九十五年大學入學指定考物理科
非選擇題試題討論

賈至達 [1*] **張慶瑞** [2]

[1] 國立臺灣師範大學 物理系
2 國立臺灣大學 物理系

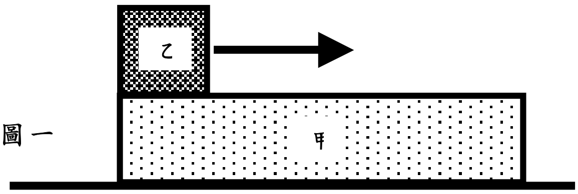
今年（民國九十五年）大學入學考物理考科的第二部分非選擇題共有兩大題：第一題是與力學相關的題目，第二題討論的是電路問題。題目本身出的相當好，不過，同學要完整的解得兩題的解答，其物理的觀念要足夠好。誠如許多老師提出不同的解題觀點，顯示此兩題有相當多的概念包含其中，也因此筆者認為應該對這些題目作一些解法與概念上進行較深度的探討。這是我們撰寫這篇文章的目的。首先讓我們來討論第一題。

第一題 題目的陳述如下：

如圖一所示，在光滑水平面上有相互重疊之甲乙兩木塊，其質量各為 $2m$ 與 m。起初，甲木塊靜止在水平地面上，而乙木塊在甲木塊上之左緣以初速 v 向右運動。已知甲乙兩木塊之間的動摩擦係數為 μ_k，回答以下各問題（以 m、v、μ_k 和重力加速度 g 表示）。

1. 假設甲木塊夠長，使得以木塊不會掉落到水平地面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f。（4分）
2. 承（1）小題，求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間。（3分）
3. 若不計以木塊長度，則甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落。（3分）

圖一



本題題目描述的方式算是相當清楚，並且有繪圖輔助理解，因此考生不容易誤解題目的意思；不過我們還是「雞蛋裡挑骨頭」，筆者根據一般習慣提出兩點建議。用語「水平面上」，可能是由英文中的「Horizontal Surface」而來；若能改為「水平桌面上」或者是「水平地面上」會更佳。題目中說明了甲木塊的質量是乙木塊的兩倍；相信是為了計算時的方便。不過從『....甲乙兩木塊，其質量各為 $2m$ 與 m。』的描述和圖中乙木塊在甲木塊之上繪製，很明顯地，考生在思考上要作一次與物理無關的轉換，所以考生要記得甲木塊質量為 $2m$，且乙木塊的質量為 m，就是：『甲木塊 $\equiv 2m$』，而『乙木塊 $\equiv m$』。因為在思緒

* 為本文通訊作者

上要作一次轉換，因此難免有考生誤解為『乙木塊≡2m』，而『甲木塊≡m』。若能夠在圖示中，直接標明 m 在 2m 之上，相信造成考生以為『乙木塊≡2m』和『甲木塊≡m』的錯誤會減少。誠如一開始所言，題目的描述已相當清楚，不過若能將上述兩點改正，相信對於減少學生對於題意的誤解會更有幫助。

接著我們再來討論一般解答課本或是「報紙上」所提供的解答。在報紙上所題供的解答，通常相當精簡。所提供的解答中，常常為了要精簡，每一小題在寫解答時所利用的物理定律與物理的概念無法連貫，對於學生物理能力的增進，幫助並不太大。因此筆者認為有必要用有系統的方式，來呈現解答。尤其是此種題型經過「指定考科」測試過後，日後會相當普遍的被用於一般的考試。對於「曝光率」相當高的題目，更應該要有系統的討論。有系統的討論不僅可以訓練學生對於物理概念的理解，同時也對於各種物理概念間的相互關係能夠更深入的瞭解。以下僅就筆者認為三種重要的物理概念來解題。首先要利用的方法是一般力的分析得知甲乙兩木塊的加速度，再利用運動學方法的解法來求解。第二種方法是利用完全非彈性碰撞的概念，在動量守恆的條件下求得解答。第三種方法是以質心運動速度概念求解答。以下就上述三種概念求解的方式一一說明。

<u>方法一：利用運動學的等加速度求解。</u>

第一小題：假設甲木塊夠長，使得以木塊不會掉落到水平地面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f。

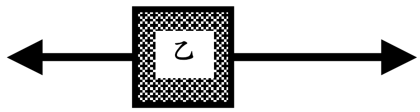
甲乙兩木塊間的摩擦力 f（ $f=\mu_k mg$ ）是內力，因此甲木塊受到 f 向右的力，而乙木塊受到摩擦力 f 的反作用力。對乙木塊而言，其加速度 $a_{乙}$ 為：

$$a_{乙}=\frac{-\mu_k mg}{m}=-\mu_k g \quad ,（1）$$

（1）式說明乙木塊進行減加速度運動。因為乙木塊的初速度為 v，故乙木塊速度（$V_{乙}$）受減加速度的影響會隨時間增加而逐漸減小；而在某一個特定時間 t，速度會由 v 降為 v_f（也就是甲乙兩木塊的末速度）；即

$$v_f=v-\mu_k gt \quad ,（2）$$

如圖二所示；乙木塊的初速度為 v（向右），受到一個向左的摩擦力的反作用力 f。



圖二

相同的道理，甲木塊的加速度 $a_{甲}$ 為：

$$a_{甲}=\frac{\mu_k mg}{2m}=\frac{\mu_k g}{2} \quad ,（3）$$

（3）式說明甲木塊受到摩擦力的作用，進行等加速度運動，其速度（$V_{甲}$）由零開始增加。甲木塊的速度會逐漸增加，到達一特定時間 t 時，甲木塊的運動速度

與乙木塊相等，即 $V_{甲}=V_{乙}=v_f$。依據等加速度運動公式，甲木塊在 t 時刻的速度爲：

$$v_f=\frac{\mu_k g}{2}t \quad ,(4)$$

將第（4）式代入（2）式，可以解得甲乙兩木塊的末速度 v_f；即：

$$v_f=v-\mu_k gt=v-2v_f \quad ,(5)$$

由上式可以推算出末速度爲 $v_f=\frac{1}{3}v$；此即第一小題的解答。

第二小題：求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間 t。

將末速度 $v_f=\frac{1}{3}v$ 代入（2）式或（4）式，則可以求得此特定時間 t，即：

$$v_f=v-\mu_k gt=\frac{1}{3}v \quad ,(6)$$

或 $$v_f=\frac{\mu_k g}{2}t=\frac{1}{3}v \quad ,(7)$$

由（6）或（7）式，都可以解得 t，即 $t=\frac{2v}{3\mu_k g}$。

我們當然也可以直接利用公式（2）和（4）的聯立方程式，即：

$$v-\mu_k gt=\frac{\mu_k g}{2}t \quad ,(8)$$

即可解得 $t=\frac{2v}{3\mu_k g}$；這就是第二小題的解答。

第三小題：甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落？

這一小題是要計算出乙木塊在甲木塊上所行走的距離，其的解法相當多，以下將所有可能的解法一一說明：

（A）以運動學公式 $S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 解之：

甲木塊的初速度爲零，且加速度爲 $\frac{\mu_k g}{2}$，故對地所走的距離 $S_{甲}$爲：

$$S_{甲}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_k g}{2}t^2$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_k g}{2}\cdot\left(\frac{2v}{3\mu_k g}\right)^2=\frac{v^2}{9\mu_k g} \quad ,(9)$$

同理；乙木塊的初速度爲 v，且加速度爲 $-\mu_k g$，故對地所走的距離 $S_{乙}$爲：

$$S_{乙}=vt-\frac{1}{2}\cdot\mu_k gt^2$$

$$=v\cdot\frac{2v}{3\mu_k g}-\frac{1}{2}\cdot\mu_k g\cdot\left(\frac{2v}{3\mu_k g}\right)^2=\frac{4v^2}{9\mu_k g} \quad ,(10)$$

因此甲木塊最短的長度爲 $S_{乙}-S_{甲}$，即（10）式和（9）式的差值，其值等於

$$S_{乙}-S_{甲}=\frac{v^2}{3\mu_k g} \quad ,(11)$$

（11）式，即第三小題的解答。

（B）以運動學公式 $v_f^2=v_0^2+2aS$ 解之：

甲木塊的初速度爲零，末速度爲 $v_f=\frac{1}{3}v$，加速度爲 $\frac{\mu_k g}{2}$，假設對地所走

的距離為 $S_{甲}$，則

$$\left(\frac{v}{3}\right)^2 = 2\cdot\frac{\mu_k g}{2}\cdot S_{甲} \Rightarrow \frac{v^2}{9\mu_k g} = S_{甲} \quad ,(12)$$

同理；乙木塊的初速度為 v，末速度為 $v_f = \frac{1}{3}v$，加速度為 $-\mu_k g$，假設對地所走的距離為 $S_{乙}$，則

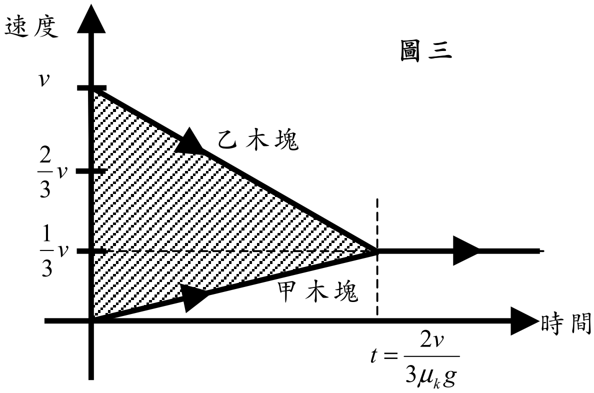
$$\left(\frac{v}{3}\right)^2 = v^2 - 2\cdot\mu_k g\cdot S_{乙} \Rightarrow \frac{4v^2}{9\mu_k g} = S_{乙} \quad ,(13)$$

因此甲木塊最短的長度為 $S_{乙} - S_{甲}$，即（13）式和（12）式的差值，其值等於 $S_{乙} - S_{甲} = \frac{v^2}{3\mu_k g}$，即第三小題的解答。

（C）以運動學之平均速度解之：

在 0 到 t 的時間內，甲木塊的速度由零增加到 $\frac{1}{3}v$，其平均速度為 $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}v = \frac{1}{6}v$。在相同的時間內，乙木塊的速度由 v 減少到 $\frac{1}{3}v$，而平均速度為 $\frac{1}{2}\cdot\left(v - \frac{1}{3}v\right) = \frac{1}{3}v$。甲乙兩木塊的平均速度之和為 $\frac{1}{6}v + \frac{1}{3}v = \frac{1}{2}v$。因此 $\frac{1}{2}v$ 乘以時間 $t = \frac{2v}{3\mu_k g}$ 等於 $\frac{v^2}{3\mu_k g}$，即第三小題的解答。

事實上，上述平均速度的解法與利用圖形的解法相當類似，參見圖三。圖三中所顯示的是甲乙兩木塊的速度隨時間變化的關係圖；AB 連線以下的面積等於乙木塊在 t 時刻內相對於地所行的距離，OB 連線以下的面積為甲木塊在 t 時刻內相對於地所行的距離。因此圖三中的斜線部分（即三角形 OAB）乙木塊和甲木塊在 t 時刻內相對於地所行的距離的差值，也就是等於乙木塊在甲木塊上所走的距離。因此由三角形 OAB 的面積可求得乙木塊在甲木塊上所走的距離，即為 $\frac{1}{2}\cdot v\cdot\frac{2v}{3\mu_k g} = \frac{v^2}{3\mu_k g}$；說明了甲木塊至少要 $\frac{v^2}{3\mu_k g}$ 長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落。



（D）以虛擬力的概念解之：

在時間由 0 到 t 的區間內的任一時間 t'，甲木塊和乙木塊的速度可用下兩式表示：

$$V_{甲} = \frac{\mu_k g}{2}t' \quad ,(14)$$

$$V_{乙} = v - \mu_k g t' \quad ,(15)$$

乙木塊相對於甲木塊的速度為：

$V_{乙-甲} = V_{乙} - V_{甲} = v - \frac{3}{2}\mu_k g t'$ ，（16）

公式（16）說明當 $V_{乙-甲}=0$ 時，即 $t'=t$ 的時間恰等於 $\frac{2v}{3\mu_k g}$。公式（16），也代表著一個虛擬力（Virtual Force）所造成的虛擬加速度，$-\frac{3}{2}\mu_k g$，因此可以由此加速度可以計算出在 0 到 t 的時刻內乙木塊在甲木塊上所行走的距離 S，也就是甲木塊最小的長度：

$$S = vt - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\mu_k g\cdot t^2 \qquad (17)$$

或 $$0 = v^2 - 2\cdot\frac{3}{2}\mu_k g\cdot S \qquad (18)$$

（17）式或（18）式可以解得甲木塊最小的長度爲 $S=\frac{v^2}{3\mu_k g}$。

上述『方法一』解題的方式，學生需要理解摩擦力（$\mu_k mg$）的作用力與其反作用力是分別作用在甲木塊和乙木塊上，而得知甲木塊和乙木塊的加速度分別爲 $\frac{\mu_k g}{2}$ 和 $-\mu_k g$。有了加速度，再加上初始條件，也就是時間爲零時：甲木塊靜止、乙木塊的初速度爲 v 的條件；就可以寫出運動學公式，如此可以輕易解得系統的末速度 $v_f=\frac{1}{3}v$、到達末速度的時間 $t=\frac{2v}{3\mu_k g}$，和甲木塊最小的長度爲 $S=\frac{v^2}{3\mu_k g}$。

<u>方法二：利用利用完全非彈性碰撞的概念求解。</u>

第一小題：假設甲木塊夠長，使得乙木塊不會掉落到水平地面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f。

本題可以視爲乙木塊以初速度 v 與靜止的甲木塊發生完全非彈性碰撞。任何一種類型的碰撞，都符合動量守恆定律，因此本小題依據動量守恆會有兩種相似的解法。此兩種解法的說明如下：

<u>（A）由動量守恆定律解之：</u>

甲乙兩木塊所合成的系統，其初始動量爲：$mv+2m\cdot 0$，而末動量爲 $(m+2m)\cdot v_f$。由動量守恆定律知：初動量等於末動量；即：

$$mv+2m\cdot 0=(m+2m)\cdot v_f \qquad (19)$$

由（19）式，可以輕易解得 $v_f=\frac{1}{3}v$。

<u>（B）由前後動能中的動量相等的條件解之：</u>

甲乙兩木塊所合成系統的初動能爲：$\frac{1}{2}mv^2=\frac{p_i^2}{2m}$，其中 p_i 爲系統的初動量。系統的末動能爲 $\frac{1}{2}(m+2m)v_f^2=\frac{p_f^2}{2(m+2m)}$，其中 p_f 爲系統的末動量。根據動量守恆，上兩式中的

動量是相等的，也就是 $p_i = p_f$。因此：

$$\frac{\frac{1}{2}(m+2m)v_f^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{\frac{p_f^2}{2(m+2m)}}{\frac{p_i^2}{2m}} \Rightarrow \frac{3v_f^2}{v^2} = \frac{1}{3} \quad ,(20)$$

因而由（20）式解得 $v_f = \frac{1}{3}v$。

> 第二小題：求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間 t。

題目述說『**一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動**』，代表著是一種完全非彈性碰撞，因此過程中有衝量的作用。此衝量的作用使得乙木塊動量減少，而甲木塊則獲得同等大小的動量，使得兩者有相同的末速度。衝量的定義是「力」乘以力作用的「時間」，也等於是動量的變化量。系統的「內力」是摩擦力（$\mu_k mg$），「時間」是指作用力作用的時間區間，也就是由 0 到 t 的時間內。乙木塊的動量變化爲 $m\cdot\left(\frac{1}{3}v - v\right)$，因此：

$$-\mu_k mg\cdot t = m\cdot\left(\frac{1}{3}v - v\right) \quad ,(21)$$

對甲木塊而言，動量的變化量是 $2m\cdot\left(\frac{1}{3}v - 0\right)$，所以：

$$\mu_k mg\cdot t = 2m\cdot\left(\frac{1}{3}v - 0\right) \quad ,(22)$$

由（21）和（22）式都可以解得 $t = \frac{2v}{3\mu_k g}$。

> 第三小題：甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落？

由於甲木塊於碰撞前是靜止的，所以甲乙兩木塊的碰撞是完全非彈性碰撞中的一種特例；其末速度 v_f 爲 $\frac{m}{m+2m}v = \frac{1}{3}v$，故碰撞後的動能 k_f 爲：

$$k_f = \frac{1}{2}(m+2m)v_f^2 = \frac{1}{2}(m+2m)\cdot\left(\frac{m}{m+2m}v\right)^2$$

$$= \frac{m}{m+2m}\cdot\frac{1}{2}mv^2 \quad ,(23)$$

故碰撞後的動能爲碰撞前總動能的 $\frac{m}{m+2m}$ 倍，即 $\frac{1}{3}$ 倍。由能量守恆的觀念知道，完全非彈性碰撞所損失的動能爲 $\frac{2m}{m+2m}\cdot\frac{1}{2}mv^2$，也就是 $\frac{2}{3}$ 倍碰撞前的總動能；此部分能量的損失是因爲摩擦力而消耗掉的。更清楚的說：應該是乙木塊在甲木塊上移動距離 S 時，摩擦力（$\mu_k mg$）所造成的系統能量損失；故：

$$\mu_k mg\cdot S = \frac{2m}{m+2m}\cdot\frac{1}{2}mv^2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}mv^2 \quad ,(24)$$

上式可以求得甲木塊最小的長度爲 $S = \frac{v^2}{3\mu_k g}$。

上述『方法二』解題的方式，利用碰撞時動量守恆和完全非彈性碰撞時所消耗的動能最多的兩各重要概念來解題。

方法三：利用質心速度的概念，求出末速 v_f。

第一小題：假設甲木塊夠長，使得乙木塊不會掉落到水平地面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f。

甲乙兩木塊間的摩擦力 f（$f=\mu_k mg$）是內力，並不會影響系統的質心速度 v_c，也就是說質心速度 v_c 恆爲一個定值。

（A）題目所描述的過程，也是一個完全非彈性碰撞過程，而碰撞前後，系統的質心速度是不會改變的。當題目敘述『……**一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動**，……』，就等於是指出 $v_f=v_c$；因此由質心速度的定義，我們可以輕易地求得末速度 v_f：

$$v_f=v_c=\frac{mv+2m\cdot 0}{m+2m}=\frac{1}{3}v \qquad ,(25)$$

（B）由質心速度的概念，我們可以知道質心動能是不會隨著時間改變的，因此：

$$\frac{1}{2}(m+2m)v_f^2=\frac{1}{2}(m+2m)v_c^2$$
$$=\frac{1}{2}(m+2m)\left[\frac{mv+2m\cdot 0}{m+2m}\right]^2 \qquad ,(26)$$

因而推演出 $\Rightarrow v_f^2=\frac{1}{9}v^2$，所以可求出末速度 $v_f=\frac{1}{3}v$。

因爲甲木塊的初速度爲零，故此題爲完全非彈性碰撞的特例，因此質心動能爲爲最後的系統的總動能，也就是初始動能的 $\frac{m}{m+2m}$ 倍，即 $\frac{1}{3}$ 倍。由於初始的動能爲 $\frac{1}{2}mv^2$，而剩餘的質心動能爲

$$\frac{1}{2}(m+2m)v_f^2=\frac{1}{2}mv^2\times\frac{m}{m+2m} \qquad ,(27)$$

因此：$v_f^2=v^2\times\left[\frac{m}{m+2m}\right]^2$，故末速度爲 $v_f=\frac{1}{3}v$。

第二小題：求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間 t。

質心速度爲 $v_c=\frac{1}{3}v$，因此甲木塊相對質心運動的初速度爲 $v_{甲}=-\frac{1}{3}v$，乙木塊相對質心運動的初速度爲 $v_{乙}=\frac{2}{3}v$，因爲摩擦力（$\mu_k mg$）的作用，在時間 t 時刻以後甲乙兩木塊相對質心的運動速度爲 0，因此由甲木塊相對質心運動的公式知道：

$$0=-\frac{1}{3}v+\frac{\mu_k g}{2}\cdot t \qquad ,(28)$$

由乙木塊相對質心運動的公式知道：

$$0=\frac{2}{3}v-\mu_k g\cdot t \qquad ,(29)$$

由（28）和（29）式都可以解得 $t=\frac{2v}{3\mu_k g}$。

第三小題：甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落？

系統的初始的動能等與質心動能和

各木塊相對質心運動初始動能之和；質心速度爲 $v_c = \frac{1}{3}v$，因此甲木塊相對質心運動的初速度爲 $v_{甲} = -\frac{1}{3}v$，故相對質心運動的初使動能等於：$\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot\left(-\frac{1}{3}v\right)^2 = \frac{1}{9}mv^2$。乙木塊相對質心運動的初速度爲 $v_{乙} = \frac{2}{3}v$，故相對質心運動的初始動能等於：$\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(\frac{2}{3}v\right)^2 = \frac{2}{9}mv^2$。甲乙兩木塊相對質心運動初始動能之和等於

$$\frac{1}{9}mv^2 + \frac{2}{9}mv^2 = \frac{1}{3}mv^2 。\qquad ，(30)$$

因爲是完全非彈性碰撞，甲乙兩木塊相對質心運動的初始動能 $\frac{1}{3}mv^2$，均因摩擦力作功而完全被消耗：因此 $\mu_k mg\cdot S = \frac{1}{3}mv^2$，故乙木塊在甲木塊上移動距離 S 也就是甲木塊的最短長度，等於 $S = \frac{v^2}{3\mu_k g}$。

上述的第三種解題方式是利用質心運動的概念解題。要能夠瞭解質心速度不會因爲碰撞而改變，且碰撞後各質點相對於質心的運動動能不變者是爲完全彈性碰撞，而各質點相對於質心的運動動能完全消失者是爲完全非彈性碰撞，也就是系統在此情況時損失最多的能量。此題是完全非彈性碰撞，因此質心速度就是最後的速度，而且兩木塊相對質心運動的動能會完全消失。

接著；讓我們來討論第二題：

第二題 題目的陳述如下：

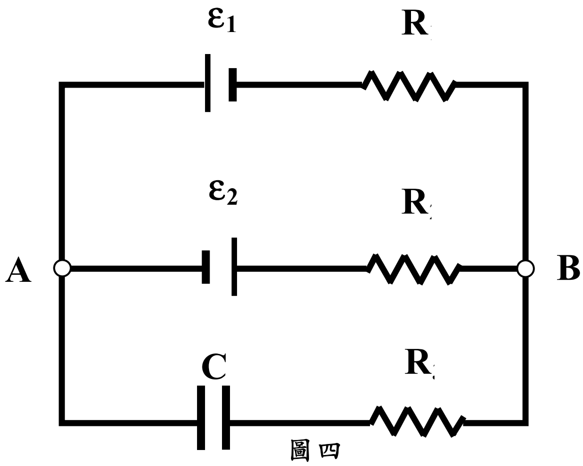
如圖四所示電路，ε_1＝4.0V，ε_2＝6.0V，R_1＝3.5　，R_2＝1.5　，R_3＝4.0　，C＝2.0pF（1 pF =1x10^{-12}F）。電池的內電阻可以忽略，平行板電容器 C 的板距為 2.0mm。充電完畢後，求

（1）A 點與 B 點間的電位差（即 VA-VB）為何？（4 分）

（2）平行板電容器 C 左右兩板個別所帶電荷的量值與符號。（3 分）

（3）平行板電容器內的電場。（3 分）

【提示：含電容器的分支電路在電容器充電完畢後，電流為零，故該分支電路形成斷路】



圖四

題目的原意應該是考學生對於電容的認識，並與直流電路的概念結合。題目中的提示相當的多，很明顯地，題目設計

者不是要難倒考生，而是要教導考生理解一般電路的問題。這需要有很好的題目設計的能力，才能夠製造出富有教導意義的考題。題目中的提示有：

一、題目中說明了要計算「A 點與 B 點間的電位差」，並附上說明『（即 $V_A - V_B$）』，很明白的是要考生求出 V_A 和 V_B 後，就可求得「A 點與 B 點間的電位差」！如此的提示，可以讓許多考生避免了許多不必要的錯誤，例如將計算的結果寫成 $V_B - V_A$ 的數值。

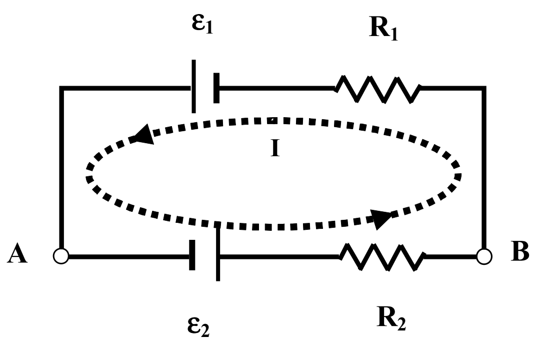
二、題後的「提示」:【含電容器的分支電路在電容器充電完畢後，電流為零，故該分支電路形成斷路】，直接了當地說明了直流電源對電容充電完成後，會形成『斷路』！這直接說明了電容在直流電中的現象，所以此題後「提示」是教導學生有關電容在直流電路中的作用，相信許多同學在做過這樣的題目後，會對於電容在直流電路中的功用更加理解。此「提示」對於不瞭解電容功用、但是理解『斷路』物理意義的考生會有很大的『解題』助益。不過這「提示」對於瞭解電容功用的考生，似會有不公平之處，然而站在教育學生的立場上，這「提示」確是十分的恰當，更難得的是：所出的試題是以教育學生的立場為出發點，而且也確實達到了預期的效果！出題教授的用心，也實在值得欽佩！

雖然題目已經相當清楚，不過筆者還是要「雞蛋裡挑骨頭」，提供一些意見！出題者在題目中給出 R_3 的數值，其實對於解題上並沒有助益！隨便給出 R_3 的數值，相信會有一些考生在跨越電阻 R_3 的兩端算得一個錯誤的「電位降」，而造成第(2)和第(3)小題得到錯誤的結果。若題目中不標明 R_3 的數值，很明顯的告知 A 和 B 兩點的電壓與電容兩端的電壓相同，考生比較不易犯錯，也許可以學習到更多的電路知識。

在瞭解題目最後的「提示」之後，圖四中電流流過的電路，就如圖五所示；電流僅存在於 ε_1，ε_2，R_1 和 R_2 所形成的迴路中。因而考生會先解得迴路中的電流，並計算出 A 點和 B 點間的電位差，接著依序解得（2）和（3）的解；這是解此題時常用的解法。電流 I 等於：

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{4+6}{3.5+1.5} = 2\ \text{A} \quad ,(31)$$

圖五



若解得電流 I 下列兩種簡單的方法，都可以求得 A 和 B 兩端的電位差：

（A）若考慮電流流經 ε_2 和 R_2，則 $V_A + \varepsilon_2 - I \cdot R_2 = V_B$，因而 A 和 B 兩端的

電位差為：

$$V_A - V_B = I \cdot R_2 - 6$$
$$= 2\times 1.5 - 6 = -3\,\text{V}，(32)$$

（B）若考慮電流流經 R_1 和 ε_1，則 $V_B - I\cdot R_1 + \varepsilon_1 = V_A$，因而 A 和 B 兩端的電位差為：

$$V_A - V_B = I \cdot R_2 - 6$$
$$= 2\times 1.5 - 6 = -3\,\text{V}\quad，(33)$$

第(32)和(33)式所得到的結果，說明 A 點的電位比 B 點低三個伏特。(32)和(33)兩式合在一起，也說明了一個迴路的電位變化為零，也就是等於第(31)式的結果，即：$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I\cdot R_2 - I\cdot R_1 = 0$。

第(32)和(33)式主要是解出電流後，計算電位差；但是也有解法是不需要解出電流的！由圖五知道，ε_1（4 伏特）和ε_2（6 伏特）所產生的 10 伏特的電壓會消耗在電阻 R_1 和 R_2 上！A 點介於ε_1和ε_2之間，所以 A 點的電位為 4 伏特，即 V_A＝4 V。因為 $\frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{7}$，也就是 R_1 消耗 3 伏特的電位降，R_2 消耗了 7 伏特的電壓降，因此介於 R_1 和 R_2 之間的 B 點，其電位為 7 伏特；即 V_B＝7 V。故 A、B 兩點間的電位差值為：−3 V。

第(2)小題要求解得電量 Q，以及兩板所帶的電荷種類。其解法需要知道電容的公式，也就是 $C = \frac{Q}{V}$，其中 Q 是電容的電量而 V 是電容板兩端的電壓差，也等於 $V_A - V_B$。因此左板是對等於低電位 V_A 而帶有負電，右板是對應到高電位 V_B 而帶有正電，所以電量 Q 為：

$$Q = C\cdot V$$
$$= \left(2\times 10^{-12}\right)\cdot 3 = 6\times 10^{-12}\ \text{C}\qquad，(34)$$

更明確的說明是：左板帶有 -6×10^{-12} 庫侖的電量，而右板帶有 6×10^{-12} 庫侖的電量。

第(3)小題要求的解是兩平行板間的電場 E，解法需要知道平行電容板的公式，即 $E = \frac{V}{d}$，其中 d 是兩板的間距，所以 $E = \frac{3}{2\times 10^{-3}} = 1.5\times 10^{3}\ \text{Volt}/\text{m} = 1.5\times 10^{3}\ \text{N}/\text{C}$。

上述是對第二題所提出的解答和一些簡單的看法，提供老師和考生參考！