

蘇俄的初中數學課程

薛昭雄 國立政治大學 陳俊生 臺灣省立教育學院

(一)

自一九七〇年開始，蘇俄的中小學校均分為十個年級，並分成三個階段；第一階段為三年，第二階段為五年，第三階段為二年。本文所提及的僅為相當於我國國中年級之課程。由於在蘇俄入小學一年級的年齡，通常為八歲，因此，顯然地，在四年級時，大約為十一歲。如與我國比較，（由於他們只有十年，而我們為十二年）我們覺得他們的五年級到八年級，足可供我們參考，但為了完備起見，因此對四年級的課程，亦一併的列出。

蘇俄學校教育，每學年為三十五週，每週有六節數學課，每節為四十五分鐘，五年級第二學期以後，數學大約分為代數與幾何兩部份來教，其每週鐘點分配，大約如下表：

	五年級	六年級	七年級	八年級
	下	上下	上下	上下
代數	4	4 4	4 3	4 3
幾何	2	2 2	2 3	2 3

(二)

八年級以後的年級所被計劃的課程分配，沒有列出來（在一門課程後括號內的數字代表它所分配的節數）

四年級（唸完後的平均年齡約 11 歲）

(a)自然數(74)：十進位、羅馬數字、半數線(number ray)、自然數的(四則)運算、等式、度量衡。

(b)整數(40)：正、負數，零，數線、數線上兩點的距離，通常表示法的圖解（預習笛卡兒坐標

），帶有整數的運算，基於相等性的質方程式解。

(c)十進小數(60)：小數、十進記數法的推廣，帶有十進分數的運算，長度、面積、體積的測量、近似與捨入。

(d)幾何的基本概念（二十四節分散在整個學年中）。

五年級

(a)代數：代數公式；冪方簡介(30)，笛卡兒坐標；線性函數，有兩個未知數的聯立線性函數(30)，多項式(40)，數與多項式的可除性(48)。

(b)幾何：軸對稱(20)，三角形(30)。

六年級

(a)代數：有理數與代數表示法(80)，函數與變數；反比例(22)，實用的計算(30)。

(b)幾何：平行線；中心對稱(26)，四邊形；位移。

高年級中專攻數學的臨時性課程

(a)代數與基本函數：二次線性函數與不等式(20)，基礎線性代數(14)，有理指數的冪方(26)，指數與對數函數(20)，複數(20)，多項式；代數方程式(30)，集合與邏輯；組合(16)，機率與統計(26)，數列、極限(20)。函數，函數的極限與連續的一般概念(20)，導數及其應用(59)，積分(40)，微分方程式(14)，數與式的級數；函數的近似值(25)，物理方法上的應用(20)，向量(10)，三角函數(56)，問題解答要點重述(30)。

(b)幾何：解析法(47)，三角問題(15)立體

幾何的基本概念(40)，多面體(24)，旋轉所產生的立體幾何(20)，長度、面積、體積(30)，問題解答、要點重述(25)。

七年級

(a)代數：聯立線性方程式，系統的處理(50)，計算尺(20；分配在相當的其他課程)，實數；冪方與根；畢氏定理二次方程式(45)。

(b)幾何：圓；旋轉(40)，內接與外切多邊形(13)，多邊形的面積(30)。

八年級

(a)代數：二次函數、方程式、不等式(50)(不等式的概念是在四年級至八年級中引入)，聯立方程，非線性方程的推廣(20)，函數與圖形及其應用(30)，要點重述(15)。

(b)幾何：相似(45)，角度 $0\sim 180^\circ$ 的三角函數(25)要點重述(13)。

高年級(九、十)的臨時性課程

(a)代數與基本函數：冪函數(10)，數列(16)，函數及其圖形；導數(40)，向量(6)，三角函數(60)，指數與對數函數(30)，積分(15)，機率與統計(25)，數的觀念的推廣(10)，要點重述(19)。

(b)幾何：解析法(26)，立體幾何的基本概念(40)，多面體(19)，旋轉所產生的立體幾何(25)，體積(30)，問題解答，要點重述(25)。

(三)

以下為最後訂案的注意事項，與總括意見：

(1)中等學校數學的學習目標

a.灌輸在日常生活中，身為現代社會之一份子所必要之數學知識的學習。

b.於學校生活上，配合其他學科所必要數學知識之學習。

c.在學校畢業後，能獨立學習所必要數學知識之學習，在一般科學，技術文獻之閱讀，必需具有十分熟練的數學知識。數學的學習，對學生智能的發展，理論的思考，想像力，發明才能

的伸展有相當大的意義。

7~10年之選修課目的導入，是為數學及以數學為基礎的科學，技術等分野有特別興趣的學生而設。因之這一選修得配合課程上之必要課目，調整其內容。

(2)此教育課程是為編寫新教科書為目的，並做為實驗教學之依據。基於這些經驗，對新教育課程，在全國使用之前做一次細部的精煉。因此公布之教育課程，就是為獲得若干教育課程上及給學校教師們對改革數學教育新內容之準備。

(3)一般地說，過去所實施之代數課程，如「函數概念的初步導入，是19世紀末之成果」，因之新教育課程之編寫，自然應有適當之篇幅導入微分與積分之概念。除外對現代數學及應用(伴隨現代計算技術)上所應具之數學理論與集合初步概念之理解的任務，更應重視。還有，在物理教育上具有相當重要角色之向量，與所有幾何課程上較簡單的向量作圖之實現性之概念，亦不得疏忽。新教育課程上微分初步，是9年級開始導入，其後廣泛應用，因之對以往不用微分所學習之一些問題，現在用微分概念之教學，就能夠顯得較得心應手(如函數曲線，軌跡等)。積分概念是第10年才導入，導入後，可利用在體積的計算上。向量，是從第七學年開始導入，在第八學年之物理課程裏給於廣泛之應用。第九學年之向量，在立體幾何上，使課程內容之學習簡明而理論明確，不會產生敷衍之論據。

(4)對於數學教學具有最大意義的，是歸納法及演繹法。而這二者應在教學上做適當的配合。低學年(四學年)是歸納法的學習，特別是由經驗之事實的確認，歸納法扮演著相當重要之基本角色。其中包括有學生之直接的實際經驗。譬如，在幾何上，為了達到認識某一圖形之目的，讓他們從紙上剪取圖形，或採其他方法來廣泛的利用。

依經驗而言，在學習的初期階段，用豐富內容，並易了解的歸納法，來確認事實，不如用形

式的演繹法來得容易學習。

一般而言，過早給學生記憶演繹方法，不僅對學生之論理思考力無助，反而有點阻礙其發展，甚至長期的妨害其發展。在教育課程裏，演繹思考力之培養，是期望在教學之任何階段裏隨時考慮，但是演繹法的認識是漸進的，因此逐漸地引入較好。

今後，我們希望加重演繹法所擔負之角色。數學科之教育課程，在應教學之時間內，能給予充分的演繹證明，構成演繹的科學理論，作成科學公理思想體系之正確概念等之良好教學習慣，以便獲得良好而自然的演繹概念。但是我們不希望僅追求表面的「嚴密」，這個最好能避免。

(5)這一教育課程，是考慮銜接其他科目的學習編寫而成的；特別是高年級之物理課程的學習所必需的知識，更需要加強數學。因此四～五年導入最簡單的文字式，五年級引入負數的概念。以便接上六年級物理之教學。到八年級時，應把向量所需之必要預備，知識及演算問題熟習。譬如：變速運動之速度的概念，可將數學上微分概念，引入物理學上。這樣，在數學教學之時，能夠選出物理內容之問題來討論。第七年級之近似計算，及第八學年加強計算方法，是促進其他學科之訓練與數學之關連。

土地測量之作業，到第七年才明確的說明，但事實上，希望從第四學年開始，就能逐漸的接受這些概念。這一概念之廣泛的應用，在其他科目是在第七學年（平板測量，面積測量），第八學年（三角函數的應用，三角法的解法）等。

(6)要達成計算技術的熟練，應充分的練習簡單問題，而應該避免的是只為少數同學之興趣的那些複雜問題之練習問題。在公式之記憶方面，盡量培養學生慣於利用查閱公式之習慣。

(7)數學課程之理想的內容擴充，並不要在大幅度增加時數下實現。對四～五年級之代數與幾何的基本事項，希望能夠較往日之教育，提早教給

學生。這已有充分之實驗，證明其可能性。

這一教學的準備，是促使次年之代數與幾何的學習能夠有快速的學習效果。在如上述所節省下來的時間，對以往傳統之學習問題之說明（特別是函數圖，函數的研究，與體積的計算）等，可用以教學微分、積分之基本知識及幾何向量，而在傳統教材中較不重要部份，即予刪去。如代數中的「複素數」這一單元，即可完全刪去（這些單元放在教材裏，還不如增加篇幅及內容，做為第九，第十學年選修之「數學之補充與研究問題」的單元較佳。

(四)

由以上所述，我們觀察蘇俄課程之後，下面幾點觀點，也許值得提出來研究和討論：

(1)複數及數系的推廣觀念，他們僅在高年級中來加以處理，因此對我們國中而言，複數之交代，或許有加以省略之必要！

(2)二次方程的處理，他們是安排在七年級，這相當於我們的初三或高一，而我們却出現較早孰優孰劣，實有待斟酌。

(3)函數與變數觀念處理，據作者了解，他們實與比例取得連繫，目前我們國小的新課程，已採取上述方向，國中如何來延伸這種觀念，或許值得大家考慮。

(4)蘇俄教材中，代數與幾何份量之比，大約為4：2，各年分配之教材亦如此，如何能將此種分式分配到我們教材之中，也是應加考慮的。目前我們現行第五冊之全部為幾何教材，是否明智？倒不失為一研討之主題。

(5)數列教材雖為函數之一部份，目前我們却列為選修，而蘇俄却安排在高年級中，是否可加以採取？而不在國中去教？

(6)集合並不出現於課程綱要中，這是比較新穎的。

(7)要點重述的形式，是蘇俄課程的特點之一，這似乎是足為我們借鏡的。