即 n 可分解成有限個正的質因數的乘積。

以上我們所證明的事實就是整數論中所謂的算術基本定理（Fundamental Theorem of Arithmetic），即任意大於 1 的整數 n 均可分解為有限個正質因數的乘積，$n = p_1 \cdot p_2 \cdot \cdots \cdot p_m$。若不計較質因數 p_1，p_2，…，p_m 出現的次序，則其分解具有唯一性，換句話說，若

$$n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \cdots \cdot p_m = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \cdots \cdot q_r$$

則 $m = 1$ 且 $p_i = q_i$，$i = 1, 2, \cdots, m$（證明！參閱〔1〕）。

當我們在判斷正整數 n 是否為質數時，我們要檢驗 n 是否含有大於 1 而小於 n 的因數。在公元 1638 年整數論的大家 Fermat 發現：在判斷 n 是否為質數時，只要檢驗 n 是否含有大於 1 而小於或等於 $\sqrt{n}$ 的因數即可。根據算術基本定理，我們可以推論：在判斷 n 是否為質數時，只要檢驗 n 是否含有大於 1 而小於或等於 $\sqrt{n}$ 的質因數即可。我們將上面 Fermat 的發現總結為下列定理：

［定理］設正整數 n 有一個正的質因數 p，且令 $n = p \cdot k$。若 $p^2 > n$ 且 q 為 k 的任意質因數，則 $q^2 < n$。

證明：因 q 為 k 的因數，故可令

$$k = q \cdot l \text{，式中 } l \text{ 為正整數。}$$

今由 $n = p \cdot q \cdot l$ 得

$$n^2 = p^2 \cdot p^2 \cdot l^2$$

但已知 $p^2 > n$，故得

$$q^2 \cdot l^2 < n$$

因此，$q^2 < n$.

在上面定理的證明中，我們並未用到 p，q 是質數的條件，因此把 p，q 為質數的條件寬除後本定理仍然成立。

現在讓我們回到 Eratothenes 的濾套。設 k 為小於100的任意正整數。若 k 不是質數，則 k 必有小於或等於 $\sqrt{k}$ 的質因數，但

$$\sqrt{k} \leq \sqrt{100} = 10$$

因此，k 必有小於或等於 10 的正質因數。故 k 必為小於或等於 7 的正質數中的某些正質數的倍數。因此 k 必會在 Eratothenes 濾套的過程中被畫掉，而剩下來未被畫掉的必定是質數。這就是 Eratothenes 濾套的理論根據，而問題（二十二）也得到了解答。

參考資料

〔1〕Johnson, R.E. First Course in Abstract Algebra, Printice-Hall, 1958.

〔2〕Krulik, S. A Mathematics Laboratory Handbook for Secondary School, W.B. Saunders Company, 1972.

〔3〕Long, C.T. Elementary Introduction to Number Theory, D.C. Heath and Company, 1966.

升學主義壓力影響科教推展

本社

主持第一屆科學教師評審的召集人，師大理學院院長楊冠政指出，由首屆科學教師的評審可看出，升學主義已嚴重影響科學教育的推展。

楊院長說：在這次錄取的四十八人中，其中高中十人，國中十三人，國小二十五人。而高中優等一人，甲等六人，乙等三人；國中特優一人，優等三人，甲等四人，乙等五人；國小特優一人，優等六人，甲等八人，乙等十人。

不僅得獎作品顯示國小比國中多，國中比高中多，就是推荐申請的一百五十餘人中，亦有這種現象。這一現象是由於國民中、小學沒有升學之壓力，而高中有升學壓力，使教師也減少了研究的餘力。

由於教師對學生的影響極大，優良科學教師將可啓廸學童對科學的興趣，對國家未來的科學發展影響甚鉅。而目前升學主義對科學教育的影響是值得有關單位重視的。