

我國國民小學

數學課程實驗研究

黃敏晃 國立台灣大學

一、前言

經由實驗來設計課程（包括課程標準、教材、教法、教具），是目前世界各國風行的潮流，不但歐美先進國家的政府紛紛撥款給許多計劃來研究，就連東南亞的一些國家如菲律賓、馬來西亞、新加坡等國都成立了永久的課程發展研究中心。我國雖還未成立永久的機構，但在教育部國教司的策劃下，已次第的實行了國民小學的自然科與數學科的課程實驗研究計劃。

國民小學數學科的課程實驗，是接在自然科的實驗工作之後，在民國六十三年八月開始實行的，到目前為止已編出了各年級的教材內容與教法，由今年九月起在各縣市選定的四十六所小學試教。因為試教的結果還沒有，下面只談課程內容，即課程標準。

二、數學態度的確立

小學數學教育的目標，除培養國民在社會中所需具備的數學知能外，還得顧及打好學童進入國民中學後，接受進一級數學教育的基礎。這是大家都知道的外表形式，但其內涵還另有須要講究的節眼。

數學教育的新潮流，注重把數學教育當作方法論的初步訓練，即要學童養成以數學觀點來表達，解決問題的態度。例如老一輩的業餘漁人，

在說明某時釣到的一條魚有多大時，常喜歡用雙手展開一比說這麼大。這是很生動而具體的說明，但聽過兩次以上的聽眾常覺得，雙手展開的程度，後一次要比前一次大些而不加相信。這就是非數學觀點的表達，數學的表達很簡單：這條魚有多長，多重。

沒有這種數學的態度，即使擁有很好的數學知能，也不能把問題表達的更清楚而加以解決。所以在總目標中第三條加入了「使用適當語言」的字樣，進一步添上第四條來加重這個觀點。下面是總目標：

國民小學數學教育的目標，在於輔導兒童從日常生活經驗中，獲得有關數學的知識，進而培養有效運用數學方法，以解決實際問題的態度和能力。茲分述如下：

- 一、養成數、量、形的正確觀念，進而考慮其形成的需要與功能。
- 二、學習數、量、形的基本知識與原理，獲得其基本技能，進而有效提高在生活上的實踐能力。
- 三、能運用數、量、形之間的相互關係，及使用適當的數學語言，進而解決日常生活中有關的問題。
- 四、養成從數學的觀點考慮日常事象的興趣與習慣，進而運用數學的知識與方法，發展其推理、組織和創造的能力。

三、教材分類的調整

小學數學科的教材，雖在目標中粗略的以數、量、形三個字來概括，即把這三個字看成三類對象。但這三類材料之間有許多關連，分界並不清楚。進一步來說，數學有別於算術的地方，重視學童對概念的培養外，還特別注重這種關連，也就是把這些材料看成連在一起的整體，而不應強加分類。

但不加分類，則綱要中教材的羅列，各教材的發展層次又不易看清楚，足以造成參考時的不便。到底要顧及學理上的看法呢？還是貪圖參考上的方便？經考慮再三，還是勉為其難的加以分類。

民國五十七年公布的小學數學科課程標準的分類是——1.數。2.實測。3.計算。4.集合。5.簡易錢幣。6.統計圖表。7.珠算。8.概算。9.折扣。10.利息。11.地圖與比例尺。這樣的分類有其好處，但嫌分的太細了些。這次的課程標準則作了下列的六項分類：

- | | |
|----------|----------|
| 1.數與量。 | 2.實測與計算。 |
| 3.圖形與空間。 | 4.統計與圖表。 |
| 5.集合與關係。 | 6.術語與符號。 |

這裏先表明，術語與符號本不能列成一類，列成一類的原因純粹為標示作用，即供編教材者（課本編者或小學教師）參考，使所編的教材不致太抽象（充滿術語與符號），或過於靠直覺（完全不用術語與符號）。

在上述的分類中，圖形與空間，統計與圖表這兩類教材雖少，但自成一類是比較顯然的；集合與關係則屬各類的統合部分，因為修訂委員會開會時，大家都認為這是很重要的一部分，關係到數學本凝成一體的原則，所以列成一類。

四、概念與技能並重

分類中最令人感到奇怪的大概是頭兩項——數與量，實測與計算。因為數與計算似乎是一體

，但數是具體量的抽象，而有些具體量又非實測不能得到，所以這四者本是難分難解的一群冤家。但不加分類，就如同整個綱要沒有分類一樣。所以作了數與量，實測與計算的分類。

為什麼這樣分呢？細看所附的綱要表可知，數與量偏重數的概念與量的認識；實測與計算則是關於技能方面的訓練。雖然認知與技能是學習理論中的兩個層次，但我們並不全是基於此立場加以分類的。

在S. M. S. G以前的數學教學，太偏重技能（尤其是計算）的訓練，而S. M. S. G式的數學教學又完全走入另一極端，即忽略技能的訓練。分成數與量，實測與計算兩類，表示兩者都不能忽略。

從學習理論的觀點說，概念的獲得是不能脫離技能訓練的，我國的成語“手腦並用”就是這個意思。小學生的學習過程，尤其須要強調由具體操作，半具體圖象的顯現，到抽象思考的層次。技能訓練的不可偏廢，由此可見（概念的重要性，在S. M. S. G數學氾濫後的今日，似乎不須再加強調）。

基於這種立場，面積、體積、表面積的求法等，都列在量與實測中，圖形與空間中的材料則偏重於性質與認識方面。

五、計算機與算盤的地位

計算是目前小學數學中最有實用價值的一種教材，但由於小型計算機的逐漸普及（國產貨約三百元），計算的訓練有需要加以簡化。與此問題有關連的是，我國傳統的計算器具——算盤——又處於何種地位呢？

數學計算技能的訓練，除提供日常生活中的應用外，還有常人不太覺察到的另外目的，即加強學童數學概念的了解。這一點與藝術方面一樣，要加強對藝術的欣賞能力，則需要有適當程度的具體操作訓練（即會畫、會唱或演奏某種樂器），又如國語科中寫作對閱讀能力的增進，數學科

的計算訓練，對概念的了解也有同樣的功能。所以，不能因為有了計算機就完全刪除計算訓練（就如不能因有了打字機就刪除國語中的學字訓練一樣）。美國十幾年前引入的S.M.S.G數學，就是因忽略了計算訓練而使學童對概念的理解也效果不佳。

算盤在這方面剛好有幫助，尤其是數的十進結構能明確的表達出來。因此，我們可以在中、低年級的教材中，把算盤看成教具；在中、高年級（四年級起）教以珠算，使學童在六年級時，有粗略的珠算基礎（例如作大數目的連加或連減）。但我們反對花很多時間來訓練珠算技巧，如目前有些小學訓練珠算明星的作法。所以在實施方法中（二、教學方法）有“以正確為先，迅速為副”，“不背口訣”與“不使成為「選手制」”的字眼。

小型計算機的介紹放在六年級，理由是在前五年有了計算的基礎後，計算機的使用不致影響學童對數學概念的了解（利用計算機計算是比較抽象的，學生看不見運算過程），而能收計算上的方便的效果。而且，學會計算機的使用是短期間的事，不致影響實用的時機。

另一個理由是，目前小型計算機還不算十分普及，鄉下偏遠地區的學童顯然無能力購置。但幾年後情形就會改變，或生活水準提高，或小型計算機價格降低，六年級的小學生人手一機是有可能的。

六、幾何教材的改變

以往小學數學中的幾何教材，偏重量的計算，如簡單圖形的面積、體積與表面積的求法，這些教材現在都已歸在實測與計算這一類中。

在圖形與空間這一類中，則羅列了有關概念與性質方面的材料。這樣的教材很容易引起誤解，許多人（尤其是小學教師）常以為是把歐幾里得「平面幾何學」拿一部分來到小學，其實不然。這部分的教材，注重由學生親手操作中獲得概

念，了解性質。例如：

1. 圖形的構成——堆積木、拼圖，把具體物在紙上描圖形，在紙上自行畫圖，利用燈光投影，或畫視圖，利用展開圖剪紙製造圖形，利用旋轉或移動製造圖形等。

2. 性質的認識——利用滾動、堆疊區別圓柱體、長方體與球體；曲面與平面。利用頂點的計算區別三角形、四邊形等。利用實測或操作區別正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形等。

像這樣的教材並不牽涉抽象的推理步驟，對小學生來說，一定是教得懂，學得會的，而且比其他教材要有趣的多，可以提高小學生對學數學的興趣。（從另一觀點來說，橫的方面與勞作美術課聯貫起來）。問題在老師肯不肯課前作教具的準備工作，並在課堂上花時間讓學生動手操作。

七、集合與關係的教材

“集合”是多手可熱的燙山芋。不管這個字眼在小學數學課程標準中出現，或不出現，參與課程標準修訂的人員，都會在數學界成為被攻擊的對象。有些人認為不出現就是「舊數學」搞復辟派系，另一些人大聲喊問集合在小學數學中有什麼用？課程工作中，兩派都有代表參與，辯論非常熱烈！

首先我們檢討了集合教材在現行課本（按五十七年課程標準編寫的）中的效果，課程實驗研究小組到各地去訪問，並發問卷調查的結果，一般說來效果不佳，尤其是部分教材出現不妥當，例如集合中元素的個數與基數竟分成兩件事看，又出現 $\{\triangle, 0, 0, o\}$ （表現方式不一樣，沒有 $\{\}$ 號）的集合基數為多少的問題。這樣的材料不但小學生弄不清楚，甚至於老師也搞糊塗了。

我們是否重視這種結果，而刪去集合教材呢？當然，不妥當的教材絕對應加刪除，但那些是妥當的教材？要如何表現才能讓人接受？根本不出現「集合」的教材有什麼不好嗎（除了挨罵以

外)？但爲什麼硬是反對「集合」教材的出現呢？別的材料出現也不一定就有直接的用處？(例如分數除到國中用外，直接的用途可以小數來取代，「集合」上國中後也有用)。

集合在數學中出現，是爲了解決無限步驟或無限集合的問題，這種問題在小學數學中是不出現的。目前集合在數學中最大的用處，是在討論數學體系，或作分類時，在表達上可弄得比較清楚些。這些功用在小學數學中，似乎還不太需要。

但要能夠作清楚簡潔的表達，是數學教育中很重要的目的。爲了這個目的，似乎有必要試看看，是否可設計出一些妥當的表現方式。我們的結論是，在一、二、三年級出現一些簡單分類的實例，在四、五、六年級出現一些實例配合表達方式。至於是否行得通，則要等待實驗後才可揭曉。

這類教材的其他部分，則是函數關係的初步。透過一些學生熟悉的圖表(如九九乘法表、統計圖)，或實際的現象觀察出變化的情態。

八、附 錄

一、低年級

年 級 領 域	一 年 級	二 年 級
數 與 量	1. 一百以內各數的認識(唱數、數數、認數、記數、大小、序數)。 2. 長度的初步概念。 3. 面積的初步概念。 4. 幾點鐘、幾點半的認識。 5. 幾月幾日星期幾的認識。	1. 一千以內各數的認識。 2. 分數的初步概念($\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$的意義)。 3. 公分、公厘的認識。 4. 容量的初步概念。 5. 幾點幾分的認識。 6. 時、日、月、年的認識。
質 測 與 計 算	1. 長短的比較(直接比較、間接比較)。 2. 面的大小比較。 3. 「加法」、「減法」的意義及功用。 4. 基本加法與基本減法。 5. 二位數加減二位數(不進退位)。 6. 三個一位數連加。 7. 一位數的加減混合(不進退位)。 8. 加法與減法的相互關係。	1. 尺的用法及長度的初步實測與計算。 2. 容量的比較。 3. 三位數加減三位數(進退位)。 4. 三個一位數的連加(進位)。 5. 一位數的加減混合(進退位)。 6. 乘法的初步意義。 7. 2到9的乘法九九表。
圖 形 與 空 間	1. 長方體、圓柱體、球體的辨別。 2. 平面、曲面的辨別。 3. 三角形、四邊形及圓的辨別。 4. 直線、曲線的辨別。 5. 製造簡單的平面圖形。	1. 直線的概念和畫法。 2. 三角形、四邊形的概念及其構成要素。 3. 直角的概念和畫法。 4. 直角三角形的概念和畫法。 5. 長方形、正方形的概念和畫法。 6. 長方體、正方體的初步概念及其構成要素。

統計與圖表	1. 用記號（如○、×）整理資料。 2. 分類與計數。	1. 用記號表示統計結果。
集合與關係	1. 簡單的物件的分類。 2. 簡單的數量的變化。 3. 加法九九表中兩數的變化關係。 4. 簡易數線的介紹。	1. 物件分類的簡易表示法。 2. 減法九九表中兩數的變化關係。 3. 平面上位置的簡單表示。
術語與符號	個位、十位、加法、減法、等於、十、 —、=。	百位、單位、倍、×、乘法、公分（cm）、 長度、公釐（mm）、直線、直角、三角 形、四邊形、正方形、直角三角形、邊、 頂點、面、>、<。

二、中年級

年級 領域	三年級	四年級
數	1. 一萬以內各數的認識。 2. 分母為一百以內的真分數的認識。 3. 一位小數的認識。 4. 公尺、公里的認識。 5. 長度單位的關係。	1. 一萬以上各數的認識。 2. 概數的意義及四捨五入。 3. 二位小數、三位小數的認識。 4. 分數的種類。 5. 奇數與偶數。
與	6. 重量的概念。 7. 公斤、公克及其相互關係的認識。 8. 秤的認識。 9. 容量及容器。	6. 測定結果的表示（複名數、小數）。 7. 平方公分、平方公尺的認識。 8. 長方形、正方形的面積。 9. 體積的初步概念。
量	10. 公升的認識。 11. 時刻的認識。 12. 秒與分的認識。	10. 立方公分、立方公尺的認識。 11. 長方體、正方體的體積。 12. 角度。
實測與計算	1. 卷尺的用法。 2. 重量的實測。 3. 容量的實測。 4. 時間的實測與求法。 5. 角的大小比較。 6. 四位數的加減。 7. 0和1的乘法。 8. 三位數乘以二位數。 9. 除法的意義。 10. 基本除法。 11. 四位數除以一一位數。 12. 乘法和除法的相互關係。	1. 長度的概測。 2. 量角器的用法。 3. 角度的實測。 4. 長方形、正方形面積的求法。 5. 簡易時分的化聚。 6. 珠算的基本認識。 7. 珠算的基本加減。 8. 多位整數的加減。 9. 二位小數的加減。 10. 複名數的加減。 11. 同分母分數的加減。 12. 多位數的乘除。 13. 二位小數乘除以二位整數。 14. 簡易的整數四則計算。

圖形與空間	1. 角的概念。 2. 等腰三角形、正三角形的認識。 3. 圓的概念與圓規的使用。 4. 球的概念。	1. 角的畫法。 2. 垂直與平行。 3. 平行四邊形、菱形、梯形。 4. 圖形的疊合與全等。 5. 長方體、正方體邊、面的垂直與平行。 6. 長方體、正方體的展開圖。
統計與圖表	1. 用畫記整理資料。 2. 簡易的長條圖。	1. 簡易統計表。 2. 簡易的折線圖。
集合與關係	1. 乘法九九表中兩數的變化關係。 2. 除法九九表中兩數的變化關係。 3. 具體例子的對應表。	1. 集合的實例、元素及集合的簡易表示法。 2. 部份集合的實例。 3. 對應圖表中的變化特徵。
術語與符號	千位、數線、整數、小數、小數點、$\cdot$、十分位（小數第一位）、分數、分子、分母、餘數、除法、$\div$、公尺（m）、公里（km）、公斤（kg）、公克（g）、公升（l）、角、等腰三角形、正三角形、圓、圓周、圓心、半徑、直徑、球。	萬位、億、兆、概數、百分位、千分位、和、差、積、商、四捨五入、無條件進入、無條件捨去、帶分數、真分數、假分數、平方公分（cm^2）、平方公里（km^2）、平方公尺（m^2）、公畝（a）、公頃（ha）、立方公分（cm^3）（cc）、立方公尺（m^3）、平行、垂直、平行四邊形、梯形、菱形、全等、長方體、正方體、平面、對應、角度、度（$^\circ$）、集合（$\{ \}$）、元素、部分集合、$\supset$、$\subset$、奇數、偶數。

三、高年級

年級 領域	五 年 級	六 年 級
數 與 量	1. 數的十進構造的認識。 2. 因數、倍數。 3. 概數的取法（以上、以下、未滿、超過）。 4. 分數和整數、小數的相互關係。 5. 百分數的認識。 6. 平行四邊形、三角形、梯形的面積。 7. 圓周與圓面積、圓周率。 8. 體積與容積的關係。 9. 速度的認識。	1. 整數、小數。分數的統整。 2. 負數的初步概念。 3. 水的重量和體積的關係。 4. 公噸的認識。 5. 扇形的面積。 6. 簡易立體圖形的表面積。 7. 角柱、圓柱的體積。 8. 長度、面積、體積的關係。 9. 比例的認識。

實測與計算	1. 分數的約分、擴分及大小比較。 2. 圓周長及圓面積的求法。 3. 平行四邊形、三角形、梯形面積的求法。 4. 用方格概測面積。 5. 體積的概測。 6. 珠算的多位數加減。 7. 珠算的小數加法。 8. 珠算的基本乘法。 9. 整數的概算。 10. 異分母分數的加減。 11. 乘數、除數是小數的乘除。 12. 分數乘除以整數。 13. 小數乘除混合。 14. 複名數的乘除。	1. 用比例關係實測長度。 2. 乘數二位數的珠算乘法。 3. 簡易計算器的介紹。 4. 乘數、除數是分數的乘除。 5. 分數乘除混合。 6. 分數、小數的混合計算。
圖形與空間	1. 三角形的內角和。 2. 對稱的基本觀念。 3. 正多邊形。 4. 圓。	1. 簡易的擴大圖與縮圖。 2. 角柱、圓柱、角錐、圓錐。 3. 簡單的旋轉體。 4. 簡單的投影圖。
統計與圖表	1. 平均值。 2. 百分圖表。	1. 統計圖表的設計與運用。 2. 概率的初步介紹。
集合與關係	1. 交集的實例。 2. 面積公式與數量的變化。	1. 聯集的實例。 2. 比與比值。 3. 正比與反比的實例。
術語與符號	因數、倍數、公因數、質數、合數、公倍數、約分、擴分、通分、以上、以下、未滿、超過、百分率、幾成、平均、平均值、底邊、高、圓周率、對稱、線對稱、點對稱、對稱軸、對稱中心、$\%$。	比例、比、縮圖、擴大圖、$:$、比值、比例尺、正比、反比、角柱、角錐、底面、側面、圓柱、圓錐、旋轉體、展開圖、噸 (ton)、扇形。