

# 教育部113學年度中小學科學教育專案期末報告

計畫名稱：數學手作問題導向課程與科普閱讀寫作設計之研發與實作 III

主持人：李政憲

E-mail：[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)

共同主持人：謝熹鈴、賴韻竹、顏敏姿

執行學校：新北市林口國中

## 一、計畫執行摘要

1.是否為延續性計畫？ ☒是 ☐否

2.執行重點項目：

- ☐ 環境科學教育推廣活動
- ☒ 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- ☐ 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- ☐ 鄉土性科學教材之研發及推廣
- ☐ 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3.辦理活動或研習會等名稱：

(1) 林口國中跨縣市「玩每思·思完美」工作坊

- ✧ 「幸運的秘密」全市研習
- ✧ 桌遊設計社群增能
- ✧ 「乘其體面」公開觀議課
- ✧ 「當我們同在一起」桌遊分享
- ✧ 3D 列印建模社群增能
- ✧ 「心路懸命」公開觀議課
- ✧ 桌遊融入教學社群增能
- ✧ 「伊斯蘭印章」課程分享
- ✧ 「穿越世代－李再鈺個展」參展暨作品解構實作

(2) 林口國中全校暨數學領域

- ✧ 射國文課本選文燈謎學生活動
- ✧ 數學日借數學書、背圓周率學生活動
- ✧ 臺灣文學館×洪新富《臺灣摺紙動物園》聯名展
- ✧ 洪新富《臺灣摺紙動物園》新書發展會
- ✧ 黃光文《請不要優先選擇誠實》新書發展會

- ✧ 「科技時代下的學習」全市研習
  - ✧ 「環遊世界學數學」展覽暨手作體驗
  - ✧ 「伊斯蘭印章」公開課
  - ✧ 「弧形幻影謎題」數學領域研習
  - ✧ 「鑲嵌魔方」數學科領域研習
- (3) 山腳國中跨領域「山中藝科數」社群
- ✧ 「從N芒星規律看伊斯蘭圖形」公開觀議課
  - ✧ 「日曆魔方」研習
  - ✧ AMA 數學藝術工作坊：螺旋密鋪 x 螺旋點紋設計
- (3) 藝數摺學 FB 社團新年立體卡片實作分享活動
- (4) 藝數摺學 FB 社團國文課本選文射燈謎活動
- (5) 藝數摺學 FB 社團「藝數摺學」x 南一出版社「弧形幻影謎題」、「數說星盒」、「立體摺學」、「尺規魔法+愛心鑲嵌」教具包研習活動，北中南逾百位教師留言推廣
- (6) 《藝數摺學》x 青林出版社《挑戰！數學玩家4》、臉譜出版社《學數學，從「笨問題」開始》、臉譜出版社x數感實驗室《數學會考原來這樣考！》、三民出版社《數之軌跡 III+IV》、時報出版社《請不要優先選擇誠實》+《你的話，傷到我了！》、親子天下《溝通裡的數感素養課》新書留言抽獎贈書活動辦理
- (7) 於全台各縣市分享摺紙相關實作教學近20場，相關檔案均上傳至「藝數摺學共享平台」網站，並於「藝數摺學」FB 社團持續互動
- (8) 「藝數摺學」寫作專區社團：
- 定期寫作文章發表共計 11 篇
  - 實體共備辦理兩場（台中光榮國中、中壢高商）
  - 台中雙十國中「藝數摺學」第六屆年會
- 4.辦理活動或研習會對象：各縣市暨新北市國教數學輔導團以及國高中小教師學生暨一般民眾與親子工作坊
- 5.參加活動或研習會人數：每次社群、研習暨教師工作坊暨講座6至100人，對校內外教學、發表分享與帶動教師實作近三十場
- 6.參加執行計畫人數：8~16人（含計畫暨協同主持人、研究助理暨社群種子教師團隊）
- 7.辦理/執行成效：這三年執行計畫以來，除社群、輔導團暨校內辦理近二十場研習（如圖1-4），對外也辦理教師研習、親子工作坊暨學生營隊逾120場（如圖5-8），並與出版社合作出版18份教具包，帶領社群教師撰寫超過30篇文章，並發表逾十五篇（如圖9-12），以藝數摺學社團為平台，辦理相關活動（如圖13-16），並將研習相關資料上傳藝數摺學共享平台。本年度由於校內閱推老師的加入與協助，多辦理了射燈謎、數

學日等學生活動（如圖17、18）。並跨域辦理兩場新書發表會與兩場全校學生展覽，搭配學習單學習使得課程聚焦（如圖19-22），也與閱推老師共同帶領學生進行寫作投稿與分組發表的活動（如圖23、24）。而手作部份課程，今年除了延續之前的研究探討問題解決方式，發表相關文章並出版了「數說星盒」教具包並辦理線上研習逾百位參與（如圖25、26），也將本年度預定發展的雙軸簡化為雙足結構，出版「立體摺學」教具包，辦理實體研習三場逾200位教師參與（如圖27-29）；並於去年十月份在台中雙十國中辦理第六屆藝數摺學年會，廣受參與教師好評（如圖30-32）。加上帶領學生與社群教師參與台灣科學節、中華民國數學日活動，旨在累積社群教師與學生的教學與互動經驗（如圖33-36）。綜上所述，這三年的計畫已達到「藉社群平台，以手作課程，輔閱讀寫作，達推廣傳承」之效。



圖1 校內數學魔術全市研習



圖2 輔導團全市教師研習



圖3 社群桌遊增能研習



圖4 社群參與藝術家史博館特展



圖5 新竹精華國中偏鄉學生營隊



圖6 「弧形幻影」實體研習





圖7 「尺規魔法+愛心鑲嵌」  
線上研習加碼場

HPM 通訊第二十八卷第一期第八版

### 日本御幣製作與教學分享

李政憲  
林口國中

今年二月份，承蒙臺灣數學史教育學會邀約於年會分享，談了一些日本與台灣有關摺紙的歷史，也意外發現裏面有一些可以用於數學教學的內容，為了讓這些收穫讓更多人看到，特撰此文以饗讀者。

一般我們談及摺紙，最先想到的都是摺紙鶴，根據網路上搜尋的資料，摺紙發源於中國，發展於日本；18世紀時，三重縣桑名市長門寺的僧人義道一円寫了《秘傳千羽鶴折形》並出版，裏面有高達四十九種紙鶴的摺法，並附上詳盡的展開圖與說明，是世界第一本摺紙書【註1】，然而這並不是所知關於日本摺紙的最早歷史發展。



圖8 花蓮偏鄉親子工作坊

## 光之摺紙

蔣小桂／葉垂高商、李佩娟／新竹高工、吳佳蓉／興國中學

### 一、前言

在所有摺紙作品中，筆者最喜歡鑲嵌作品，只用一張紙就能摺疊出各式各樣的幾何圖案平鋪整個平面，尤其是把鑲嵌作品放到燈光之下，會顯現出不一樣的迷人透光效果，看過的人很難不為此著迷。但鑲嵌作品門檻較高，不但耗時費工，不容易自學，且也不適合大班教學，而讓人有所退卻。

筆者有次在搜尋網路上的鑲嵌作品時，無意間發現一個日本素人分享的有趣作品，雖是透過組合而成，卻與鑲嵌摺紙有著相同迷人的透光效果，也因為是組合摺紙，每個單元元件的步骤

圖9 寫作社團 HPM 文章發表

科學教育月刊 第476期 中華民國114年3月

### 當藝術遇上藝數－紙摺蒙德里安方塊

李政憲<sup>1</sup> 游曉琦<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> 新北市立林口國民中學  
<sup>2</sup> 臺中市立居仁國民中學

### 壹、前言

皮特·科內利斯·蒙德里安 (Piet Cornelies Mondrian, 1872年3月7日－1944年2月1日)，生於荷蘭，逝於紐約。是風格派運動幕後藝術家和非具象繪畫的創始者之一，對後代的建築、設計等影響很大。自稱其畫風為「新造型主義」，又稱「幾何形體派」，強調只運用最簡化、基礎的直線與矩形元素，進行抽象藝術的創作。如下左圖1「Composition in red, yellow, blue and black, 1921」作品為其於法國時的創作，使用了藍紅黃三原色與白、黑兩色，而右圖2「Composition No.10, 1939-1942」為其於英國倫敦時的創作，時值二次世界大戰將至，其作品中的粗黑線象徵著牢籠，呈現其失落的心情，歡快的顏色也隨之減少

圖10 寫作社團出版社文章發表

國立臺灣科學教育館 科學研習 第64卷第1期

### 一面兩體——正方體與等面四面體的多義展開圖

文／張惟淳、袁靜娟、戴維維、張凱凱、許植瑜、曾朝潔

### 前言

小學的時候，我們一定學過「正方體的展開圖」的製作方法：將一個正方體沿著棱剪開，就可以得到一個六個正方形相連的圖形；同樣地，將六個正方形以特定方式相連，就可以摺成一個正方體。

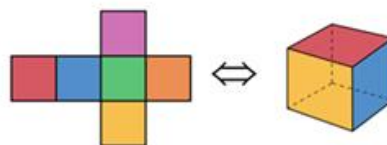


圖11 寫作社團科教月刊文章發表



圖13 社團立體卡片製作推廣活動

圖12 寫作社團科學研習文章發表



圖14 社團國中國文燈謎推廣活動





## 怪人們

怪人們  
傷痕者  
迷霧之子  
時間，才是最後的答案  
最美的抵達，最近的遠方  
寂寞博物館  
鏡之孤城



周奕潔

那些孤身一人的人們  
都曾被說過怪人  
經過一段時間  
一定會出現他們的歸處  
寂寞博物館、鏡之孤城



圖23 學生投稿文章發表



圖24 學生分組閱讀簡報發表



圖25 「數說星盒」教具包出版

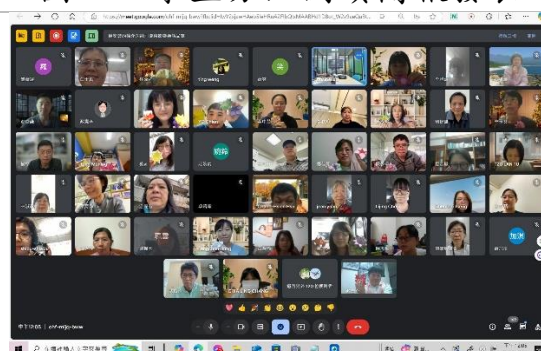


圖26 「數說星盒」線上研習



圖27 「立體摺學」教具包出版



圖28 「立體摺學」實體研習

## 立體摺學數學討論I-2

• 正方體展開圖討論

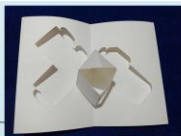
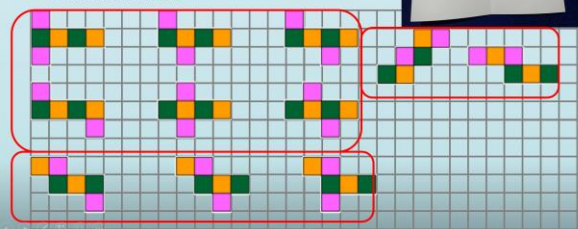


圖29 「立體摺學」實體研習



圖30 「藝數摺學」年會閉幕合照





圖31 「藝數摺學」年會短講



圖32 「藝數摺學」年會跑攤工作坊



圖33 科教館台灣科學節擺攤



圖34 台中國際數學日分組課程



圖35 科教館國際數學日擺攤



圖36 科教館國際數學日大合照

## 二、計畫目的

本計畫目的在結合手作課程透過問題導向學習進行課程設計，與數學科普閱讀進行寫作，進一步應用於課堂。因應十二年國教總綱以「核心素養」做為課程發展之主軸，秉持全人教育的理念，藉由自主行動、溝通互動與社會參與三者的結合，課程並能融入生活情境，使學生理解所學知識，跨領域整合運用以解決問題，成為與時俱進的終身學習者（如下圖37）；然

而數學是一種實用的規律科學，本應提供每位學生有感的學習機會，因此如何設計課程實作時要討論的問題，是迫切且重要的。筆者設計的手作課程在這三年來，除了確定可增加學習者的自主行動，也發現透過課程的溝通互動，將加強學習者的社會參與程度，並且搭配科技資訊媒體使用，提昇教師與學生該方面的素養能力；至於科普閱讀寫作是教學互動的良好媒介，透過合適的教材與引導，除了可達到溝通表達的運用，更能增進媒體素養、提昇老師與學生們的問題解決能力。而經由問題導向學習（Problem-based learning）所設計的課程內容與教案，經過這些年的實施，我們發現不但可促進系統思考，進一步還可增加學習者創新應變的執行能力。

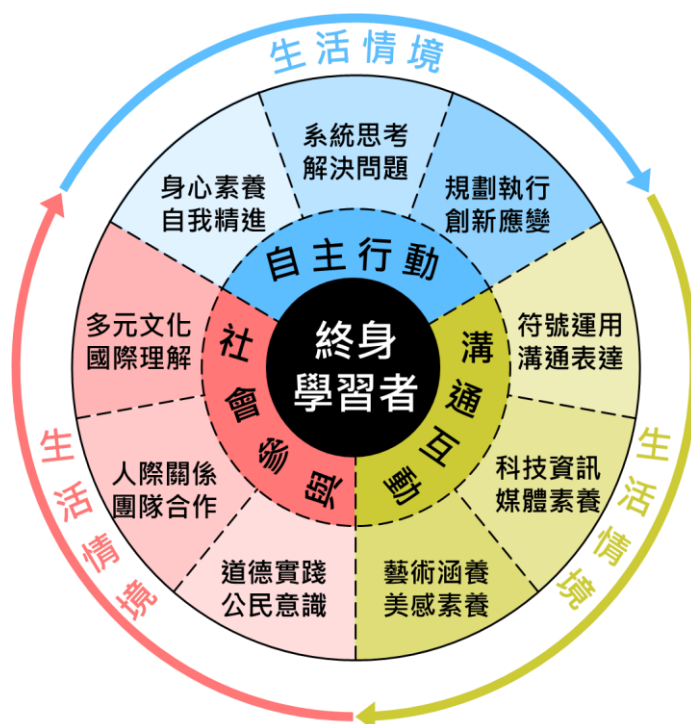


圖37

問題導向學習(以下簡稱 PBL)強調以生活化與真實問題為學習起點，使學生將學習與生活情境作連結，對於應用所學知識於實際生活中有所助益。在學習過程中由教師督促學生主動探討及建構知識，同時透過小組合作學習過程，培養合作學習與解決問題的能力。藉由問題本位學習可以培養學生主動探索與研究、獨立思考、解決問題和終生學習能力(陳銘偉，2004)。學者也指出「問題導向學習」的教學模式能讓學生參與度提高、激發學生學習動機、能具體化學習經驗，也更能發揮高層次的學習效能。透過學生的主動學習、建構屬於自己的知識，有助於培養學生問題解決能力，對錯誤概念的矯正亦有顯著效果；至於小組討論的學習模式也有助於溝通、協調等社交技巧的增進，能出現較多的副學習。而在整個學習中培養



出學生自我學習能力，以成為終身學習者，方能面對未來現實世界的問題，也適應目前資訊快速增加的時代（溫嘉榮、鄭國明、郭勝煌，2010）。而種種研究也說明在數學學習透過 PBL 問題導向教學模式，比傳統講述教學法之數學教學模式，更能提升學生的數學學習成就（張賢吉，2022）。綜上所述，筆者選擇結合數學手作，以 PBL 方式進行課程與問題解決，將符合 PBL 學習循環圖的模式，從問題產出、反思議題，進一步提出假設並形成想法、將問題一般化，最後匯聚結論並提出解決方案，接著產生新問題繼續同樣歷程（如圖38）。也期待現場的教師與學生，透過本計畫所設計與今年度續開發的課程，更便於上手、容易理解，教師並能設計延伸挑戰任務，促使學生對數學學習更正向且積極。

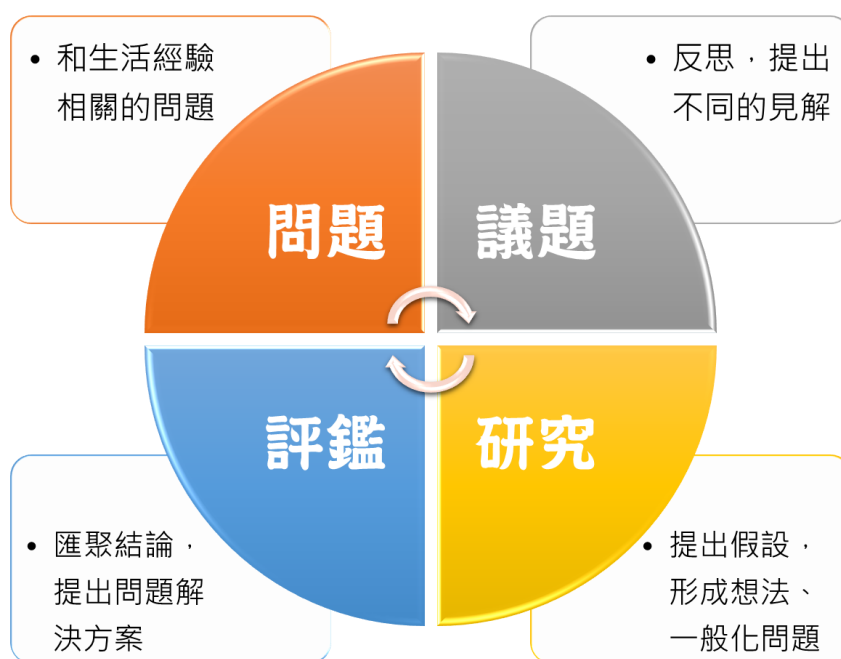


圖38 PBL 學習圈（修改自：Raine, D., & Symons, S. (2012). Problem-based learning: undergraduate physics by research. Contemporary Physics, 53(1), 39-51.）

數學教學研究顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生學習的負荷過重，適當工具、教材與呈現方式是必要的。選擇筆者這十五年發展的數學手作課程，設計製作教學與課程分享簡報，搭配陽明交通大學陳明璋教授開發的 AMA (Activate Mind Attention) 軟體來呈現教材，將使老師易於上手、學生樂於學習。進而透過教材步驟化、區塊化與結構化（Step、Block & Structure）設計，以及激發式動態呈現（Trigger-base Animation）的開關應用，可適當增加教學互動並達到適性化學習；結合 AMA 團隊這些年發展的 SOIL 心法，達到從外在媒體（外在刺激）考

量，藉由流暢感官記憶、工作記憶及長期記憶之間的通路，提升學生有效學習的目的（李俊儀、陳明璋，2024）。亦即所設計出多元化的課程，可由教師選取適當教材內容（selection），協助學生組織數學相關知識（organization），發展整合課程脈絡架構（integration），最終達到學習的成效（learning）。此外並結合動態幾何 GeoGebra 軟體，除了作動畫與3D 圖像呈現，進一步可利用所學，應用於時下正夯的3D 列印、雷射切割或紙雕設計，作成品的設計與輸出，亦可達到所學於所用的目的。而選擇問題導向學習來設計課程，其原因在問題解決的過程中，將著重與他人合作時，可以激發出自己建構的知識與技能（計惠卿、張杏妃，2001），恰與數學寫作預定發展概念性理解並且精熟程序化技能的成效不謀而合。Barrett et al. (2011)認為問題導向學習法的方式，應以學生為設計問題的中心，教師或是助教(Tutor)通當只在討論的過程，扮演引導者(Facilitator)的角色，不積極的介入討論的過程當中；這種精神也與十二年國教希望讓學生的學習「自發、互動、共好」的理念完全相符。

根據美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics）所出版之「學校數學課程與評量標準」，強調二十一世紀的數學教育將特別強調溝通的能力，建議把數學寫作融入數學教學中，主張學生藉由數學寫作的溝通方式協助釐清自己的想法，加深既有的數學概念，以及協助他們連結新舊概念（NCTM, 1989）。袁媛(2003)指出在中學階段實施數學寫作活動，能有效增進學生對數學概念的理解，亦能提升中學生對數學學習的興趣與溝通能力。Van de Walle (1994)則認為，寫作活動在數學的教學與學習過程中，應該扮演相當重要的角色，因為數學寫作活動不但可以讓學生藉由寫作的方式自由表達數學學習的心得、想法與解決問題的思路過程，同時更能幫助學生發展概念性知識的理解以及促進程序性技能的精熟；而 Connolly 和 Vilardi (1989)更指出數學寫作對學生的推理、溝通與連結之發展具有正面的幫助。袁媛(2003)則提出，在中學階段實施數學寫作活動，能有效增進學生對數學概念的理解，亦能提升中學生對數學學習的興趣與溝通能力。有鑑於此，今年度特別結合之前已發展過的數學科普閱讀，期待讓現場教師學生透過書籍、影片、網站等媒介，搭配所安排的主題與設計的學習單，將所學訴諸文字，進一步進行發表與投稿。因為透過數學寫作作為評量的方式，學生將有機會去證實自己對程序性知識及概念性知識的瞭解，以及溝通與表達想法的能力（Liedtke & Sales, 2001）。

因此針對上述數學手作設計合適問題製作教材，與結合科普閱讀進行寫作，進一步發展課程及教案，即是這三年來本計畫的主要目的。而數學手作與科普閱讀寫作看來似乎關聯性



不大，也已透過本計畫的執行，確認兩者的互通性，並可進一步結合，以數學寫作撰寫手作課程，透過發表確認其專業性，再導入科普閱讀與實作，進行問題導向課程設計。

### 三、研究方法

「工欲善其事，必先利其器」，此次計畫除了選定一般授課常用的 PowerPoint 簡報軟體結合 AMA 外掛程式集製作課程簡報，進行教學設計與示範演練外，於學生進行分組簡報發表時，也會針對其發表內容、簡報與提問設計進行補充。進一步更搭配動態幾何軟體，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，使得教師研究與學生學習時更容易上手易於討論，進一步可延伸學習或進行補救教學；並透過提問討論、問題解決、學習單撰寫與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標，最後再透過教具包出版與文章投稿，讓現場老師們材料容易取得、課程更容易上手。

本計畫於新北市林口國中暨社群老師桃園市中興國中、山腳國中，新北市安溪國中等相關學校，分別針對普通班或資優班學生，每次各約8至40位學生進行課程教學，並透過專家諮詢與定期的社群討論，再分享實作的相片與心得回藝數摺學公開社團、玩每思思完美暨藝數摺學寫作私密社團；期待以教師影響教師，帶動各校的領域共備，進一步培訓種子教師，讓更多的教師與學生受惠。

底下再針對今年度發展的兩類課程列表並分別說明如下：

課程	課程主題	主要上課內容	課程設計基礎與延伸	評量方式	結合領域
1	數學手作	N×N 井字格模型製作 雙軸對稱字設計製作 摩爾紋製作探究	簡易圓切球設定製作 進階雙軸立體書製作 摩爾紋數學原理暨製作方式探討與卡片設計	問題導向課程提問與作品設計發表評量學習單	藝術與人文領域 語文領域 科技領域
2	科普閱讀寫作	科普閱讀心得發表 科普文章寫作投稿	依指定科普書籍製作相關簡報 文章整合數學概念	學習單 文章撰寫 簡報製作	語文領域

表1 113學年度計畫發展課程列表

以上兩大主題共五類課程已於今年進行教材設計、實際施作與修正回饋，並視實施結果暨學生反應，進一步調整課程內容。

至於課程進行則比照前幾年的推動方式，透過下列研究步驟進行設計與修正（參考圖39）：

（一） 課前討論：

1. 教材學習單提問設計：蒐集相關資料，根據提問設計，製作完整教學簡報與學習單或進階思考題設計。
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。
3. 線上共備群組模型製作：透過定期固定主題的課程討論設計課程相關模型，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手。

（二） 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨模板操作錄影上傳：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路。本學年除了主持人本身完成兩場公開課的錄影分享，社群召集人陳俊儒老師也將其「心路懸命」課程製作學習單，完成公開課的錄影分享。
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。本學年計完成「數說星盒」、「弧形幻影」、「立體摺學」、「愛心鑲嵌」暨「尺規魔法」教具包暨相關學習單設計，另也改編「伊斯蘭印章」課程學習單施作，完成數學科普閱讀心得學習單施作兩班。
3. 線上社群交流與實體共備：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積逾三萬四千人加入，定期進行討論的線上共備群組逾10個以上，今年因應教具包出版，會再成立「百變織心」共備群組；而自2018年成立的線上寫作共備社團目前加入人數逾40位，仍按月持續產出文章，本年度完成寫作的文章超過十篇，而發表的文章也近半，實屬成果豐碩；而本校所成立的跨校「玩每思·思完美」社群也會定期進行實體共備課程彼此增能，除了定期辦理的全市或校內研習，本年度計完成「當我們同在一起」桌遊、伊斯蘭印章分享、正五邊形中的黃金三角形暨李再鈐老師史博館「穿越世代」特展參訪暨藝數DIY實作等共備課程。

（三） 課後分享：



1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿。
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位教材，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。目前已正式運作的「藝數摺學協作平台」，也將課程相關檔案放於平台上，可讓預實作的老師更容易上手。
3. 線上社團與實作分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的內容書寫文章，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計；今年度群組教師們迄今陸續完成了「藏在十字花中的數學」、「正方體的編織結構 II」、「從線條到幻影－平面編織設計的錯視魅力」、「跨域玩轉：數學繪圖與3D 列印的奇妙邂逅」、「淺談粽葉米糕與粽子的幾何結構」、「紙扣五芒星」、「平面編織初探」等文章，並已出版了「光之摺紙」（龍騰數亦優）、「當藝術遇上藝數－紙摺蒙德里安方塊」（科教月刊）、「一面兩體」（科學研習月刊）、「錐體娃娃」（央園數學月刊）、「日本御幣製作與教學分享」（HPM 通訊），且筆者與出版社陸續合作出版了「弧形幻影」、「立體摺學」、「愛心鑲嵌」、「尺規魔法」與「數說星盒」等教具包，並分別辦理了北、中、南的實體研習與全國的線上研習，讓這些課程可以讓老師們在課堂上推動的更順遂，也將部份經典課程陸續到馬來西亞推廣。而今年度仍持續指導學生科普閱讀、發表與投稿，並且透過社團與線上平台，將這三年所發展的課程作一統整發表。



圖39 課程設計修正模式

以上相關課程的設計主要利用課餘或課後發展，透過晚間與假日進行線上或實體的共

備討論；至於針對學生的授課除了利用原授課時間（普通班數學課彈性課程、第八節、寒暑假輔導課或資優班數學課、個別指導及專題課）時間外，也可以透過活動（國中小科學營、科學日或闖關活動）中的部份課程，藉提供相關模型材料與實作簡報，以利施作討論。而透過桃園市與新北市輔導團到校訪視或分區座談等活動，也能適度進行教材推廣以及模型實作教學；並透過研習的舉辦或活動參與，讓教材與現場老師的互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；最後並透過網頁分享、整理與交流，書寫文章、撰寫教案或設計教具包，使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。目前已完成相關工作的時程表列舉如下表2，整體完成進度約85%，大致與計畫相符：

數學手作問題導向課程與科普閱讀 寫作設計之研發與實作 III	113年8月	113年9月	113年10月	113年11月	113年12月	114年1月	114年2月	114年3月	114年4月	114年5月	114年6月
(一)相關資料蒐集											
(二)關鍵提問、課程簡報製作											
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習											
(四)相關教材學習單設計											
(五)手作模型設計製作印刷											
(六)互動教材施作											
(七)輔導團團內或到校分享											
(八)網頁交流與共備群組社團互動											

表2 113學年度計畫完成甘特圖

從資料蒐集、提問簡報製作、專家課程諮詢、學習單設計與互動教材施作，所設計相關模型到團內與校外分享更是持續進行，待期末報告完成後，僅剩將餘款進行核銷。並將透過網頁交流與共備群組互動，讓課程更臻完善。

#### 四、研究成果

綜上所述，筆者成果已頗豐碩，目前已完成成效的工作為以下十點（彙整如圖40）：

1. 今年度與廠商合作出的「弧形幻影」、「立體摺學」、「愛心鑲嵌」、「尺規魔法」與「數說星盒」等教具包，都是結合手作課程的多元教材；
2. 以上手作課程發展的教具包，連同今年度持續發展的伊斯蘭印章、數學科普閱讀課程，均有搭配學習單或簡報作提問設計與問題解決探索，進而作延伸課程發展。而兩位協同主持人，這幾年也分別致力於跨域課程再進化與手作課程數位化，熹鈴老師更將手作課程結合



花磚與跨域課程，投稿桃園市素養導向教學示例教案甄選獲得特優，讓我們原本已經豐富的課程，更增添幾分說服力。

3. 今年度除了搭配教具包設計的各模型，也加碼設計了空間之謎、翻摺四邊形矩形模板，於今年度的國際數學日於科教館進行的攤位進行實作。而搭配暑假即將出版的「百變織心」教具包，更是與創藝文化基金會暨中華民國數學會合作製作了加碼模板，提供有意願推廣的教師推廣，並已分別針對教師、學生課程暨親子場進行實作；
4. 除了上述教具包與模型的實作外，已預計安排今年度的第七屆藝數摺學年會進行「紙編碎形八面體」、「翻摺六邊形迷宮」跑攤工作坊分享，而之前的「紙編多面體」課程目前持續進化中，今年度也實際帶畢業班學生進行立體紙編課程，並製作畢業禮物贈送任課教師；
5. 今年度寫作社團教師平均一個月一篇，目前共計完成十二篇文章，並已獲得刊登五篇文章，暑假持續進行共備與寫作；而學生作品也榮獲中學生報收錄，堪稱收穫豐碩；
6. 透過這兩年教師與閱推老師引導學生進行科普書籍閱讀與解構，進而培養自學能力，進行書籍內容整理與發表，可以深化學生對於內容的理解與應用；今年度仍有學生投稿中學生報獲頒，並持續透過科普閱讀與分組發表，深化其對相關內容的理解與整理。
7. 透過「藝數摺學」社團的發表與「藝數摺學」線上共享平台的整理，可使得所有課程與分享内容更迅速與聚焦，回饋更及時，整理更完整。
8. 今年度除了持續與洪新富、吳如皓、莊惟棟等課程專家持續諮詢請教，也同時多元發展，與3D列印相關（林似諭）、桌遊相關（錢智勇）暨紙藝相關（彭良禎、洪明譽）等專家請益，發展更多元的課程；
9. 透過以上課程內容與平台的整理分享，與各機關學校、出版社、民間基金會各項活動合作辦理，得以讓這些課程實作與推廣更為全面，這三年來分享與上傳的課程近九十場，而社團辦理的活動與發表的文章、課程更是不計其數；
10. 藉由活動辦理後，社團老師的留言回饋與社群老師的分享實作，得以讓我們的課程不斷翻新、修正不足處，得以讓更多階段的學生與孩子們都有機會依著自己的需求，在課程中得到解決問題的成就。

也相信透過以上十點成果展現，已經讓更多學生與教師，透過手作課程搭配問題解決，以及閱讀寫作的投稿與發表，深刻體會數學的實用與美。



圖40 111-113年計畫成果彙整

## 五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫因想發展的課程不少，也因執行時的考量，對相關的進度作了微調；針對這三年來所遭遇困難與目前的解決之道分別如下（如圖41）：

### 1. 資料取得整合困難，茲以底下方式進行調整：

- （1）藉由經費挹注，購置相關書籍教具，以利課程設計與施作；
- （2）經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性。本年度陸續邀請了桌遊、3D 列印、數學魔術與數學摺紙等專家到校分享、辦理全市研習或諮詢。
- （3）藉由社群教師分工合作，整理教材、書寫文章或與廠商合作出版教具包以加強推廣。這三年教具包的豐富產出，也是我們將相關資料整理推廣的最佳寫照；
- （4）課程微調或延後實作，如「井字格探索」課程，我們就透過結構的調整，發展出今年「立體摺學」教具包。

2. 無法配合進度實施，茲擬定相關配套措施如下：

- (1) 安排於輔導課與社團課施作，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別興趣，於討論完畢進行發表；
- (2) 透過營隊方式實施；
- (3) 切割實作與討論課程分別實施；
- (4) 搭配進度與出版社合作教具包，鼓勵教師投入實作：如今年與出版社合作出版的「弧形幻影」、「立體摺學」、「愛心鑲嵌」、「尺規魔法」與「數說星盒」等教具包，若以每位參與研習老師班級授課30位學生計數，搭配社團留言心得活動，受惠學生逾5000位。

3. 不易同步操作學習：為避免實作課程無法跟隨教學進度，按步就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：

- (1) 配合模型轉換原課程為學生較易操作課程，提昇學生動機，引發其學習興趣，如今年度發展的「立體摺學」、「愛心鑲嵌」與「弧形幻影」課程，都有設計易於上手的簡化課程與模板；
- (2) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
- (3) 使用網際網路預錄對照學習，透過 youtube 網站分享教學使教師與學生可重覆學習，今年度錄製了三段社群公開課並進行後續的議課，使得相參與的老師與複習的學生更加方便；
- (4) 結合其他軟體或實體課件對照學習，如透過 GGB 動態軟體進行圖形的繪製與動畫展示、使用多元的教具與成品，讓學生與學員對於結構更容易理解；
- (5) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
- (6) 視人數安排助教進行教學協助，並於課後進行討論共備；

4. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：

- (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表，今年度「博士熱愛的算式」、「塗鴉學數學」等書籍，即安排不同年級分別撰寫學習單、分組針對各單元製作簡報發表、互評，並邀請閱推老師指導講評；



- (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體；
  - (3) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高；
  - (4) 可搭配活動由學生設計課程、擔任關主，從分享中學習成長更迅速；
5. 課間操作推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：
- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊，今年度與創藝文化基金會合作辦理教師研習、親子工作坊、偏鄉營隊、實體共備與年會合計12場；
  - (2) 建立線上共備群組互動討論；
  - (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
  - (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
  - (5) 成立「藝數摺學」寫作專區社團，與其他教師合作產出文章，讓想推動的老師們更容易上手，也帶領想進步的老師們一起成長，這三年年會辦理後，都有2-3位的老師加入，目前已近50位教師投入。
6. 社群教師鎖課不全：透過課程的切割與教務處的排課安排，使得有課務的老師也能部份或完整學習。而今年度持續，則是透過實體或線上共備，課室的預錄到實體議課，讓社群教師公開課完整進行。
7. 線上社群的互動度小：雖然成立線上共備社團，但互動度不高；可透過各主題專屬群組的成立，以及固定進度繳交文章的安排，發表各亮點課程。今年度各文章寫作教師群也已分別成立群組討論相關課程，透過專業對話，讓產出更加順遂。



圖41 計畫困難與解決方式

相信透過以上課程與計畫進行的調整方式，已使得這三年的課程進行更加順遂，計畫推動更趨完善。

## 六、參考資料

1. 十二年國民基本教育課程綱要，教育部，2014年11月。
2. 陳銘偉(2004)。「問題本位學習」教學模式對高職學生之合作學習與批評思考歷程與成效的影響(碩士論文，未出版)。中原大學。桃園。
3. 溫嘉榮、鄭國明、郭勝煌(2010)。以PBL問題導向高層次思考之行動學習模式探討。工業科技教育學刊，(3)，9-15。
4. 張賢吉(2022)。運用PBL教學模式在技術型高中數學課程之研究。
5. 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念的學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所。博士論文，14-17頁。
6. 李俊儀、陳明璋(2023)：SOIL教學心法：看見教學的另一種觀點。台灣教育研究期刊，2023，4(3)，321-346。
7. 袁媛(2003)。高中網路數學寫作的實施與其對學生數學態度之影響研究。花蓮師院學報，17，190-210。
8. 計惠卿、張杏妃(2001)。全方位的學習策略－問題導向學習的教學設計模式。教學科技與媒體，55，58-71。
9. 葉淑雯(2016)。運用數學寫作促進國中三年級學生幾何概念發展之研究
10. Barrett, Terry, Cashman, Diane, & Moore, Sarah. (2011). Designing problems and triggers

- in different media. In T. Barrett & S. Moore (Eds.), *New approaches to problem-based learning : revitalising your practice in higher education* (pp. 18-35). London: Routledge.
11. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
  12. Van de Walle, J.A.(1994).*Elementary school mathematics: Teaching developmentally*.NY:Longman.
  13. Connolly, P., & Vilardi, T. (1989). *Writing to learn mathematics and science*. New York: Teachers College Press.
  14. Liedtke, W. W., & Sales, J. (2001). Writing tasks. *Mathematics Teaching in the Middle-School*, 6(6), 350-355.



