

高中化學熱力學之系統性教學設計—— 化學平衡、電化學與溶液的依數性質

劉燕孝* 林峻亨

臺北市立建國高級中學

壹、前言

在高中教學現場的老師們於教授溶液的依數性質一章時，應該常遇到學生提出類似下列的問題：

- 一、為什麼溶液的依數性質(Colligative properties)關係式，其適用性限制為稀薄溶液？
- 二、為什麼滲透壓關係式 $\pi V=nRT$ 和理想氣體方程式 $PV=nRT$ 如此相似？
- 三、為什麼不同的依數性質關係式使用不同的濃度單位？
- 四、為什麼水的凝固點下降常數 K_f 與沸點上升常數 K_b ，其數值低於多數溶劑？

若將熱力學想像為一條蜿蜒於地下的知識河流，許多檯面上高中化學的章節看似各自獨立，深入解析內部的觀念可發現，底下所涉及的熱力學觀念實為相互連通的，因此，以上四個問題單以高中化學的知識雖難以清楚說明；然而，若能導入系統性的熱力學概念教學，這些問題便可迎刃而解，更可啟發學生自主學習能力，發掘更多背後的影響原因。

從過去到現在的 108 課綱，相較於國外的高中化學教材，國內高中化學在熱力學的部分始終著墨較少。目前直接介紹其內容的章節，主要分布在化學全第二章「物質的形成」中的「化學反應熱」，以及選化一第一章「化學計量與反應熱」中的「化學反應能量變化」等。前者主要內容為反應熱加成定律，即赫斯定律；後者則加入標準反應熱的概念；但均僅介紹反應焓而未涉及熵與吉布斯自由能。

然而，即使坊間許多大學物理化學用書均有詳細的熱力學相關定律推導，可供高中教學現場老師使用，但所涉及的物理及數學背景知識過於複雜，短時間內若要先教授這些知識，再進入推導教學，所需時間與難度，實不適合高中現場教學，因此，本文希望提出一套有系統，以高中現有背景知識為主，結合新課綱高中章節所適合之高中補充教學使用的熱力學教案。

*為本文通訊作者

本文整理出高中化學中屬於物理化學、與熱力學較為相關之章節於表 1：

表 1、高中化學熱力學相關之主要章節

代號	章節	名稱
A	化學全第二章	物質的形成
B	選化一第一章	化學計量反應熱
C	選化一第二章	氣體
D	選化一第三章	溶液(依數性質)
E	選化二第三章	反應速率
F	選化三第一章	化學平衡
G	選化四第一章	氧化還原

表 1 中除了前述的 A 與 B 外(以下不列入討論)，C 明顯為其他章節的熱力學模型基礎。而 E 除了與 F 較相關外，與其他章節關聯性不高；反之，F 為除了 C 以外，與其他章節關聯性最高的核心章節。綜合上述分析，這些章節的熱力學觀念，應由氣體(C)出發，在化學平衡(F)推導得到完整而通用的關係式，而後可應用於相平衡(D)與電化學平衡(G)等，以此脈絡進行教學在觀念的銜接上應較為順暢。

在選擇適合高中生學習的熱力學知識的部分，除了原有課綱中的反應焓外，加入熵與自由能兩觀念顯然是必要的。大學物化課本在這些單元多導入化學勢 μ (Chemical potential) 的觀念，代表每莫耳之自由能；然而為避免高中生一下子無法習慣過多的熱力學觀念與符號，本文仍維持以自由能推導的方式較易接受。其他原理盡量選擇可搭配高中已有的物理或數學知識的推導法加以應用，**避開大學一般常介紹，但對高中生較困難之理論**，如吉布斯-亥姆霍茲方程式(Gibbs-Helmholtz equation)等。

因此，本文將從**基礎熱力學**(Thermodynamics)當中，**吉布斯自由能**(Gibbs free energy)的意義以及**焓**(Enthalpy)與**熵**(Entropy)出發；選擇以基本物理的壓容功觀念簡易的推導出「**熱力學核心式**」，接著介紹化學平衡與熱力學的關係，推導兩者的關係式**凡特荷夫方程式**(Van 't Hoff equation)；加入基本電學與相平衡觀念後，可分別導出**能斯特方程式**(Nernst equation)與**克勞修士方程式**(Claus-Claypeyron equation)。其他相平衡相關定律中，**拉午耳定律**(Raoult's law) 與**滲透壓關係式**(Osmotic pressure equation)可由熱力學核心式導出；**沸點上升關係式**(Boiling point elevation equation)或**凝固點下降關係式**(Freezing point depression equation)則以直接應用克勞修士方程式的觀念導出較為簡便。

貳、吉布斯自由能與核心式推導

高中化學在探討能量時僅提及焓，而在探討定溫、定壓下一個反應的自發性時，由於吉布斯自由能納入了亂度因素，因此更為完整。

吉布斯自由能(以 G 表示)的定義為：

$$G \equiv H - TS \dots \dots \dots (1)$$

其中 H 代表焓、 T 是絕對溫度、 S 則是熵。而反應中定溫、定壓下的自由能變化可表示為：

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \dots \dots \dots (2)$$

若 ΔG 越小，表反應自發性越高，平衡越傾向生成物；反之，若 ΔG 越大，表反應自發性越低，平衡越傾向反應物。

其中熵可用於衡量一個系統的失序現象，亦即所謂的亂度。由於在溶劑中加入溶質配製成溶液時除了粒子數增加，各粒子自由活動的空間亦增加，故一般而言，在溶劑中加入溶質而配製為溶液後，系統的熵幾乎都會增加。

介紹吉布斯自由能的微分式如下：

$$\begin{aligned} dG &= dH - d(TS) \\ &= (TdS + VdP) - TdS - SdT \\ &= -SdT + VdP \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

首先，以理想氣體於等溫下進行反應開始，由標準狀態推廣至任一狀態；起始的壓力即標準壓力 $P^\circ = 1 \text{ bar}$ 、終止的壓力 P 。將式(3)積分，理想氣體方程式表明， V 是 P 的函數，因為溫度 T 是定值，可將 V 代換後積分：

$$\begin{aligned} G - G^\circ &= \int_{P^\circ}^P VdP = \int_{P^\circ}^P \frac{nRT}{P} dP \\ &= nRT \ln\left(\frac{P}{P^\circ}\right) = RT \ln\left(\frac{P}{P^\circ}\right)^n \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

假設反應 $aA + bB \rightarrow cC + dD$ 的標準吉布斯自由能變化為 ΔG° ，則有

$$\begin{aligned} c(G_C - G_C^\circ) + d(G_D - G_D^\circ) - a(G_A - G_A^\circ) - b(G_B - G_B^\circ) &= \Delta G - \Delta G^\circ \\ &= RT \ln\left(\frac{P_C}{P^\circ}\right)^c + RT \ln\left(\frac{P_D}{P^\circ}\right)^d - RT \ln\left(\frac{P_A}{P^\circ}\right)^a - RT \ln\left(\frac{P_B}{P^\circ}\right)^b \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

將式(5)整理後，得系統自由能關係式： $\Delta G = \Delta G^\circ + RT \ln Q \dots \dots \dots (6)$

以下稱為「熱力學核心式」，藉由本式，自由能變化結果可成功地由標準狀態推廣為非標準狀態。

參、化學平衡與電化學相關推導

系統自由能變化與電位關係式為：

$$\Delta G = -nF\Delta E \dots\dots\dots(7)$$

代入熱力學核心式(6)得：

$$(-nF\Delta E) = (-nF\Delta E^\circ) + RT\ln Q \dots\dots\dots(8)$$

可得能斯特方程式(Nernst equation)：

$$\Delta E = \Delta E^\circ - \frac{RT}{nF} \ln Q \dots\dots\dots(9)$$

由於電池達平衡時表現出的電位差為 $\Delta E = 0 \text{ V}$ ，此時的 Q 即為平衡常數 K_c ，代入能斯特方程式得：

$$\Delta E^\circ = \frac{RT}{nF} \ln K_c \dots\dots\dots(10)$$

即 $\Delta E^\circ = \frac{2.303RT}{nF} \log K_c$

25°C時 $\Delta E^\circ = \frac{0.059}{n} \log K_c$

故 25°C時平衡常數為：

$$K_c = 10^{\frac{nE^\circ}{0.059}} \dots\dots\dots(11)$$

至此，自由能、平衡常數與標準電位等三者關係，可歸納為下圖：

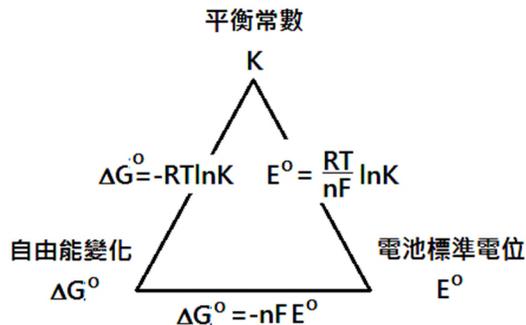


圖 1：自由能、平衡常數與標準電位關係圖

根據式(2)，反應的自由能變化：

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

根據式(6)，平衡時的自由能變化：

$$\Delta G^\circ = -RT \ln K_c \dots\dots\dots (12)$$

合併式(2)與(12)可得在溫度 T_1 時：

$$\ln K_1 = \frac{-\Delta G}{RT_1} = \frac{-\Delta H}{RT_1} + \frac{\Delta S}{R} \dots\dots\dots (13)$$

在溫度 T_2 時：

$$\ln K_2 = \frac{-\Delta G}{RT_2} = \frac{-\Delta H}{RT_2} + \frac{\Delta S}{R} \dots\dots\dots (14)$$

因為反應焓與熵對溫度影響僅與莫耳熱容 C 相關($\Delta H_{\text{溫度改變}} = C\Delta T$ 、 $\Delta S_{\text{溫度改變}} = C \ln(\frac{T_f}{T_i})$ ，兩者的改變數值在 T 改變不大時皆遠小於化學反應或相變的反應焓，予以省略，即 H 與 S 與 T 獨立)，合併式(13)與(14)，可得不同溫度下，平衡常數之關係為：

$$\ln K_1 - \ln K_2 = \ln \left(\frac{K_1}{K_2} \right) = \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \dots\dots\dots (15)$$

此即凡特荷夫方程式(Van 't Hoff equation)。

若純溶劑 A 由液相轉變為氣相的化學方程式為： $A(l) \rightleftharpoons A(g)$ ， $\Delta H^\circ =$ 汽化熱

由於此時的平衡常數 K_p 即為蒸氣壓 P_i ；代入上式可得不同溫度下的蒸氣壓：

$$\ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \dots\dots\dots (16)$$

即為克勞修士方程式(Claus-Claypeyron equation)。

肆、依數性質—拉午耳定律的推導

根據式(4)或熱力學核心式(6)可知，當溶液與其上方溶劑蒸氣達平衡時：

$$G_{\text{溶劑蒸氣}} = G_{\text{溶液}} + RT \ln x_1 \dots\dots\dots (17)$$

(x_1 為溶劑在溶液中所佔之莫耳分率)

非標準與標準狀態間，溶劑蒸氣系統的自由能關係式：

$$G_{\text{溶劑蒸氣}} = G_{\text{溶劑蒸氣}}^\circ + RT \ln P_1 \dots\dots\dots (18)$$

$$(P_1/P_1^\circ = P_1/(1 \text{ bar}) = P_1)$$

合併式(17)與(18)可得：

$$G_{\text{溶劑蒸氣}}^\circ + RT \ln P_1 = G_{\text{溶液}} + RT \ln x_1 \dots\dots\dots (19)$$

$$\ln\left(\frac{P_1}{x_1}\right) = \frac{G_{\text{溶液}} - G_{\text{溶劑蒸氣}}^\circ}{RT}$$

$$\frac{P_1}{x_1} = \exp\left(\frac{G_{\text{溶液}} - G_{\text{溶劑蒸氣}}^\circ}{RT}\right)$$

$$P_1 = x_1 \cdot \exp\left(\frac{G_{\text{溶液}} - G_{\text{溶劑蒸氣}}^\circ}{RT}\right) \dots\dots\dots(20)$$

純溶劑之 $x_1 = 1$ ，可得：

$$P_1^\circ = \exp\left(\frac{G_{\text{溶液}} - G_{\text{溶劑蒸氣}}^\circ}{RT}\right) \dots\dots\dots(21)$$

合併式(20)與(21)可得：

$$P_1 = x_1 \cdot P_1^\circ \dots\dots\dots(22)$$

即為拉午耳定律(Raoult's law)。

伍、依數性質—沸點上升關係式的推導

當液體的蒸氣壓與周圍環境的壓力相等時，此時液體沸騰的溫度稱為「沸點(boiling point)」。

以水為例，其溫度對蒸氣壓關係之示意圖如下：

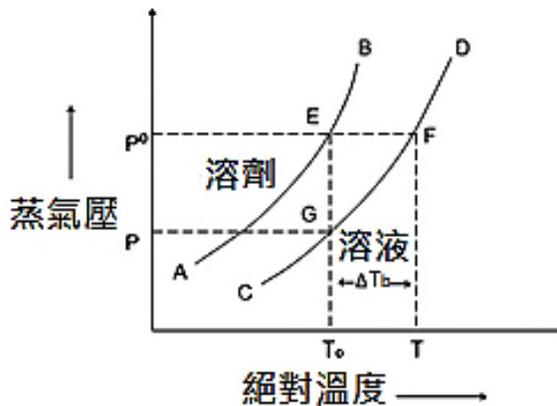


圖 2：純溶劑與溶液的溫度對蒸氣壓關係示意圖

如圖 2 所示，當純溶劑(AB 曲線)在沸點 T_0 時，其蒸氣壓等於外界壓力為 P^0 ；而同溫度下的溶液(CD 曲線)蒸氣壓僅為 P ，但可觀察到於相同外壓 P^0 下，沸點升高為 T ，溶液的沸點上升量 $\Delta T_b = T - T_0$ 。

根據克勞修士方程式(Claus-Claypeyron equation)，圖 2 的蒸氣壓關係式為：

$$\ln\left(\frac{P^\circ}{P}\right) = \frac{\Delta H_v}{R}\left(\frac{1}{T^\circ} - \frac{1}{T}\right) \dots\dots\dots(23)$$

(ΔH_v 表莫耳汽化熱)

$$\ln\left(\frac{P}{P^\circ}\right) = \frac{-\Delta H_v}{R}\left(\frac{1}{T^\circ} - \frac{1}{T}\right) = \frac{-\Delta H_v}{R}\left(\frac{\Delta T}{T^\circ T}\right) \dots\dots\dots(24)$$

稀薄溶液時 $T \cong T_0$ ，代入式(24)得：

$$\ln\left(\frac{P}{P^\circ}\right) = \frac{-\Delta H_v}{R}\left(\frac{\Delta T}{T_0^2}\right) \dots\dots\dots(25)$$

由拉午耳定律知 $\left(\frac{P}{P^\circ}\right) = x_1 = 1 - x_2$ (x_1, x_2 分別代表溶液中溶劑與溶質所佔之莫耳

分率)

由於稀薄溶液中 $1 \gg x_2$ ，故由泰勒展開式可知： $\ln(1 - x_2) \cong -x_2$ ，而得：

$$-x_2 = \frac{-\Delta H_v}{R}\left(\frac{\Delta T}{T_0^2}\right) \dots\dots\dots(26)$$

稀薄溶液中： $n_1+n_2 \cong n_1$ (n_1, n_2 分別代表溶液中溶劑與溶質所含之莫耳數)，得：

$$x_2 = \left(\frac{n_2}{n_1 + n_2}\right) \cong \left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \frac{\Delta H_v}{R}\left(\frac{\Delta T}{T_0^2}\right) \dots\dots\dots(27)$$

根據式(27)可知：

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{RT_0^2}{\Delta H_v}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \\ &= \frac{RT_0^2}{\Delta H_v}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\left(\frac{M_1}{M_1}\right) \\ &= \frac{RM_1T_0^2}{\Delta H_v} \cdot \frac{n_2}{n_1M_1} \\ &= \frac{RM_1T_0^2}{\Delta H_v} \cdot C_m \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

n_1M_1 即溶劑質量，進而推得式(28)，即沸點上升關係式(Boiling point elevation equation)：

$$\Delta T = K_b \cdot C_m \dots\dots\dots(29)$$

(沸點上升常數 $K_b = \frac{RM_1T_0^2}{\Delta H_v}$ ； M_1 表示溶劑的分子量，單位為公斤)

陸、依數性質—滲透壓關係式的推導

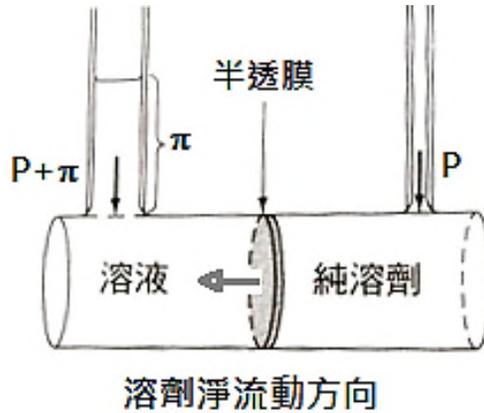


圖 3：純溶劑與溶液的滲透壓關係示意圖

根據圖 3 以及熱力學核心式(6)可知，當半透膜兩邊的系統為「純溶劑」與「溶液」間，存在一滲透壓 π 且達平衡時：

$$G_{\text{溶液}} = G_{\text{純溶劑}} + RT \ln x_1 \dots \dots \dots (30)$$

(x_1 代表溶液中溶劑所佔之莫耳分率)

如圖 3，平衡時純溶劑對半透膜向左側的壓力為大氣壓 P ，溶液對半透膜向右側之壓力為 $P + \pi$ ，則合併式(30)與(3)得：

$$\begin{aligned} \Delta G &= G_{\text{溶液}} - G_{\text{純溶劑}} \\ &= -RT \ln x_1 = \int_P^{P+\pi} V_m dP \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

(V_m 表溶劑之莫耳體積)

$$\pi V_m = -RT \ln(1 - x_2) \dots \dots \dots (32)$$

由於稀薄溶液中 $1 \gg x_2$ ，故由泰勒展開式可知： $\ln(1 - x_2) \cong -x_2$ ，而得：

$$\ln(1 - x_2) \cong -x_2 = -\left(\frac{n_2}{n_1 + n_2}\right) \dots \dots \dots (33)$$

稀薄溶液中 $n_1 + n_2 \cong n_1$ (n_1, n_2 分別代表溶液中溶劑與溶質所含之莫耳數)，故得：

$$\ln(1 - x_2) \cong -\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \dots \dots \dots (34)$$

合併(32)與(34)可得：

$$\pi V_m = RT \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \dots \dots \dots (35)$$

$$\pi = \frac{n_2 RT}{n_1 V_m} \cong \frac{n_2 RT}{V} \dots \dots \dots (36)$$

(V 表溶液總體積)

即為滲透壓關係式(Osmotic pressure equation)：

$$\pi = C_M RT \dots \dots \dots (37)$$

(溶液體積莫耳濃度 $C_M = \frac{n_2}{V}$)

柒、推導教學後學生作業之設計

經過課堂引導式推導後，為使學生反思上述推導的熱力學脈絡關係，建議可利用 Google Classroom 指派作業，如圖 4，以協助學生將理論內化與整理：

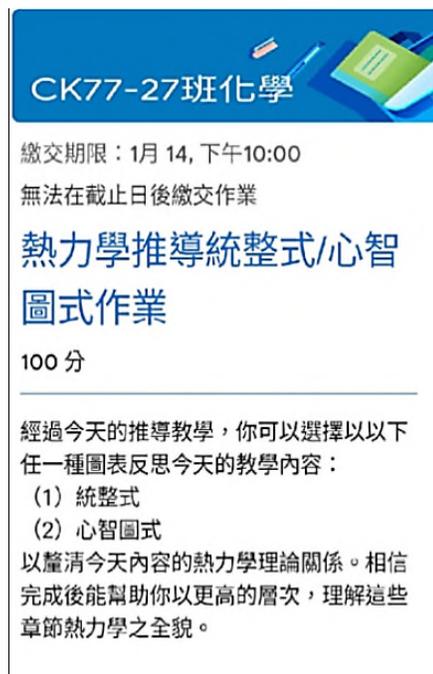


圖 4：Google Classroom 作業內容

對於作業的形式給予統整式與心智圖式兩種大方向的建議，學生有較大的發揮空間，因此可看出因學生個人需求與心得，呈現出不同重點的作品。

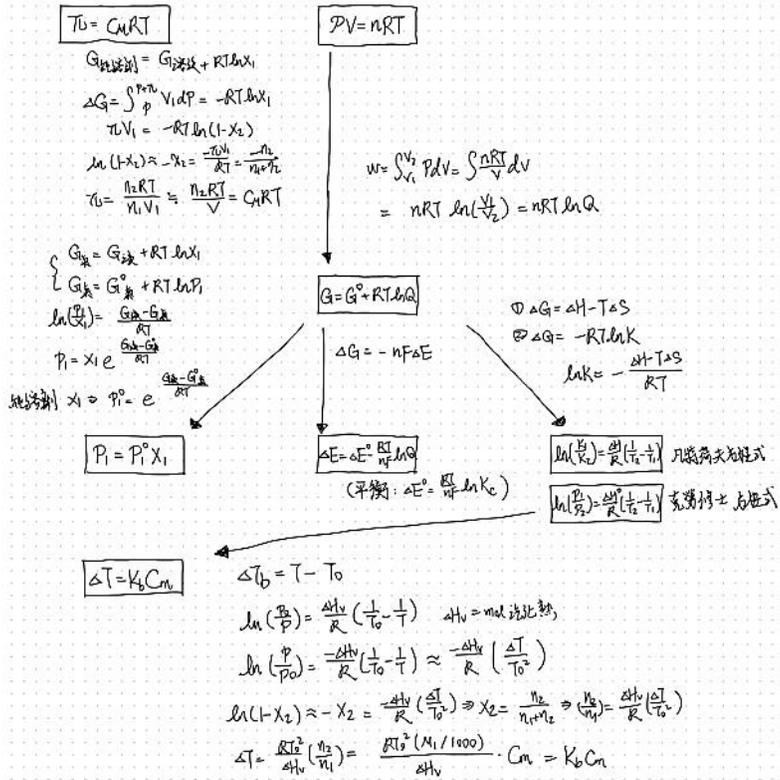


圖 5：學生作品例一

圖 5 這一類的作品有較為詳細的推導內容，同時以原理關係相互連結，表示同學希望透過作業將推導重點自己整理一遍，並釐清其理論關係。

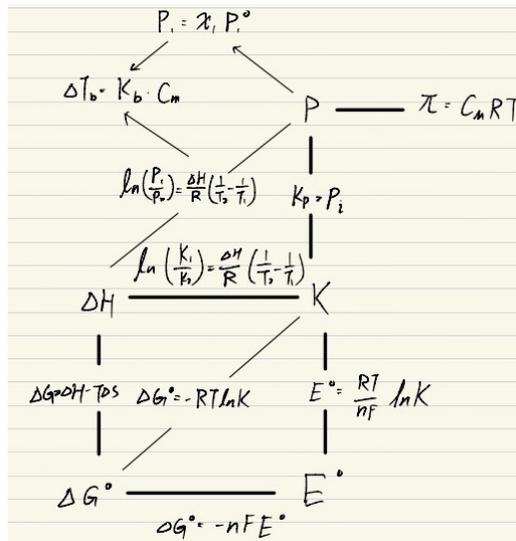


圖 6：學生作品例二

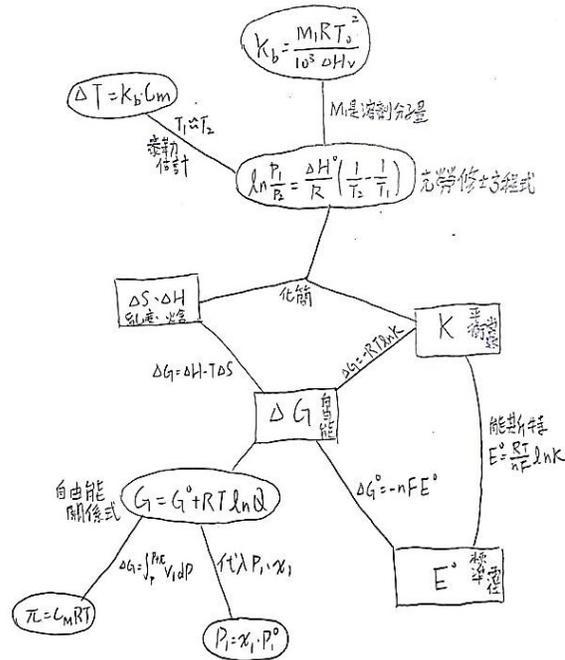


圖 7：學生作品例三

圖 6 及 7 這一類的作品，選擇以最主要的理論關係呈現，僅附註最關鍵的推導式，圖 7 則更偏向心智圖模式，整理出直觀的思考流程。

在學生完成圖 4 之作業後，最後可再安排一堂課，以問答或小組報告的方式，請學生提出對於前述本章節常見的問題的答案，進行發表與討論：

一、為什麼溶液的依數性質關係式(Colligative properties)，其適用性限制為稀薄溶液？

由式(27)、(33)、(34)等可知，當溶液為稀薄溶液時， $n_1 + n_2 \approx n_1$ ，則 $x_2 \approx \frac{n_2}{n_1}$ (n_1, n_2 分別代表溶液中溶劑與溶質所含之莫耳數)，由此簡化為各依數性質關係式的結果。

二、為什麼滲透壓關係式 $\pi V = nRT$ ，和理想氣體方程式 $PV = nRT$ ，兩者形式如此相似？

由式(30)可知，滲透壓關係式 $\pi V = nRT$ 來自於「熱力學核心式」(6) $\Delta G = \Delta G^\circ + RT \ln Q$ 所衍伸，而此式乃根據理想氣體的模型所推導而得，故其壓力、體積、粒子數與溫度間之關係，具有相似的結果。

三、為什麼不同的依數性質關係式使用不同的濃度單位？

由式(17)、(18)等可知，拉午耳定律源自於熱力學核心式與蒸氣壓力比，故使用莫耳分率為濃度之單位。

由式(27)、(28)等可知，凝固點下降關係式，的確可以改以莫耳分率為濃度單位來表示，此時 K_f 將有所不同，現今之表示法以重量莫耳濃度 C_m 為濃度之單位，可能為考量實驗操作與計算之故。

由式(35)、(36)等可知，滲透壓關係式與理想氣體方程式於推導中，均涉及壓容功，因此產生一體積項，進而延伸為體積莫耳濃度 C_M ，故以其為單位。

四、為什麼水的凝固點下降常數 K_f 與沸點上升常數 K_b ，其數值低於多數溶劑？

由式(28)可知，稀薄溶液時， $K_b = \frac{RM_1 T_0^2}{\Delta H_v}$ ，故當溶劑分子量 M_1 愈大時， K_b 愈大。

討論出一開始鋪陳的四個問題的答案後，課程已接近尾聲，詢問同學是否有其他問題時，有學生觀察整個推導架構後，提出了一個問題：「為什麼可將理想氣體模型推導出的結果，套用在溶液的狀況？」建議此時可引入活度(Activity)與活性係數(Activity coefficient)的概念，但深入的內容建議讓學生自主進階學習。

此外，教師對心智圖作業進行批閱後，對於學習成就較低的學生，可透過在小組上台報告前預留足夠的時間，讓同組同學可以互相討論學習，教師從旁協助進行，特別是那些基礎知識缺失的學生，可因此受益良多。故本課程進行開始時，可先宣告將於各組報告後，立即發佈 Google 表單進行組間互評，激勵組內合作學習氣氛，以此縮小組內差距，豐富每一位學生對熱力學概念的理解。

捌、結論

本文以高中生對於溶液的依數性質章節常提出的四個問題為出發，設計適合高中生學習的熱力學教學程序，在原有課綱中的反應焓外，建議先導入熵與自由能兩觀念，接下來以高中一般物理觀念的壓容功觀念導出熱力學核心式(6)，避開大學物化課本化學勢 μ 、吉布斯-黑目合子方程式等較複雜的觀念，繼續以自由能為主體，以化學平衡關係導出克勞修士方程式(16)，搭配高中已有的物理或數學知識的推導法加以應用，可導出其他溶液的依數性質關係式，如拉午耳定律(22)、沸點上升關係式(29)，以及滲透壓關係式(37)等，唯泰勒展開式需補充。

為使學生反思上述課堂推導教學的知識脈絡關係，本文建議以 Google Classroom 指派統整式或心智圖式兩種大方向的作業，學生可依個人需求與心得，設計出不同風格的作品，教師也可由此了解學生的理解狀況進行教學修正。待作品批改發還後，再以一堂課對於前述高中生對於溶液的依數性質章節常提出的四個問題的答案，進行發表與討論作為課程的結束。

玖、結語

高中化學目前僅含少部分的反應焓，欠缺物理化學領域中之完整的熱力學觀念，因此在教學上如化學平衡、電化學與溶液的依數性質等章節，造成教學程序上各自獨立而觀念無法連貫。熱力學觀念在分析化學、有機化學、生物化學以及無機化學等領域裡皆有其重要性，因此高中學生若能對於此有更全面的認識，學習上必能有所裨益。

而本文旨在介紹一系統性且適合高中生程度的熱力學觀念與推導教學，引導高中學生在既有能力範圍內，一方面多方**跨領域整合現有知識**，如化學平衡、電化學與溶液的依數性質等章節概念，以及物理領域的理想氣體、壓容功及電學範疇的應用。另一方面亦**適當地加深加廣**，引入吉布斯自由能、亂度；以基本微積分為工具等，多面向地進行探討。更透過**實際課堂常見問題討論、適合高中程度與搭配高中章節的推導演練搭配教學作業成果相互鋪陳、應用與應證**，實踐科學的精神，讓學生可以擁有更廣泛與全面的學習視野。

參考文獻

- Atkins P., Paula, J. D.; Keeler, J. (2022). *Atkins' Physical Chemistry* (12th ed.). Oxford: Oxford University Press.
- Engel, T.; Reid, P. (2013). *Physical Chemistry* (3rd ed). San Francisco: Pearson Benjamin Cummings.
- IUPAC. *normal boiling temperature*. Retrieved Feb 8, 2024, from <https://goldbook.iupac.org/terms/view/N04211>.
- Laidler, K. J.; Meiser, J. H.; Sanctuary, B. C. (2003). *Physical Chemistry* (4th ed.). Physical Chemistry. Boston : Houghton Mifflin.
- Skoog, D. A.; West, D. M.;F. James Holler, F. J.; Crouch, S. R. (2023). *Fundamentals of Analytical Chemistry* (10th ed). Boston: Cengage Learning.
- Zumdahl, S. S.; Decoste, D. J. (2016). *Chemical Principles* (8th ed). Boston: Cengage Learning.
- 張煥宗等(2023):**普通型高級中等學校化學(全一冊)**。台北市：龍騰文化