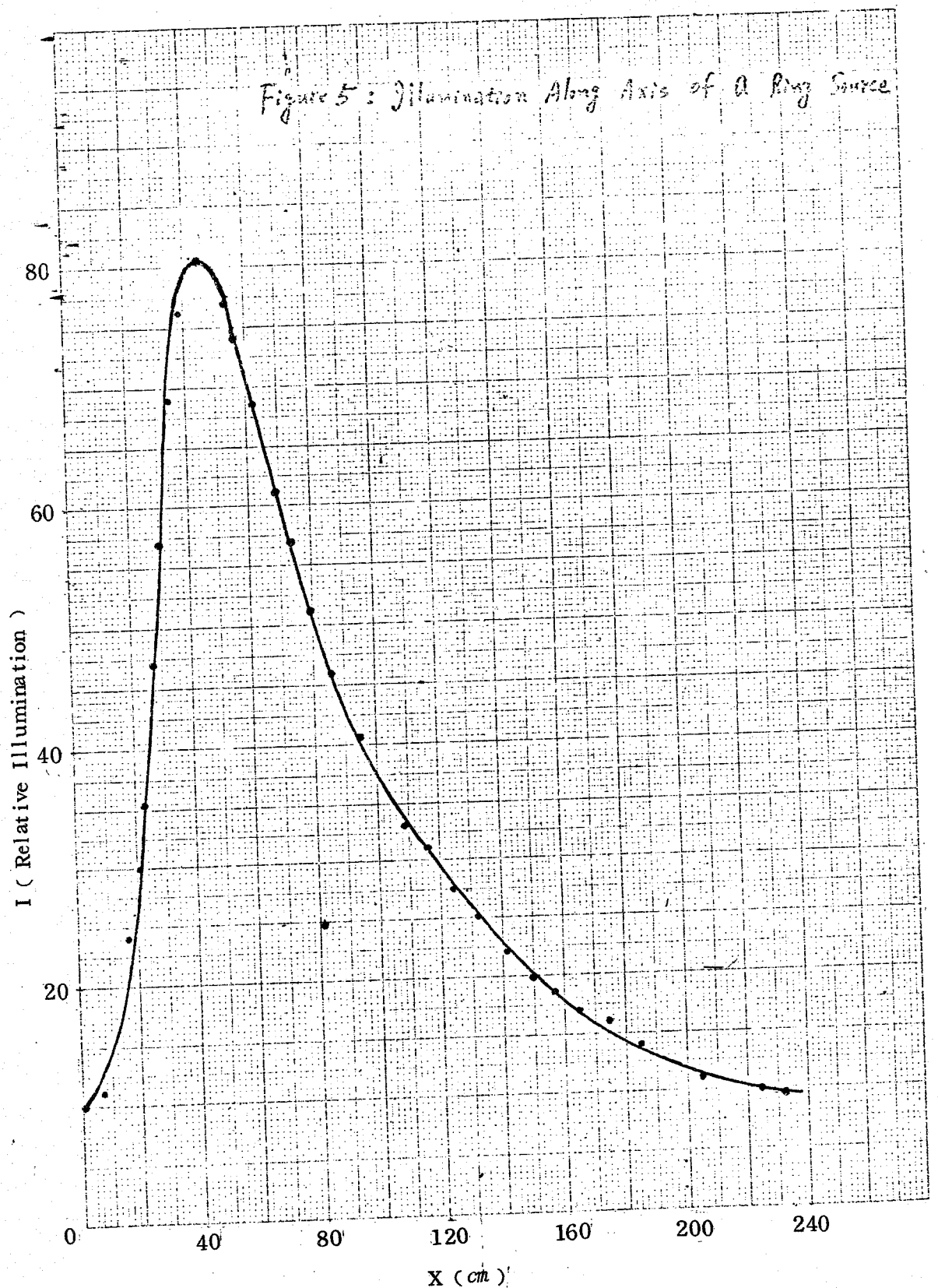


圖 5：環狀光源軸上各點之照度

五、參考資料

- ① 趙金祁 (1975) 科學概念之形成與分析, 中美技術, 20, 1, 13-18
- ② 郭鴻銘 (1976) 科學素養之涵義, 科學教育月刊, 創刊號, 10
- ③ 吳友仁 (1974) 高級中學物理學, 東華書局, 下冊 216-217 (下接 67 頁)