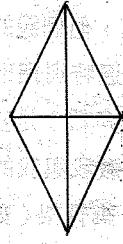


我對現行國中幾何教學 的一些意見（上）



黃敏晃

國立臺灣大學

今年七月間在國立編譯館開師專數學檢討會時，新竹師專的郭雲欽教授提到，師專學生比以前的師範學生，在數學的理論方面多學了許多，但很多學生並不能把學到的理論，與實際問題關連起來。他特別舉了個具體的例子：有次他在數學教材教法（師專第四年的課）的班上，分給每位同學一張紙與一把剪刀，要他們剪出一個非正方形的菱形（正方形是一種菱形），結果沒幾個學生能剪出來。

先讓我們看看學過推理幾何的師專學生，是應該如何解決這個問題的：菱形的特徵是四邊等長，不難由此推得它的兩對角線互相垂直平分（現行國中數學課本第五冊 P.51 的例 1）。所以，只要把紙隨便摺兩次，第二次摺痕垂直於第一次的摺痕，以這兩摺痕為兩股，剪出一直角三角形，然後把紙攤開，就可得一菱形；若上述兩股長不等，則所得的菱形就不是個正方形。

這裏特別聲明，郭教授要求他的學生解決的問題，是最典型的小學幾何教材。對一個在國中以及師專的頭三年學過推理幾何的師專四年級學生而言，這個問題並不應該是過分的要求。他們即使不能利用推理幾何中學到的結果，想出所要求的操作，也總應該記得小學中的典型操作呀！難道說推理幾何的要訣只在“推”一個字，學得推理幾何後，就會把連小學時都會的操作，從腦海中推出去嗎？

這個例子明顯的指出，我國現行的國中與高中的幾何教學，存在著很嚴重的缺點，問題在那裏？如何解決？請教一些國中數學老師後知道，大部分的國中學生，對國中推理幾何中的證明題，只背誦其推理步驟，而不求瞭解（許多國中數學老師也只作此種無理要求）。學而不得其法，無法應用是理所當然啦！國中數學老師們還指出，這類題目多而難講，他們只夠時間講一遍，聽了這一遍瞭不瞭解全在學生。

有沒有更好的教學法呢？國中老師反問，如果有更好的處理方法，為什麼課本的編者不列出來呢？筆者身為現行國中數學課本的編者之一，心中真是慚愧萬分：從二千年前的歐幾里得幾何原本起，這個材料的處理方式，竟然保持到今天而不能更改，編者之不盡力或無能，是顯然的。這件事使我好幾個晚上失眠當然不在話下，但苦思冥想畢竟無濟於事，直到下段所敘述的事情發生後，才有點眉目來解決這個問題。

這件事情發生在今年重九登高之後的一個星期日，我帶著我四歲的小孩到國父紀念館前看人放風箏。那裡放的風箏雖然琳瑯滿目，我却留意到兩個小學生模樣的小孩，在趕製一個菱形的風箏。於是跑上前去問他們，如何把紙剪成這個樣子的？他們很驚訝的瞪了我一眼（心裡大概奇怪，天下竟有這種大笨瓜！），但他們還是很得意的教我這個大人學生，與另一個小小孩學生如何剪

紙，他們說的方法與本文第二段中所述一樣；他們還特別指出竹子做成的風箏骨架（即菱形的兩對角線）是互相垂直平分的。後來他們還很熱心的教我與我的小孩，如何做風箏，由如何削竹子，綁骨架（如何把兩線段垂直平分），講到如何加上三條尾巴來平衡風箏的重量。我覺得他們給我上了一堂最生動的幾何課，連我四歲的小孩也學會了這些道理，回家後還找了他母親一起做了個小風箏。

由這個經歷中我體驗到：我國現行國中的幾何教學中，摒棄了具體的操作，而想一味的教學生推理幾何，大概不是最好的策略。有人也許會說：推理幾何的目的，除了使學生學到幾何的知識外，還可訓練他們推理思考的能力；而且按皮亞傑的分析，12 歲到 15 歲正是訓練抽象思考的啟蒙期，減輕推理幾何的份量，可能有害學生在抽象思考這方面能力的發展。

（上接教育部設置中小學科學教師獎金）

得就未獲教育部獎勵之申請案件中，擇優予以獎勵，其辦法由省市自行訂定之。

六申請手續：前條推薦者應填寫推薦書二份（請查省府公報附表）將申請人基本資料，作品名稱及推薦評語詳予填列，分別檢具下列附件，逕寄所屬省市主管教育行政機關：

(一)申請研究著作獎金者：繳著作一式二份，著作節略二份。（節略簡述研究之動機及目的

，研究方法，內容大要，研究結果或結論等）

(二)申請教具設計創作或技術發明獎金者：繳送教具成品或發明成果乙件，附有圖片之說明書二份，說明作品之創作經過，製造材料及過程，使用方法，應用價值等。

(三)申請教學特殊貢獻及優良事績獎金者：繳送教學優良及特殊貢獻有關事實之詳細說明書一式二份及有關證明文件。

四申請創設新式科學教學方法或實驗過程之獎金者：繳送詳細說明書一式二份，必要時應

話說的有道理，我也同意上段話中所提到的教學目的，反對的是達到這些目的的方法。要知道抽象思考能力的養成，不是一天兩天的事情，而需經過長時期的培育；並且在訓練的初期，學生在不得要領之前，憑空思考不可能得到任何結果，徒然使他們由一再的失敗中，產生畏懼的心理，於是變成了不求瞭解只求背誦的學習，反而走火入魔了。

皮亞傑把學習分成三種：透過具體操作的學習（*Enactive Learning*），透過圖像重現的學習（*Iconic Learning*），透過抽象工具的學習（*Symbolic Learning*）。我想推理思考的訓練，也要經過這三種程序，才會比較有效，至於如何透過這三種程序來作思考訓練，則需要關心國中數學教育的人士共同努力研究，看看如何進行。下期的續文中，我先拋磚引玉提出一個粗略的構想。

附送論著，圖片或實物。

七申請日期：自公佈日起開始申請，申請截止日期規定如下：

(一)向省市主管教育行政機關申請截止日期：民國六十五年十二月三十一日（郵寄以郵戳日期為準）。

(二)省市主管教育行政機關報送教育部日期：民國六十六年二月十五日。

八申請人如有多種研究著作、教具創作或技術發明者，以申請一種為限，但申請教學優良獎勵者，應列舉全部事實。已獲得任何單位獎金之作品，不得重複申請。集體作品應由代表一人申請，其餘共同作者應抄附姓名、職務，並出具同意書。

九申請作品如係抄襲他人或有妨害他人著作權，專利權情事者，一經查覺，即取消獲獎資格，如已發給獎金獎狀時，追回所領獎金及獎狀。

十獲得獎勵之作品，得由教育部擇優推廣或協助出版其著作，其辦法另訂之。