

淺談學生在數學課室中反思技能的表現

陳玉珊

新北市土城區安和國民小學

壹、前言

筆者長期擔任國小高年級導師，至今已有 20 餘年，每每在接手一個新班級(五年級)時，總是會習慣性在剛開學時先問全班：「你們最喜歡哪一科呀？」，學生的回答不外乎就是「電腦、體育、美勞、音樂…」，偶爾會有少數幾位同學回答：「社會、自然、國語」，然而就是不會出現「數學」這個答案，彷彿這個科目早已銷聲匿跡了；但若是反問學生：「你們最不喜歡(or 最害怕)哪一科？」，這時候回答「數學」的聲量卻又總是遙遙領先其它科目，甚至年年奪冠且屢試不爽，探究原因，學生表示：「數學要不斷地算、算、算！還要寫一堆評量…超討厭的!!!」、「數學要背一堆的公式，超級無聊的!!!!」、「數學超難的，老師上課我都聽不懂、題目也都不會算…」，這些話聽在筆者耳裡，心裡著實難受。

另一方面，國際教育成就評鑑協會(IEA)在 2015 年發布「國際數學與科學教育成就趨勢調查」(TIMSS)結果，台灣學生整體教育成就名列前茅，但在學習興趣、學習自信心和學習評價卻吊車尾。台灣學生對數學或科學的學習興趣、自信都低於國際平均(天下雜誌，2016)。由此可知，在教學現場，對大多數的學生來說，「數學」就是他們的夢魘，既不感興趣又最害怕，更有不少學生因害怕數學而逃避它。

想要在數學這一科獲得高分，最快速、最簡便的方法就是用背誦公式或口訣的方法來學數學，靠著不斷演算參考書與考卷上的題目來磨練自己解題的技巧與速度，雖然我們都清楚在國中小學階段，採用這樣的做法獲得高分確實不難，但正因為如此，才會導致現在仍有很多的家長和學生都深信學數學只要熟背公式，再大量熟練題目即可。綜括上述種種教學現況，筆者不斷思索著，身處在第一線的教師，可以怎麼做，才能讓我們的學生不再那麼討厭、害怕數學呢？

筆者發現，台灣現行課程大多將重心聚焦在知識層面的學習，缺少讓學生有進行自我反思的機會。因此，筆者心想著，老師在教學的過程中，倘若也同時提供學生有自我反思與統整的機會，學生是否就比較能夠更清楚知道為何要學數學呢？基於這樣的一個念想，筆者參與了台師大數學教育中心的「數學易思計畫：21 世紀思考技能—反思」，嘗試這學年(111 學年度)在自己任教的班級裡進行學生的課程反思，除了可以更進一步瞭解學生的數學學習狀況，亦可檢視筆者自身的數學教學專業是否也能與時俱進。

結果顯示，學生不論是在認知層面，或是情意層面的反思能力都有明顯的進步。本文

將與大家一同分享他們在數學學習上的成長，期盼能為 12 年國教素養導向課程注入新能量，讓我們的學生不再排斥數學、逃避數學，且都有機會經驗「有趣，有感，有自己想法，有機會表達，遇到問題習慣用數學角度去看，用數學跟世界互動」。

貳、相關文獻

古有明訓「學而不思則罔，思而不學則殆」。從認知的觀點，「反思」是將經驗加以分析、整理、歸納，從中萃取其意義以及形成新意義的心理活動（饒見維，1996）。所有的反思，都是在得到經驗之後，經過檢討與批判活動後的回饋思考，是個人從經驗中獲得成長的重要關鍵。

Dewey 曾說過：「人從經驗中學到的，不如從反思中學到的多」（Gore，1987），可見反思對成長的重要性。反思的本質是有目的性的心智慎思活動，旨在發現既定的情境下，缺乏了什麼，應做何種改善與修正（陳美玉，1999）。Dewey（1930）認為反思是針對一個人獨自經由自己的知識和信念，面對他的行動進行反思，這種反思是一種個人獨自完成的反思，亦可稱它為「對行動的自我性反思」。但從 1983 年 Schön 對於實證主義下技術取向之認識論的批判，以及專業內容的分析澄清之後，反思便逐漸成為專業的重要內涵之一，Schön 將反思與專業發展和專業實踐緊密地連結在一起。Schön 認為經由反思，實踐者可以做出外顯知識和內隱知識，這種知識可以幫助實踐者對他們所做的事情變得越來越專業。Schön（1983）認為在行動中的知（knowing-in-action）和行動反思（reflection-on-action）這兩種行動都需要反思。Schön（1983）更進一步將行動反思區分為兩種形態，亦即「對行動的反思（reflection on action）」以及「在行動中反思（reflection in action）」。

Denny（1998）則對 Dewey（1930）和 Schön（1983）兩人的反思模式做一比較。如圖 1 所示。

李源順和林福來（2003）認為一個人在社會脈絡中和其他人士面對其行動進行溝通時，也會促使他利用他人的經驗進行反思，這種反思是在社會中，經過眾人討論而合力完成的反思，所以稱為「對行動的社會性反思」。李源順利用 Dewey（1993）比較有層次性的反思理論，界定出反思的三元素，如下表 1。

表 1：反思三元素（李源順修改自 Dewey，1993）

內涵	說明
事件描述	對事件（認知、情感、行為）歷程的見證，包括整個歷程的回想描述
詮釋了解	對事件的詮釋，和概念了解的回想
批判鑑賞	對事件的深度、多元評量與情意的鑑賞

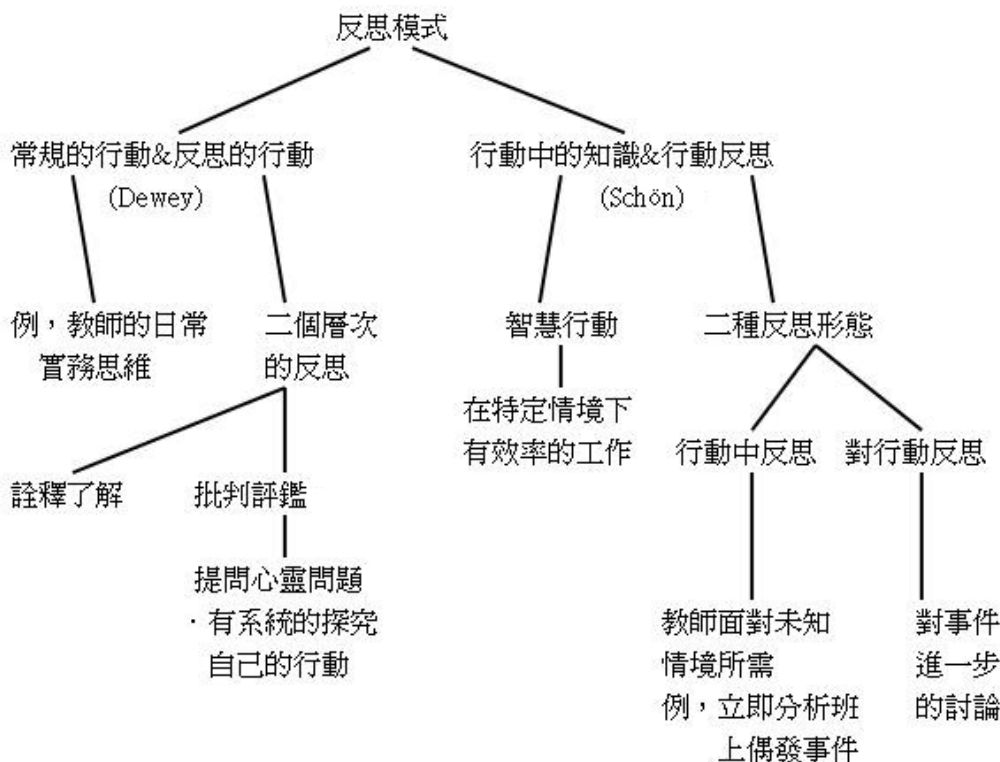


圖 1：Dewey (1930) 和 Schön (1983) 兩人的反思模式 (引自 Denny, 1998)

參、學生的反思實踐

這是筆者第一次嘗試讓學生進行數學課程反思，學生之前也未曾有過類似的課堂活動，為了能夠蒐集到較完整的資料來瞭解學生在數學課堂上的反思樣貌，筆者將反思的內涵聚焦在教學後的課程統整，透過「數學單元統整單」來呈現學生學習後的反思內涵，其目的亦在引動學生的反思習性。

筆者這一年擔任六年級導師，任職的學校六年級數學教科書是選用南一版，本文以六上、六下這兩冊的單元內容為例，呈現學生在自我反思能力上的提升。其中第一部份聚焦在認知的反思評量；第二部份則主要聚焦在與數學內涵連結的情意反思，因為情意對數學學習也非常重要，當學生養成課程統整或者教學後反思的習性，學生也會在教學過程中隨時展現高層次的反思能力。第一版的「數學單元統整單」題目共有三題，如下：

題目 1：你學到什麼？

題目 2：用什麼方法學的？

題目 3：這個單元和以前的單元，哪個地方一樣？哪個地方不一樣？或者你發現什麼？

一、初始表現：六上第四單元「比與比值」

筆者是從六上第四單元「比與比值」開始進行學生的課程反思，因此學生在第一次書寫「數學單元統整單」時，筆者並沒有做(說)任何事前的引導，而是讓學生能夠「完全自由發揮」，其主要的目的是希望學生能夠呈現真實的自我學習成效，一旦過分依賴老師的引導，反而容易侷限了自己的思維模式。礙於篇幅有限，本文只列出幾位同學的反思回饋，並根據不同學生的表現來進行全班整體性的描述。學生的回饋，如下。

(一)認知層面

題目 1：你學到什麼？

S6：比跟比值的關係。

S11：我學到了比和比值的應用(怎麼算)。

S20：學到比和比值的計算方法，與比和比值計算過程能怎麼寫。

S24：我學到了比和比值的關係，還有比值是怎麼來的？

題目 2：用什麼方法學的？

S4：我是用課堂上的七巧板去學習的

S12：利用教具和同學討論解法

S13：我是靠講義和評量背出來的。

S23：運用生活上或課本內、或其他的方法思考，或通過上網查詢，或跟同組的同學去討論去了解。

題目 3：這個單元和以前的單元，哪個地方一樣？哪個地方不一樣？或者你發現什麼？

S14：我發現學的東西更多，且難度有在增加。

S18：比起以前的單元，我覺得比和比值更可以把兩者之間的大小表示出來。

S19：上完這個單元，我發現只靠安親班是不夠的。

從上述學生的回答，不難發現，在認知的部分，題目 1「你學到什麼？」，班上大多數學生都是無法具體的陳述自己究竟學到了哪些「比與比值」的數學知識，好比 S11 雖然提到：「我學到了比和比值的應用(怎麼算)」，S24：「我學到了比和比值的關係，還有比值是怎麼來的？」，但 S11 究竟是學到了哪些的應用，以及 S24 也並沒有將比值的推導過程清楚地描述出來，旁人無法從現有的資料得知學生是否真的有學到相關的數學概念(知識)。題目 2「用什麼方法學的？」這一道題目其實是希望學生能回答「解題策略」，但學生所回答的「七巧板」、「利用教具」、「和同學討論」、「靠講義背出來」卻是偏向所謂的「教具 or 工

具」，同樣旁人亦無法從學生的回答得知他們究竟是透過什麼樣的策略習得數學概念(知識)。題目 3，相較於前兩題是比較有難度的，班上學生幾乎都是空白沒寫，即便有寫的同學，也都不是聚焦在數學新舊概念上的連結。筆者探究原因，一半以上的學生回答是：「因為不知道要寫什麼」、「以前學的都忘了，所以想不出有哪些單元會跟它一樣…」。

筆者推論上述現象可能的原因，學生以前從未有過類似這樣的反思經驗，所以自然而然也就不清楚該怎麼寫這類型的開放性題目。依據反思三元素(參閱表 1)，筆者認為學生在認知層面上的初始反思表現，不論是「事件描述」、「詮釋了解」和「批判鑑賞」上，幾乎還沒有學生是有符合相關內涵的。

(二)情意層面

題目 1：你學到什麼？

全班幾乎沒有人寫到有關情意的部分。

題目 2：用什麼方法學的？

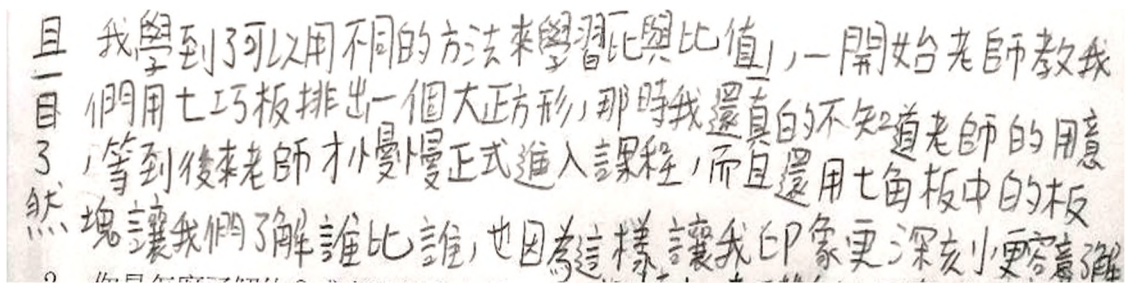


圖 2：S8 的反思回饋

題目 3：這個單元和以前的單元，哪個地方一樣？哪個地方不一樣？或者你發現什麼？

S20：現在的單元比以前難很多，雖然可能都是教過的，只是變得更難。

這三道題目的設計，筆者認為都是比較偏向「認知」反思的部分，因此班上大多數學生所描述的內容也真的很少涉及到情意的層面。只有少數一兩位同學勉強有提到，例如：S8 提到「可以用不同的方法來學『比與比值』……還用七巧板中的板塊來讓我們了解『誰比誰』，也因為這樣讓我印象更深刻」(如圖 2)。此時 S8 能夠簡單陳述，是透過七巧板的方式來學「比與比值」的概念，這方法讓他印象深刻，然而所謂「讓他印象深刻」，究竟是指用七巧板這個「操作」活動讓他印象深刻？還是指用七巧板讓他「了解」比與比值的概念而讓他印象深刻？筆者尚無法確切得知。學生 S20 的回答「比以前難很多」、「變得更難」，但到底是怎樣的一個難法，依舊不得而知。從學生們的回饋不難發現，在教學

現場中我們台灣學生確實普遍存在「低學習興趣、低信心」的現象。

依據反思三元素(參閱表 1)，筆者認為學生在情意層面上的初始反思表現，只有一兩位學生勉強算是有符合「事件描述」中對事件(情感)歷程的回想描述。

二、前期表現：六上第七單元「正比」

有了第一次的課程反思教學經驗之後，筆者發現學生無法掌握到這三道題目的內涵，因此在進行第二次「數學單元統整單」(六上第七單元「正比」)的撰寫時，筆者決定開始介入口頭的引導，希望引導學生可以更聚焦在數學概念的內涵上，並建議可以用舉例的方式進行說明，例如：「可以寫出讓你印象最深刻的部分…」、「你是用什麼樣的方法，把老師講的東西給弄懂的?」、「對於新的單元，回想曾經有沒有學過類似的?」、「可以舉一個數學例子，來補充說明…」。

學生的回饋如下：

(一)認知層面

題目 1：你學到什麼？

1. 你學到什麼？

我學到了正比理解方式，如何成正比，例如：1個餅乾10元，2個餅乾20元
這類比值是10，成正比。

圖 3：S4 的反思回饋

1. 你學到什麼？

我學到了如何了解什麼是正比，什麼不是正比，而且正比必需
符合同時放大、縮小、比值固定且放大的倍數要一樣。
縮小

圖 4：S8 的反思回饋

1. 你學到什麼？

我學到了正比的比值相同(固定)、同時放大同時縮小、倍數要一樣，和關係表、關係圖的畫法，老師說雖然表格已經一目了然，但用關係圖可以更一目了然，還交了和固定、差固定、積固定、商固定。
(關係表)

圖 5：S18 的反思回饋

根據上圖 3~圖 5，比起第一次的反思回饋，學生們這一次的回答已經有比較聚焦在數學概念上了，「成正比的比值相同(固定)…」，「同時放大和縮小，倍數要一樣」，而且也逐步能夠將先前較為空泛的「感受」透過「舉一個數學例子」讓它具體化，「1 個餅乾 10 元，2 個餅乾 20 元，比值是 10，成正比」，可看得出學生們已理解了正比的核心概念，顯示學生此時已具備了「詮釋了解」中對事件的詮釋，和概念了解的回想。

題目 2：用什麼方法學的？

2. 用什麼方法學的？

老師用了小組討論，還有用我們以前學的比與比值來回想跟這個單元差在哪裡。一開始，老師先請我們想想看正比的『正』意思是什麼，再來回想以前教過的比是什麼意思，然後養成課前預習，課後復習的習慣。

圖 6：S15 反思回饋

用什麼方法學的？
老師先讓我們回想比是兩數量之間的關係，再讓我們想一想「看到正比的『正』這個字，我們會想到什麼？」，後來還有教我們畫表格圖，並且讓我們知道周長和邊長是正比關係，最後老師還有教我們畫折線圖，讓我們了解當東西數量變多，價格也會變多，還有教我們證明「用掉的錢和剩下的錢，不成正比」。

圖 7：S24 的反思回饋

根據上圖 6~圖 7，S15 寫道「老師先請我們想看看正比的『正』意思是什麼，再來『回想』以前教過的比是什麼意思…」，S24 提到「先讓我們『回想』比是兩數量之間的關係…周長和邊長是成正比…用掉的錢和和剩下的錢，不成正比」，從 S15 和 S24 的回答可知，學生們能夠清楚陳述是透過「回想」的解題策略來學習正比的概念，顯示此時學生已具備了「詮釋了解」中，對曾經學過的內容進行回想，且能發現共同點，相異點，進行概念性的詮釋。

題目 3：這個單元和以前的單元，哪個地方一樣？哪個地方不一樣？或者你發現什麼？

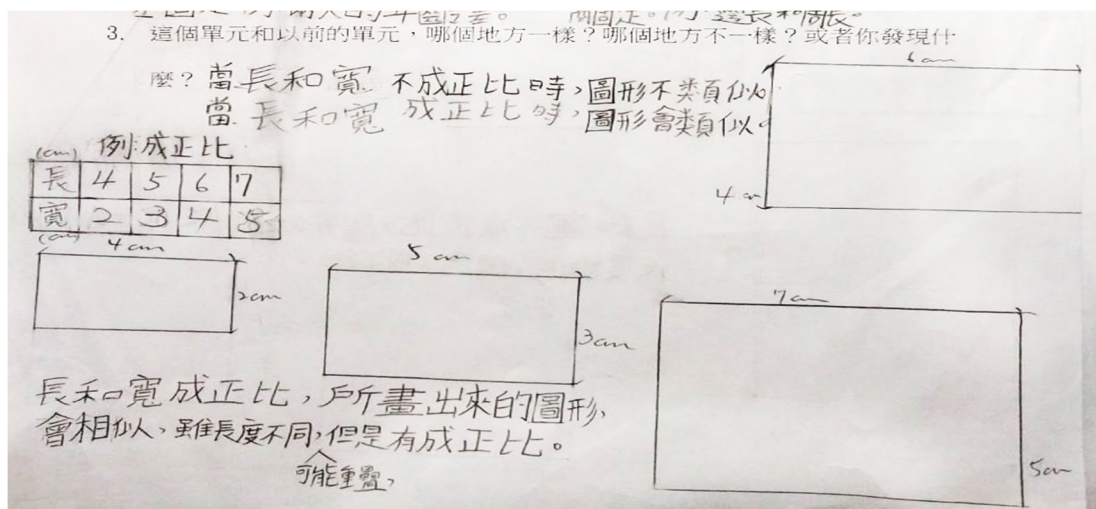


圖 8：S21 反思回饋

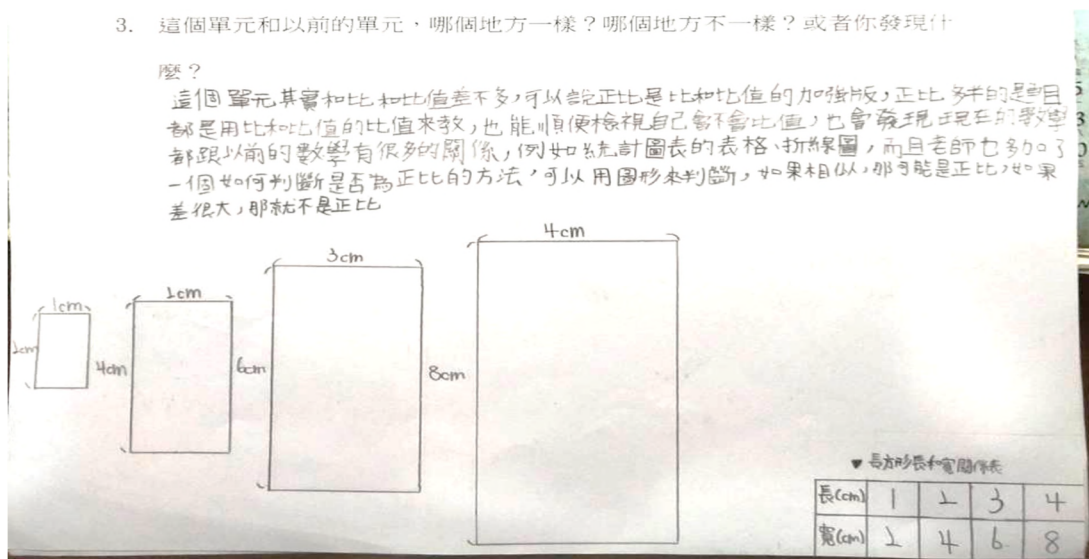


圖 9：S22 反思回饋

上圖 8、圖 9，S21、S22 的回答亦是能夠透過「舉一個數學例子」讓抽象的數學概念更加具體化；雙方同時也都提到：「成正比的圖形，會是一種相似圖形…」，顯示學生具備了「詮釋了解」的層次，以學過的內容為主，且能發現共同點，相異點，進行概念性的詮釋。筆者認為學生此次對於題目 3 的表現，比起第一次幾乎全班空白，從「事件描述」到「詮釋了解」，再再顯示學生在認知的層面上的「反思技能」確實有進步。

(二)情意層面

題目 1：你學到什麼？

這一題題目的設計，筆者認為是比較偏向「認知」反思的部分，因此班上大多數學生所描述的內容也真的很少涉及到情意的層面。

題目 2：用什麼方法學的？

2. 用什麼方法學的？

老師上課時會幫我們統整歸納重點並抄筆記，我有時候會往前翻看之前的筆記，除了複習，也能看出我抄筆記這方面的進步，還有以前的單元和現在的單元的相似與不同之處，更能顯示數學是『融會貫通』的，而小組討論大家互相發表意見，就能找到自己不會的地方，我不懂的地方會問老師並找爸爸討論『為什麼』，的確花時間，不過那並不是『浪費時間』，是為了能讓自己把基礎打穩，一點一點的累積，求快有時候反而會在你及將到達最高點時，因為基礎沒打穩而一落千丈。

圖 10：S16 反思回饋

透過實際操作，進一步了解更多的細節知識，以及透過畫圖和言討論，透過畫圖能夠知道如何形成公式及如何推算出來，不像只用課本，用課本只會知道他已經推算過的數學公式，但是用討論畫圖的方式需要自己推算出為何會這樣寫，透過實際動手操作得知更多細節，會比用課本的好。

圖 11：S22 反思回饋

從上述學生的回答(如圖 10、圖 11)，不難發現，在情意的部分，S16 提到：「老師上課時會幫我們統整歸納重點並抄筆記…除了複習，也能看出我抄筆記這方面的進步…更能顯示數學是『融會貫通』…我不懂的地方也會問老師並找爸爸『問為什麼』，的確花時間，不過那並不是『浪費時間』，是為了能讓自己把基礎打穩…」，從 S16 的陳述，可知該生很清楚學習數學是需要『融會貫通』，甚至是需要花大量時間的，這過程都是打穩基礎不可或缺的必經過程。另一位 S22 則寫道：「…透過實際動手操作得知更多細節，會比用課本

的好」，表示 S22 能夠親自動手做數學，那麼學習的印象才會深刻、才是真正屬於自己的。依據反思三元素(參閱表 1)，筆者認為學生此時情意層面上的反思表現，相較於第一次的反思表現，已初步符合了「批判鑑賞」中對學習的深度及情意有一個初步簡單的批判。

題目 3：這個單元和以前的單元，哪個地方一樣？哪個地方不一樣？或者你發現什麼？

這個單元和「比」的單元很像，既然多了一個「正」字，就表示它除了「比」的要素還多了其他條件，這就是「正比」和「比」這個單元的不同之處，老師讓我們分組討論「正」是什麼意思，非常有趣，因為很多人都知道「比」和「正比」是什麼意思，但我從來沒想到老師會用這種方式問我們。老師的教學方式很獨特，都能讓我耳目一新，每個單元、每週、每日甚至每堂課都能用我意想不到的方式開頭，使我驚喜萬分，因此我總會期待著、等著每堂數學課的到來，我在升五年級前，數學也不無聊——因為我都在玩自己的東西，我喜歡我三四年級的老師，她對我很溫柔，而且都會送東西給我們，還帶我去吃過火鍋，不過她講的數學課很無聊，不斷的重複著我會的東西……在剛升五年級時，其實我不相信老師說的，反而覺得老師的教法很奇怪，對小組討論及上台解說更是非常不解，老師出數一題的時候我也是覺得莫名其妙，怎麼會有這種教法？不過不久後我漸漸發現數學跟我想像中差很多，原來數學這麼好玩，所以我更願意去接觸數學，不斷的試錯、發現，老師也經常鼓勵我們多思考，所以現在同學問我擅長的科目是什麼，我才能自信的回答：「數學！」。

圖 12：S16 的反思回饋

這一題，班上大多數的學生第一次寫統整單時，幾乎都是空白沒寫，因為鮮少和之前學過的單元進行聯想；第二次，同學們已經越來越可以將自己內心的真實想法，透過文字，將其清楚的描述出來，S16 寫道：「老師的教學方式很獨特，都能讓我耳目一新…甚至每堂課都能用我意想不到的方式開頭，使我驚喜萬分，因此我總會期待著、等著每堂數學課的到來……原來數學這麼好玩，所以我更願意去接觸數學，不斷的嘗試錯誤、發現，老師也經常鼓勵我們多思考，所以現在同學問我擅長的科目是什麼，我才能自信的回答：『數學！』」（如圖 12）。

從學生的回饋中可以得知，S16 發現「正比」的內涵其實和之前第四單元的「比」很像，但兩者之間仍存在不一樣的地方，畢竟「正比」比多了一個「正」字，在探討「正」字過程中，由於導師(筆者)採用了與以往不同的教學策略，因此讓學生對於「正比」的探究過程中產生了許多的樂趣，慢慢地讓學生開始產生了對數學學習的興趣，進而產生的自信。

筆者認為，此時的學生已具備了「批判鑑賞」的層次，她不僅破除了以往對學習數學的負面情感(覺得三四年級的數學很無聊)，甚至也能藉由對數學學習的過程中更進一步去瞭解自我、建立自信。

三、「數學單元統整單」設計的再思考

經過同學們在撰寫六上第四單元「比與比值」和第七單元「正比」統整單的表現，雖然學生的表現已有進步，但筆者發現原本統整單那三道題目的敘述，對於中低成就的學生來說是比較難理解的，所以在書寫上仍還是會出現「我學到了比和比值的概念」、「我學到了正比的關係」、「我學到了理解正比的方式」…等，並沒有聚焦在數學內容上，為了能夠更清楚掌握學生的學習狀況，筆者便和社群夥伴們一同商討，與此同時也參考了學生給予的意見，決定將這三道題目的敘述進行調整，形成第二版數學單元統整單，題目改寫後如下：

題目 1：這單元你用到了哪些概念？請試著舉例寫出來。

題目 2：你為什麼會用這些概念？是怎麼想到的？請詳細寫出來。

題目 3：這個單元和以前的單元，有哪些地方用到一樣的呢？或是你發現了什麼特別的地方？請你詳細寫出來。

四、後期表現：六下第三單元「基準量和比較量」

由於「數學單元統整單」進行了改版，因此下學期的課程反思教學，皆改用第二版「數學單元統整單」來進行撰寫。因篇幅有限，所以下學期學生的反思回饋，就以第三單元「基準量和比較量」為例，學生的回饋如下：

(一)認知層面

題目 1：這單元你用到了哪些概念？請試著舉例寫出來。

1. 這單元你用到了那些概念？請試著舉例寫出來。

這單元我學到了基準量和比較量的關係和運用

「基準量」= ①作為基準的量 ②當作1倍的量 ③不一定是最小

「比較量」= ①和基準量比較的量 ②不一定是最大的量。

圖 13：S9 的反思回饋

1. 這單元你用到了那些概念?請試著舉例寫出來。
比和比值、乘法和除法、比和比值與基準量。我們老師的教法都有用到七巧版來上課,例如:(比和比值):「比」是用來記錄兩數量之間的倍數關係。比值的值,是大小,比值=前項÷後項,老師有用到七巧版來上課,小粉:小紅=4:1,小藍:小粉=1:2,小藍:小紅=1:1,那時候我們沒有講到誰是當1或1倍,但這個單元(基準量比較量)它就要看誰是當1或1倍,在用當1倍或1的那個數標為基準量,且不一定最大或最小的那個數當作基準量或比較量必須要依據題目的問法來判定誰當作1或1倍。乘法和除法是當我們找到基準量或比較量的時候,我們就要算出那一題的答案,最後一個是我和我們這一組在討論的時候,沒有討論到的一個單元的圖片,那就是正比,那一個圖討論了很久只有一組想到,大家幾呼都是用課本的方法來畫的!所以...這個方法雖然很少畫,但是我覺得很勵害,即使畫錯了!但有想到就很好了!!!
2. 你為什麼會用這些概念?你是怎麼想到的?請詳細寫出來。

圖 14：S15 的反思回饋

1. 這單元你用到了那些概念?請試著舉例寫出來。
1. 比與比值,如:比較量:基準量=前項:後項;比較量÷基準量=前項÷後項=比值。
2. 正比(圖表是正比圖)和速率這個單元的圖表也很相似。
3. 小數、分數和整數的四則運算(在運算過程中會再次複習到之前四則運算的單元)
4. 分配律和結合律,如: $25 \times 1 = 25$
 $25 \times 3 = 75$, $\Rightarrow$ 分配律: $25 \times 1 + 25 \times 3 = 100 \Rightarrow$ 結合律: $25 \times (1+3) = 100$ 。
5. 等量公理

圖 15：S16 的反思回饋

題目 2：你為什麼會用這些概念?是怎麼想到的?請詳細寫出來。

2. 你為什麼會用這些概念?你是怎麼想到的?請詳細寫出來。
例如:哥哥的錢是妹妹的3倍也就是以妹妹為基準,哥哥的錢就是妹妹的錢乘以3。進而理解基準量乘以倍數會獲得比較量。
京尤

圖 16：S3 的反思回饋

2. 你為什麼會用這些概念?你是怎麼想到的?請詳細寫出來。
原本我連基準量和比較量是什麼都不知道,所以安親見班老師出了一個題目:「如果我站在門旁邊,那誰是比較量?」我回答是他,隔天老師要我作小組討論,我才慢慢清楚這個單元,簡單來說,基準量就是作為基準的量(當作1的量),比較量就是和基準量比較的,而且基準量不一定是最小的量,這都是我原本不知道的。

圖 17：S19 的反思回饋

2. 你為什麼會用這些概念？你是怎麼想到的？請詳細寫出來。

為什麼會想到用比和比值，其實最主要原因是因為我在寫的時候其實稍微看過數筆記，我發現以前有上過類似的，也是利用七巧板找兩者之間的關係，且也有運用到比值，雖然是翻筆記想到的，但起碼找到了方法，而且說到兩者的關係，每次我總是先想到比值，從之前看來，很多題目都有講到比值，所以就會先想到比值。

圖 18：S22 的反思回饋

根據上圖 13~圖 18，不難看出，有越來越多的學生願意寫反思回饋，內容也越寫越多，而且幾乎都能夠聚焦在數學概念上了，例如：「基準量是當作 1 倍的量…」、「基準量不一定是最小的量、比較量不一定是最大的量」、「必須根據題目的問法，來決定誰當作 1 倍…」、「前項÷後項=比值、比較量÷基準量=比值…」，學生不僅已能夠理解「基準量與比較量」的核心概念，也能夠將該單元的概念與其他單元的概念進行簡單的整合，再再顯示班上學生在認知的層面上的「反思技能」又有更大幅度的進步。

(二)情意層面

題目 3：這個單元和以前的單元，有哪些地方用到一樣的呢？或是你發現了什麼特別的地方？請你詳細寫出來。

而制定 3. 這個單元和以前的單元，有哪些地方用到一樣的呢？或是你發現了什麼特別的地方？請你詳細寫出來。

用到了比、比值與比值
最一開始的遞移率
 $\Rightarrow a > b \quad b > c \quad !$
因此 $a > c$

且我們組有用到了未知數等量公理
題：糖果是餅乾的 3 倍，糖果比餅乾多 16 個
餅乾的數量 問糖果有幾個，餅乾有幾個？

設餅乾是 x $x \times 3 = \text{糖}$
演算成 $3x = \text{糖果}$
少 $x + 16 = 3x - x \rightarrow \text{等量公理}$
 $16 \div (3-1) = 8$
 $16 = 3x - x$
 $16 \Rightarrow 2x$
 $16 \div 2 = 8$

餅乾的數量

我發現我對比有很大的不了解
假如 red, blue = 1:2 但我一開始
以為 red: blue $\downarrow$ red:1 blue = redx2
= 2:1 基準量
 $\downarrow$
redx2 = 16 個 blue
但後來我發覺我錯了
我的基礎還沒打好

圖 19：S2 的反思回饋

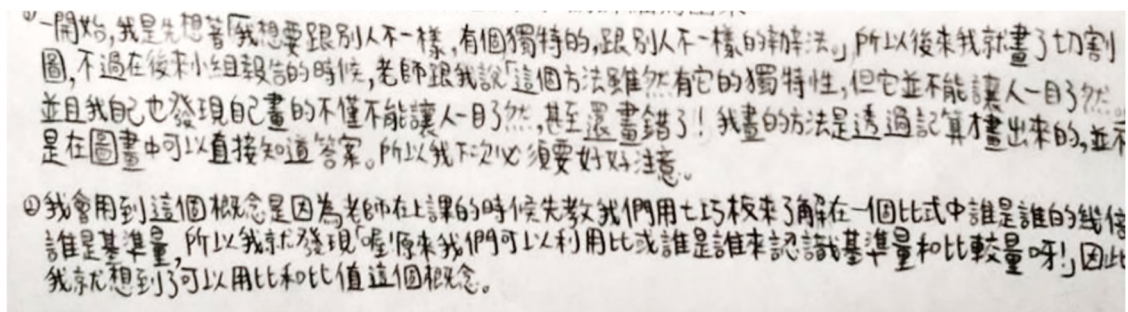


圖 20：S24 的反思回饋

這一題，筆者認為是三題當中最具難度的一題，經過一個學期的訓練，空白完全沒寫的學生已屈指可數，相關的數學概念也越寫越多、越寫越深入；不僅如此，學生已經越來越可以誠實面對自己的內心，將自己產生學習上的迷思概念，透過文字的描述再次釐清與爬梳，S2 寫道：「我覺得我對比有很大的不了解，假如 $\text{red}:\text{blue}=1:2$ ， $\text{blue}=\text{red}\times 2$ ，但我一開始以為 $\text{red}:\text{blue}=2:1$ ，但後來我發覺我錯了，我的基地還沒打好」（如圖 19）。

S2 一開始將「1 個小藍的面積大小=2 個小紅的面積大小」，寫成 $\text{red}:\text{blue}=2:1$ ，S2 產生這個迷思概念，筆者探究其原因，主要是因為受課本例子的影響所致，因為課本所舉的例子，都是用比來描述「兌換個數」的關係，但此處的式子 $\text{red}:\text{blue}$ 指的卻是「面積大小」的關係，而「面積大小」與「個數」恰巧是兩個相反的概念。經過課堂的釐清，S2 才終於察覺到自己的錯誤，並且也體認到自己尚有不足的地方。

另外，S24 寫道：「一開始，我是先想著我要跟別人不一樣……..我自己也發現自己畫的不僅不能讓人一目了然，甚至還畫錯了!我畫的方法是透過計算才畫出來的，並不是在圖畫的中可以直接知道答案的，所以我下次必須要好好注意。」數學是解決問題的工具，數學是一種語言，因此數學有兩大特色，一是由繁化簡、一目了然，二是找關係、找規律，因此數學的答案，理應在推導的過程中，就可以發現到答案，但由於臺灣數學教育依舊著重在低層次計算能力與解題，因此學生也就會習慣先計算出正確的答案之後再來畫圖，這樣的解題順序其實是不利學生的認知發展。經過老師課堂上的提醒，S24 也察覺到自己的盲點。

由於導師(筆者)採用了與以往不同的教學活動(策略)，因此讓學生對於「基準量與比較量」的探究過程中產生了許多的認知衝突，再慢慢地讓學生產生對數學學習的自我省思與批判，藉以引動學生的反思習性。筆者認為，此時的學生已具備了「批判鑑賞」的內涵。

肆、結語

從「事件描述」到「詮釋了解」，甚至是「批判鑑賞」，都再再顯示，讓學生進行自我課程反思有其必要，亦可培養學生自我監控的能力，那麼不論在「認知的層面」或是「情意的層面」上，都能有進步。筆者認為，唯有當我們的學生都不再那麼排斥數學，才有可能有機會去經驗「有趣，有感，有自己想法，有機會表達，遇到問題習慣用數學角度去看，用數學跟世界互動」。

學生要能夠有好的反思能力，老師的教學亦是重要關鍵，因為教育活動不是單純的認知性活動，而是包含著社會文化和倫理因素等在內的綜合性實踐活動。教師要想在複雜多變的教育實踐中應付自如，不但要具備寬厚的專業基礎知識，掌握相應的教學技能和技巧，還要能夠從學生的反思去檢視自己對教學過程進行不斷的反思，從而找到走進學生心理、與學生平等對話的路徑。

學生是學習的主體，教師作為學生學習的引導者，應鼓勵其自主探索、自主發現、自主發展。每個學生都是一個鮮活的生命個體，既有不同的個性，也存在個體差異，每個奇思妙想無不出自於個體的靈光一閃。讓學生真正參與到教學當中，親自體驗知識的生成過程，課堂才不會平淡，才顯得繽紛光彩，學習才真正成為學生的需要，或許才能真正改善我們的學生「高成就、低興趣、低信心」的窘境。

參考文獻

- 天下雜誌(2016)。〈國際調查：台灣學生很會寫題目，學習信心和興趣卻倒數〉，《教育趨勢》。引自 <https://www.cw.com.tw/article/5079674>。
- 李源順、林福來(2003)。實習教師的學習：動機、身份與反思互動下的成長。科學教育學刊，11(1)，1-25。
- 陳美玉(1999)。教師專業學習與發展。台北：師大書苑。
- Denny, M. (1998). Student-teachers' professional development. Unpublished.
- Dewey (1902). *The Child & the Curriculum*. Chicago: University of Chicago Press.
- Dewey, J. (1904/1977). The relation of theory to practice in education. In J. A. Boydston (Eds.), *John Dewey: The middle works 1899-1924, Vol. 3: 1903-1906* (pp.249-272). Carbondale: Southern Illinois University.
- Gore, J. M. (1987). Reflection on reflective teaching. *Journal of Teacher Education*, 40, 49-52.
- Schön, D. A. (1983). *From technical rationality to reflection-in-action*. NY: Basic Books.